管群を有する容器の音響固有振動数と減衰比*

松 添 潤 吾^{*1}, 田 中 博 喜^{*2}
田 中 和 博^{*2}, 清 水 文 雄^{*2}

Acoustic Natural Frequency and Damping ratio of Cavity with Tube Bundle

Jungo MATUZOE, Hiroki TANAKA,
Kazuhiro TANAKA and Fumio SHIMIZU

Ducts containing a tube bundle undergo acoustic resonant vibrations. It is more reasonable to think that the vibration is a kind of mutual excited vibration between fluid dynamic force and sound pressure⁽¹⁾. In this case, it is very important to obtain the damping ratio and the natural frequency of sound pressure in the duct. Frequency responses of the sound pressure were calculated by boundary element method. Natural frequency and damping ratio were obtained by the least error method using the frequency response curve. Calculated natural frequencies in closed square box with no tube bundle are in good agreement with theoretical values and the damping ratios are very small. Square box with tube bundle also has very small damping ratio but the natural frequency increases with the tube diameter. In the case of box having holes, the natural frequency and damping ratio increases with the open rate of the holes. Natural frequencies and damping ratios of the other type of boxes and tube bundles were also calculated and the results are shown in this paper.

Key Words: Sound, Acoustic, Vibration Coupled with Fluid Motion, Acoustic Natural Frequency, Damping Ratio

1. 緒 言

管群を有する熱交換器において、流れで生じる渦によって気柱振動が発生することは良く知られている。これらの振動はカルマン渦の発生周波数と容器の音響固有振動数とが一致するときに起こると考えられている。しかし、両者が一致したからといって、必ず振動するとは限らないのが現状である。気柱振動の発生に必要な条件は、上記の共振条件のほかにエネルギー授受の条件があることがわかってきた⁽¹⁾⁽²⁾。

エネルギー条件とは円柱やダクトの壁などに生じる非定常流体力が音響へ供給するエネルギーとダクトの通路などから逃げていく音響が消費するエネルギーを比較して判断するものである。これらを解決するためには非定常流体力と音響固有振動数のほかに、従来はあまり注目されていなかった減衰比を明らかにすることが必要となる。ここではいろいろのダクト(容器)形状について、固有振動数と減衰比を求め、形状と音響特性の関係を明らかにした結果について述べる。

2. 記号の説明

p : 音圧
 q : 音圧の法線方向微分
 P_f : 流体力による圧力
 c : 音速
 l : 基準長さ
 ω : 音響角振動数
 k : 換算振動数 $= \omega l / c$
 r_{ij} : i 点と j 点の距離
 θ_{ij} : i 点から j 点へ結ぶ線と j 点の法線方向との角度
 H : Hankel 関数
 ζ : 音響減衰比

3. 計 算 方 法

ダクト系の音響固有振動数と減衰比の計算方法については文献(3)に示しているので、ここでは計算の概要と文献で述べなかった圧力による音源の計算式について述べる。

音響の支配方程式であるヘルムホルツの式より、境界要素法を用いて、音響特性の計算を行った。二次元の音場を対象にして境界を微小要素に区切り、音圧に

* 原稿受付 1997年9月22日。

*¹ 正員, 西日本流体技研(☎ 858-0907 佐世保市棚方町 283)。*² 正員, 九州工業大学(☎ 820-8502 飯塚市川津 680-4)。

関する連立方程式を作ると、次の関係式が得られる。

$$p'_{ij} = -\frac{i}{4} \int_c H_0^{(2)}(kr_{ij}) ds_j \dots\dots\dots (1)$$

$$q'_{ij} = 0.5\delta_{ij} + \frac{ik \cos \theta_{ij}}{4} \int_c H_1^{(2)}(kr_{ij}) ds_j \dots\dots\dots (2)$$

この条件より、次のような連立方程式が得られる。

$$[q'_{ij}]\{p_j\} = [p'_{ij}]\{q_j\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\{p\}$ は境界の圧力で、 $\{q\}$ は圧力の法線方向のこう配を表す。境界の一部が音源として振動している場合は $\{q\}$ が既知の値となる。

