剛体運動系のモデル獲得と制御*

(第1報, 磁気浮上系における剛体の慣性パラメータと電磁力特性の獲得)

安 東 隆 志^{*1}, 岩 壺 卓 三^{*2}Obtaining a Model and Control for a Rigid Body Motion System
(1st Report, Obtaining Inertia Parameters of a Rigid Body and Electromagnetic characteristics for a Magnetic Levitation System)

Takashi ANDO and Takuzo IWATSUBO

This paper proposes a control method for a nonlinear rigid body motion system using motion system learning. Motion learning is defined as achievement of an objective motion control by obtaining a model of the motion system. The proposed control structure consists of feedback controllers to stabilize the unstable motion system, a gain tuner to obtain the nonlinear model and linearize the motion system; and an inverse motion system to generate inputs to be applied to the linearized motion system. The obtained model is described as series of weighted basis functions, and the explicit learning rules of weights are derived using Popov's hyperstable theory. The tuning rules of feedback gains are determined using the obtained nonlinear models. Further, this paper shows the high performance of the proposed method demonstrating an experiment of the tracking desired trajectory in the electromagnetic levitation and positioning system.

Key Words: Motion Control, Adaptive Control, Learning, Positioning, Electromagnetic Actuator, Non-Linear System, Inverse Dynamics

1. 緒 言

高速かつ高精度な剛体の軌道追従制御をおこなうためには, その剛体運動系の逆動力学を構成することによりフィードフォワード制御をおこなうことが最も効果的である。しかし, 駆動系に電磁力を用いる場合, その駆動特性が位置または角度に依存する非線形性を持ち, しかも発熱などにより駆動特性が変動するので, このような剛体運動系のモデルを獲得し, 逆動力学を構成することは非常に困難となる。

このような背景のもとに, 適応制御では非線形性の補償と逆動力学の獲得が試みられており, 学習による運動系の制御へと発展してきている。辻⁽¹⁾らは非線形系に対してニューラルネットワークを併用した適応制御を提案した。Sanner⁽²⁾らはガウシアン基底関数 (GRBF) を用いて非線形性をネットワーク表現し, 非線形系の適応制御を提案した。Hao⁽³⁾らはGRBFネットワークを用いて磁気浮上系での適応非線形制御を

おこなった。Kemal⁽⁴⁾らはロボットマニピュレータに対し, 複数のモデルから高速にモデルを獲得する手法を提案した。

しかし, これまでの研究では制御対象モデルの獲得と非線形補償を一つの処理系でおこなっているため, 処理装置にかかる負担が大きい。今後さらに高速化が要求され, しかも多変数系を扱わなければならないと, さらに高速な処理装置が必要となり, 高価で高性能なハードウェアに制御性能が強く依存することが予測される。したがって, ハードウェアの性能向上に期待するこれまでの手法では, コストや信頼性において問題を残すことになる。

そこで, 不確定な運動系に対する制御性能の向上と分散による処理装置の負担の軽減, 高速化を目的として, 1) 駆動系に存在する非線形モデルの獲得, 2) 獲得した非線形モデルを用いた運動系の線形化, 3) 線形化された運動系の逆動力学構成による高性能な運動制御を実現するための手法を提案する。本研究では運動モデルを獲得し, そのモデルを用いて逆動力学を構成することにより目的の運動を達成することを運動学習と呼ぶ。また, 提案する手法を磁気浮上系に

* 原稿受付 1997年11月18日。

^{*1} 正員, 兵庫県立工業技術センター (〒654-0037 神戸市須磨区行平町3-1-12)。^{*2} 正員, 神戸大学工学部 (〒657-0013 神戸市灘区六甲台町1-1)。

Fig.1 A rigid body motion system

適用し、磁力により浮上したテーブルの運動軌道を目標軌道に追従させる実験をおこなう。この実験により、テーブルが高速に目標軌道に追従することを確認し、提案する手法の有効性を示す。