一方、カルマン渦等により、円柱などに生じた流体力が原因で気柱振動が発生する場合がある。流れによって生じた圧力を $\{p_f\}$ とする。この圧力も音響として伝播するので、式(2)に従うことになる。しかし、圧力が生じたその場所への音の伝播はないので、 $i=j$ の場合の係数は零となる。そこで次のように新しい係数を導入する。

$$q''_{ij} = \frac{ik \cos \theta_{ij}}{4} \int_c H_1^{(2)}(kr_{ij}) ds_j \dots\dots\dots (4)$$

これより、次のような連立方程式が得られる。

$$[q'_{ij}]\{p_j\} = [q''_{ij}]\{p_{fj}\} \dots\dots\dots (5)$$

$\{p_{fj}\}$ は流体力による圧力であるから既知である。このような式を用いて各振動数ごとに圧力の周波数応答曲線を求めて、それより固有振動数と減衰比を求めた。

Table 1 Reduced natural frequency and damping ratio in a box

Mode number $m:n$	Theoretical natural freq.	Calculated natural freq.	Calculated damping ratio
1:0	1.5708	1.5711	0.000102
0:1	3.1416	3.1419	0.000038
2:0	3.1416	3.1419	0.000042
1:1	3.5124	3.5131	0.000078
2:1	4.4429	4.4436	0.000088
3:1	5.6636	5.6663	0.000227

Fig. 1 Shape of the box and sound source

音響振動方程式は自由振動では次のように表される。

$$\ddot{p} + 2\zeta\omega_n\dot{p} + \omega_n^2 p = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここで言う固有振動数とは(6)式の ω_n のことを表しており、減衰があるときの自由減衰振動数

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \dots\dots\dots (7)$$

と同一のものではない。

4. 矩形箱の固有振動数と減衰比

4.1 円柱がない場合 図1に示すような縦横比 ($L_c:W_c$)=2:1 の箱の中の固有振動数と減衰比について計算した。要素は x 方向を 40, y 方向を 20 に分割した。音源は上下の壁の中央に各 4 要素、合計 8 要素の壁が振動して音源となっていると仮定した。圧力振動モードの次数は (m) が x 方向, (n) が y 方向のモード次数を表す。計算は音源である壁の振動数を変えて圧力の周波数応答曲線を求め、誤差の最小二乗原理⁽³⁾ から固有振動数と減衰比を求めた。

計算で得られた固有振動数と減衰比の値を表1に示す。これは解析解があるのでそれも併せて示した。固有振動数に関しては両者はほとんど差がなく、良い一致が得られていることがわかる。減衰比については理論的には零であるが、若干の値が生じている。これは分割して計算した結果、生じたものと考えられる。しかし、値は小さいので、減衰比は実用上は零と考えてもかまわないような数値である。モードの次数 $m:n$

Fig. 2 Sound pressure mode at resonant frequency ($m:n=2:1$)

Fig. 3 Shape of the box with tubes

$=2:1$ の振動について、計算で得られた音圧モードを図2に示す。これも解析解と酷似しており、この計算方法が妥当であることが伺える。

4・2 円柱がある場合 次に円柱がある場合の影響について調べるために、図3に示すような長さ比 $2:1$ の箱に32本の円柱がある場合の計算を行った。計算は $(0:1)$ モードを対象にした。箱は x 軸、 y 軸で対称だから、対称の条件を入れて $1/4$ の部分で計算を行った。文献(4)にも記してあるように音響固有振動数は箱の容積と管群が占める容積の比で異なるので、円柱の直径を変えて計算を行った。計算で得られた振動数の変化の状況を図4に示す。横軸は円柱直径とピッチの比を表す。文献(4)で紹介されている計算方法で行った固有振動数の計算値も併せて示す。

計算の結果は管群の直径が大きくなるに従って振動数が低下しており、実際の現象を良く表している。また、文献(4)のデータとも良く一致している。減衰比はいずれも小さいので図示していない。しかし、円柱がない場合に0.0002程度であった減衰比は、円柱の直径が0.8の場合には約0.0004程度に上昇しているが、いずれも計算誤差の範囲であり、実用上は減衰はないと考えて良いと思われる。

音源の種類や位置が固有振動数や減衰比に及ぼす影響についても計算を行った。カルマン渦による流体力が円柱に作用していると仮定して、図3に示す円柱(1, 2, 3, 4)のそれぞれの1本が音源となった場合に生じ

Fig. 4 Change of the reduced natural frequencies with diameter to pitch ratio (mode 0:1)

Fig. 5 Ratio of the spans of tube bundle and box

る音響の計算を行った。しかし、いずれの場合も固有振動数、減衰比ともにほとんど変化がなかったので、音源の位置が音響特性に及ぼす影響は極めて小さいと言える。しかし、音源の場所や種類の影響が小さいのは減衰比が小さい場合に限られることに注意が必要である。

次に箱の中の一部にのみ円柱がある場合の固有振動数について考える。管群は箱の中央にあり、箱と相似の $x:y=2:1$ の中に、ピッチ比1.25(ピッチに対する管直径の比は0.8)で32本の管が配置されている。管群の大きさと容器の関係を図5に示す。管群の幅(W_t)と箱の幅(W_c)の比を変えて計算を行った。計算の結果、得られた固有振動数の値を図6に示す。

管群のある領域が小さくなれば固有振動数は管群が箱いっぱい配置されたときよりも周りに少しの空間があるときに固有振動数が低下しており、箱の幅の80%の幅で配置されているときに最も小さい値になっている。これは平均的な管配列を対象としている従来方法では適用が難しいことを示している。

減衰比については図示していないが、円柱の直径が零の場合は減衰比が0.00042に対して、円柱の直径がピッチに対する割合が0.8の場合は0.0008程度で、少し増加している。しかし、いずれも小さいので減衰はないと考えて差支えないと思われる。

5. 穴あき箱形

容器の壁に穴が開いた影響について調べてみた。図

Fig. 6 Reduced natural frequency on various width ratio (mode 0:1)

Fig. 7 Box with open holes

7に示すように箱形の左右の壁に穴をあけ、音圧が逃げていく通路を設け、この穴が音響に与える影響について検討した。開口率を W_0/W_c で表す。開口率を変えてそれぞれの開口率で音圧の周波数特性を求めた。計算は $m:n=0:1$ のモードを対象に行った。

周波数特性の計算結果の一部を図8に示す。開口率が零の場合は密閉の箱を表すが、これは振動数の小さい所にシュープな山がある。穴をあけると山は振動数の高いほうへ移動し、なだらかな形になる。これは固有振動数は高いほうへ移り、減衰比も大きい方へ変化することを示している。周波数応答から、計算で得られた各開口率における固有振動数を図9減衰比を図10に示す。開口率が大きくなるにつれて振動数、減衰

比共に大きくなっていることがわかる。

6. 二平板(モード0:1)

6・1 円柱なし 開口率が1の場合は二平板間の振動となる。このときの音圧の振動モードを図11に示す。等音圧線が開口から外へはみ出しており、音圧の伝ばによりエネルギーが消散し、減衰比が増加している状況がわかる。モード($m:n=0:1$)の振動を対象にダクトの長さの影響について調べた。円柱は含まれていない。音源は平板の中央の壁を振動させてこれを音源とした。計算の結果を図12, 13に示す。

幅に比べて長さが短い場合は振動数、減衰比ともに大きくなっている。長さが短いと、長さに比べて開口率が相対的に増加することになり、進行波となって音

Fig. 8 Frequency response curve of sound pressure

Fig. 9 Reduced natural reduced frequency of box with various open rate

Fig. 10 Damping ratio with various open rate

Fig. 11 The sound pressure mode of open rate=1.0

Fig. 12 Reduced natural frequency of 2 plates with various aspect ratio (mode 0:1)

Fig. 13 Damping ratio of 2 plates with various aspect ratio (mode 0:1)