2. 剛体運動系の定式化

2.1 運動方程式の導出 本論文では、電磁力により剛体を空中で非接触支持し、面内運動させる問題を考える。図1に非接触支持されるテーブルと、それを運動させるための電磁石の配置、渦電流式非接触変位センサの配置を示す。図中に示す記号を用いて運動方程式を次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= f_1 + f_2 \\ I_z\ddot{\theta} &= -(l_M - y_G)f_1 + (l_M + y_G)f_2 - (l_M + x_G)f_3 \\ m\ddot{y} &= f_3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 x , y はそれぞれ x 軸, y 軸方向の変位, θ は z 軸まわりの回転である。 m は物体の質量, I_z は重心を通る z 軸まわりの慣性モーメント, l_M は座標軸から電磁石の力の中心線までの距離, l_S は座標軸から変位センサの中心線までの距離, x_G, y_G は浮上物体の重心位置である。 f_i は電磁石によって発生する電磁力であり、次式で与える。

$$f_i = k_{Pi}(y_i)i_{Pi}^2 - k_{Ni}(y_i)i_{Ni}^2 \quad (2)$$

ここに、 $k_{Pi}(y_i)$, $k_{Ni}(y_i)$ は電磁石のギャップに依存する非線形性を表す関数であり、 i_{Pi} , i_{Ni} はそれぞれ電磁石 EM_{Pi} , EM_{Ni} を駆動する電流である。電気系の時定数は運動系の時定数よりも十分小さく、コイルインダクタンスの影響は無視できるので、正負の電磁石の抵抗をそれぞれ R_{Pi} , R_{Ni} とすると、駆動電流 i_{Pi} , i_{Ni} と電磁石の端子電圧 v_{Pi} , v_{Ni} の関係はオームの法則により $i_{Pi} = v_{Pi}/R_{Pi}$, $i_{Ni} = v_{Ni}/R_{Ni}$ となる。そこで、電磁石の端子電圧を次式で与える。

$$v_{Pi} = p_i(v_{Bi} + v_i)^{1/2} \quad (3)$$

$$v_{Ni} = p_i(v_{Bi} - v_i)^{1/2} \quad (4)$$

ここに、 v_i はコントローラの制御出力、すなわち電磁石の制御信号、 v_{Bi} は一定のバイアス電圧、 p_i は制御電

圧の増幅率である。オームの法則と式(2), (3), (4)により、制御量 v_i と電磁力 f_i の関係は次式で与えられる。

$$f_i = k_i(y_i)v_i + f_{Di}(y_i) \quad (5)$$

$$k_i(y_i) = p_i^2 \left(\frac{k_{Pi}(y_i)}{R_{Pi}^2} + \frac{k_{Ni}(y_i)}{R_{Ni}^2} \right) \quad (6)$$

$$f_{Di}(y_i) = p_i^2 v_B \left(\frac{k_{Pi}(y_i)}{R_{Pi}^2} - \frac{k_{Ni}(y_i)}{R_{Ni}^2} \right) \quad (7)$$

この式から f_i が変位に依存する非線形性 $k_i(y_i)$, $f_{Di}(y_i)$ を含むことがわかる。変位センサの出力 y_i に対する運動方程式を導くための座標変換をおこなう。座標変換式

$$\begin{bmatrix} x \\ l_S\theta \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

を用いると、運動方程式(1)は

$$M\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{L}(\mathbf{y})\mathbf{K}(\mathbf{y})\mathbf{v} + \mathbf{L}(\mathbf{y})\mathbf{f}_D(\mathbf{y}) \quad (9)$$

となる。式(8)の θ には左辺のベクトルの次元をそろえるために l_S がかけてある。ここに、 $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T$, $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$, $\mathbf{K}(\mathbf{y}) = \text{diag}\{k_1(y_1), k_2(y_2), k_3(y_3)\}$, $\mathbf{f}_D(\mathbf{y}) = [f_{D1}(y_1) \ f_{D2}(y_2) \ f_{D3}(y_3)]^T$, $\mathbf{M}$ は慣性行列, $\mathbf{L}(\mathbf{y})$ はアクチュエータの配置によって決まる行列であり、

$$\mathbf{M} = m \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ -0.5I_z/ml_Sl_M & 0.5I_z/ml_Sl_M & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{L}(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 + y_G/l_M & 1 + y_G/l_M & -1 - x_G/l_M \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

m は精密に計測することができるが、 I_z , x_G , y_G が未知であるので、 $\mathbf{M}$, $\mathbf{L}(\mathbf{y})$ は不確定な行列となる。