波が伝ばし、エネルギーが消散しやすくなり、減衰が大きくなったと思われる。また、開口率が大きいと音圧は x 軸(開口方向)方向へもこう配を持つので、 x 方向のモード(厳密には 2:1 モードと考えるべきではあるが)が加わり、振動数が高くなると思われる。長さが長くなると、 x 軸方向の波が伝わり難くなり、減衰も減少して、箱形のデータに近くなっていることがわかる。

6・2 円柱あり 図 14 に示すような二平板 ($L_c/W_c=2$) の間に 32 本の円柱がある場合の音響特性について、計算を行った。振動のモードは ($m:n=0:1$) を対象とし、管の直径を変えることにより、管群のピッチ比を変え、各ピッチ比ごとに固有振動数と減衰を求めた。励振源は箱形の場合と同様に円柱 1, 2 に流体力による圧力が生じていると仮定して、これを音源とした。ピッチ比に対する固有振動数の変化を図 15 に、減衰比の変化を図 16 に示す。

固有振動数は円柱の直径とピッチの比が大きくなるに従って小さくなっており、これは箱形の容器内の現象と傾向は同じである。振動数の減少の割合を考えると円柱直径とピッチの比が 0.8 のときに、箱形が 77.99% に減少したのに対して、二平板では 80.11% で、両者にほとんど差がない。減衰比は図 14 に示すように円柱の直径が大きくなるに従って減少している。これは、円柱のために空間が狭まり、外へ逃げていく音波がその分だけ少なくなったためと思われる。

Fig. 14 Shape of the two plates with tubes

Fig. 15 Reduced natural frequency of 2 plates with tube bundles of various pitch ratio (mode 0:1)

二平板の場合の減衰比は 0.02~0.03 の間にあり、密閉された箱形(0.000 2-4)に比べ、かなり大きくなっていることがわかる。減衰比が大きくなっていることは加振の種類や場所の影響を受けやすくなるの事を意味している。それで音源の種類と場所を変えて振動数と減衰を求めた。音源は平板を振動させる方法と円柱の表面に圧力差を加える方法を採用した。計算の結果を表 2 に示す。

振動数の変化は比較的小さく、標準偏差は 0.2% であった。減衰比の偏差値は少し大きく、5.5% であった。しかし、いずれも変化は小さく、減衰比が 0.04 程度の場合は、どのような加振でも大差ないことが伺える。

6・3 円柱列数の影響 次に管群の列数が変化した場合の影響を調べた。4 行 8 列の円柱群の列を両端から 2 列ずつ取り除き、それぞれの本数で計算を進めた。得られた結果の固有振動数を図 17、減衰比を図 18 に示す。固有振動数は円柱の列数が多くなるに従い、単調に減少しているが、減衰比は管群が 4 列と 6 列の場合に小さくなっている。この原因はさだかではないが、お互いの干渉などで減衰比が低下したものと思われる。

Table 2 The difference of frequency and damping ratio depending on the position of sound source (mode 0:1)

Position of Sound Source	Calculated Frequency	Calculated Damp Ratio
Wall Vibration (Center)	2.7049	0.02306
Wall Vibration (Tip)	2.6926	0.02642
Cylinder No.1 Pressure	2.7038	0.02319
Cylinder No.4 Pressure	2.6930	0.02313
Cylinder No.5 Pressure	2.6891	0.02378
Cylinder No.8 Pressure	2.6864	0.02316
Mean Value	2.6950	0.02386
Standard Deviation	0.0066 (0.24%)	0.00264 (5.5%)

Fig. 16 Damping ratios of 2 plates with tube bundles of various pitch ratio (mode 0:1)

7. 二平板間(モード 2:0)

これまで y 軸方向の振動を対象としていたが、今度は図 12 に示した二平板と円柱があるときの x 軸方向の振動 ($m:n=2:0$) について検討する。まず、円柱がない場合の音源による振動の変化の状況を検討した。しかし、円柱が全くなければ圧力による振動の計算ができないので、円柱直径とピッチとの比が 0.01 の小さな円柱を置いた。計算の結果を図 19 に示す。横軸の番号は音源の種類と場所を記している。