2.2 非線形フィードバック系の導出 運動系を安定化するためのフィードバック系を導く。運動方程式に対し、制御量 $\mathbf{v}$ に対するフィードバック制御則を次式で与える。

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}_D\dot{\mathbf{y}} - \mathbf{K}_P(\mathbf{y} - \mathbf{u} + \mathbf{u}_B) \quad (12)$$

ここに、 $\mathbf{K}_P = \text{diag}\{k_{P1}, k_{P2}, k_{P3}\}$ は比例ゲイン, $\mathbf{K}_D = \text{diag}\{k_{D1}, k_{D2}, k_{D3}\}$ は微分ゲイン, $\mathbf{u}$ はプラントへの入力, $\mathbf{u}_B$ はドリフト $\mathbf{f}_D$ を補償するためのバイアス入力である。式(9)に式(12)を代入することにより、非線形フィードバック系が導かれる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_D\mathbf{K}(\mathbf{y})\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_P\mathbf{K}(\mathbf{y})(\mathbf{y} - \mathbf{u}) \\ = \mathbf{f}_D(\mathbf{y}) - \mathbf{K}_P\mathbf{K}(\mathbf{y})\mathbf{u}_B \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{y}) &= \mathbf{L}(\mathbf{y})^{-1}\mathbf{M} \\ &= 0.5m \begin{bmatrix} 1 + 0.5\nu_1(\mathbf{y}) & -0.5\nu_2(\mathbf{y}) & -\nu_3(\mathbf{y}) \\ -0.5\nu_1(\mathbf{y}) & 1 + 0.5\nu_2(\mathbf{y}) & \nu_3(\mathbf{y}) \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

Fig.2 Shapes and locations of basis functions ($n = 6$)

$$\begin{aligned} & [\nu_1(y) \ \nu_2(y) \ \nu_3(y)]^T \\ &= \begin{bmatrix} I_Z/ml_S l_M + y_G/l_M - x_G/l_M \\ I_Z/ml_S l_M - y_G/l_M - x_G/l_M \\ 1 - x_G/l_M \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

3. 非線形性のモデル化とゲイン調整

3.1 ゲイン調整による線形化 まず, ゲイン調整による運動系の線形化について述べる. もし, 定数行列 $\mathbf{A} = \text{diag}\{a_1 \ a_2 \ a_3\}$, $\mathbf{B} = \text{diag}\{b_1 \ b_2 \ b_3\}$ を用いて

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{A}\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{y}) \quad (16)$$

$$\mathbf{K}_P = \mathbf{B}\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{y}) \quad (17)$$

$$\mathbf{u}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{f}_D(\mathbf{y}) \quad (18)$$

となるように調整することができれば, 式(13)における非線形性 $\mathbf{K}(\mathbf{y})$, $\mathbf{f}_D(\mathbf{y})$ は線形化され,

$$\mathbf{J}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{A}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{B}(\mathbf{y} - \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (19)$$

となる. この制御系に対して逆動力系を構成することにより, 目標軌道から入力を与える. すなわち,

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{J}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}}_M + \mathbf{A}\dot{\mathbf{y}}_M + \mathbf{B}\mathbf{y}_M) \quad (20)$$

とおく. ここに, $\mathbf{y}_M = [y_{M1} \ y_{M2} \ y_{M3}]^T$ は目標軌道である. 式(20)を式(13)に代入して整理することにより

$$\mathbf{J}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}\mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (21)$$

ここに, $\mathbf{e} = \mathbf{y}_M - \mathbf{y}$ である. したがって, 式(21)が安定になるように $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ を設定することにより $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$ とすることができ, 剛体の変位を目標軌道に一致させることができる. しかし, 現実には, $\mathbf{K}(\mathbf{y})$, $\mathbf{f}_D(\mathbf{y})$, $\mathbf{L}(\mathbf{y})$, $\mathbf{M}$ が未知であるため, このままでは式(16)~(18), (20)を実現することはできない. そこで, 次にこれらの未知パラメータと非線形性をモデルとして獲得する手法を述べる.