図 19 からわかるように音源の種類と場所によって大きく変化している。減衰比は 0.8~1.4 程度で大変大きく、そのために振動が発生しにくい状態にあることが伺える。これらの減衰比は臨界減衰比を越えており、共振振動は発生しないことを示している。しかし、自励振動で重要なのは減衰が零のときの固有振動数 (ω_n) である。このような観点からみた固有振動数であるから、減衰比が大きい場合も固有振動数が存在している。しかし、なだらかな周波数応答曲線から固有振動数を求めるのは誤差が混入すやすく、円柱 1, 5, 6 に圧力差が生じた場合は固有振動数の特定ができなかった。このように減衰比が大きい場合は、励振源の場

Fig. 17 The effect of number of columns on reduced natural frequency (mode 0:1)

Fig. 18 The effect of columns on damping ratio (mode 0:1)

所と種類によって音響特性値がかなり変化し、固有振動数の特定も複雑になることがわかった。

以上は円柱の直径が極めて小さい場合の現象であるが、円柱直径のピッチの比が 0.8 の場合についても同様な計算を行った。しかし、結果は同じで、音源の場所によって特性が大きく変化することは変わらないことがわかった。

そこで、32 本の円柱すべてにカルマン渦による圧力差が生じていると仮定して、円柱直径の影響について調べた。計算の結果を図 20 に示す。円柱の直径が大きくなるにつれて振動数、減衰比ともに増加していることがわかる。しかし、変化の割合は単調で大きな影響はないことがわかった。

8. 結 論

境界要素法を用いて、音源の周波数と音圧の関係を明らかにし、これを用いて音響の固有振動数と減衰比について計算を行った。計算は二次元空間を対象としたが、その結果次のことが明らかになった。

(1) 矩形箱形の固有振動数を計算した結果、理論

Fig. 19 Reduced natural frequency and damping ratio of various sound source in 2 parallel plates (mode 2:0)

Fig. 20 Effect of tube bundle on the natural reduced frequency and damping ratio of 2 parallel plates (mode 2:0)

値と良く一致しており、また、円柱が等分に配置されているときの簡易計算式と本計算結果も一致している。これらを考慮すると固有振動数に関しては満足な結果が得られると思われる。

(2) 減衰比については直接比較するものないが、密閉容器の中の減衰比が十分に小さいこと、穴をあけると減衰比が増加していくこと、また、解放端方向の振動モードではさらに減衰比が大きくなることなどは実際の現象でも考えられる傾向であり、ほぼ満足な値が得られたと思われる。

(3) 減衰比が小さい場合は音源をどこに置いても固有振動数や音圧のモードがほとんど変化しない。しかし、減衰比が大きくなると、音源の種類や場所で音響特性が変化するので、実際の現象に合った音源を用いて計算することが必要である。

(4) 円柱の影響は振動数を増加させる場合(0:1

モード)と減少させる場合(2:0モード)がある。したがって音響特性の特定には円柱の配置を考慮した計算が必要である。しかし、円柱は減衰比にあまり影響を及ぼさないようである。

本方法は比較的簡単に減衰比が得られるので、今後の気柱振動の発生判別に利用して行きたい。

文 献

- (1) 田中博喜・松添潤吾・ほか2名, 管群で生じる気柱振動の研究, 日本機械学会九州支部佐賀地方講演会講演論文集, No. 963-3(1996-11), 276-278.
- (2) 巖忠森・田中博喜・ほか2名, 気柱振動発生の一推定法, 機論, **63**-612, B(1997) 125-130.
- (3) 巖忠森・田中博喜・ほか2名, 気柱振動時の系の減衰係数の一推定法, 機論, **62**-604, B(1996), 128-132.
- (4) Blevins, R. D., Acoustic modes of heat exchanger tube bundles. *J. Sound Vib.*, **109**-1(1986), 19-31.