3.2 非線形性のモデル化 運動系の非線形性のモデル化について述べる. まず, $\mathbf{K}(\mathbf{y})$ と $\mathbf{f}_D(\mathbf{y})$ を連続1次独立な関数 ϕ_j ($j = 1 \dots n$) を用いて次式のようにモ

デル表現できるものと仮定する.

$$k_i(\mathbf{y}_i) = \sum_{j=1}^n w_{ij}^K \phi_j(\mathbf{y}_i) \quad (22)$$

$$f_{Di}(\mathbf{y}_i) = \sum_{j=1}^n w_{ij}^D \phi_j(\mathbf{y}_i) \quad (23)$$

ここに, w_{ij}^D , w_{ij}^K は重み係数である. このように基底関数を用いた表現をおこなうためには (a) 非線形性が有界であること, (b) 非線形性が連続で滑らかであることが前提条件となる. 一般に制御対象に含まれるパラメータが無限大となることは考えられないので, 前提条件 (a) は自然に満たされ, 磁気浮上系においては乾性摩擦が作用しないため, 前提条件 (b) も満たされる. ここで, 基底関数群 ϕ_j として, 図2に示すように中心 θ_j に最大値を持ち, その前後に滑らかに減少する関数を選んで配置すると, 式(22), (23)により非線形性を滑らかに表現することができる. そこで, 基底関数を次式で与える.

$$\phi_j(\mathbf{y}_i) = \left\{ 1 - \frac{1}{1 + e^{\sigma(\mathbf{y}_i - \theta_j)}} \right\} \frac{1}{1 + e^{\sigma(\mathbf{y}_i - \theta_j)}} \quad (24)$$

ここに, σ は基底関数の広がりを決める関数である. 式(24)で基底関数を表現する理由は4.2節で説明する. 非線形な特性を式(22), (23)のように表現することによって, 未知の非線形性を推定する問題は重み係数 w_{ij}^D , w_{ij}^K を推定する問題に置き換えることができる. w_{ij}^D , w_{ij}^K は駆動系に存在する未知の非線形性の真値を与えるので, 制御系に獲得される非線形モデルを次式で与える.

$$\hat{k}_i(\mathbf{y}_i) = \sum_{j=1}^n \hat{w}_{ij}^K \phi_j(\mathbf{y}_i) \quad (25)$$

$$\hat{f}_{Di}(\mathbf{y}_i) = \sum_{j=1}^n \hat{w}_{ij}^D \phi_j(\mathbf{y}_i) \quad (26)$$

ここに, $\hat{w}_{ij}^D$, $\hat{w}_{ij}^K$ は w_{ij}^D , w_{ij}^K の推定値である.

3.3 ゲイン調整則 運動軌道 $\mathbf{y}$ を目標軌道 $\mathbf{y}_M$ に一致させるためのゲイン調整則について述べる. 非線形モデル(25), (26)を用いて, k_{Di} , k_{Pi} , u_{Bi} の調整則を次式で与える.

$$k_{Di} = \frac{a_i}{\hat{k}_i(\mathbf{y}_i)} \quad (27)$$

$$k_{Pi} = \frac{b_i}{\hat{k}_i(\mathbf{y}_i)} \quad (28)$$

$$u_{Bi} = \frac{\hat{f}_{Di}(\mathbf{y}_i)}{b_i} \quad (29)$$

すなわち, $\mathbf{K}_D = \mathbf{A}\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{y})^{-1}$, $\mathbf{K}_P = \mathbf{B}\hat{\mathbf{K}}(\mathbf{y})^{-1}$, $\mathbf{u}_B = \mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{f}}_D(\mathbf{y})$ となる.

逆動力系を構成するため, まず, 慣性モーメントを次式により推定する.

$$\hat{I}_Z = \hat{w}_0^I ml_M l_S \quad (30)$$

次に, 重心位置 x_G, y_G はテーブルとともに移動するので, 次式で推定する.

$$\hat{x}_G = x + \dot{w}_0^X l_S \quad (31)$$

$$\hat{y}_G = y + \dot{w}_0^Y l_S \quad (32)$$

4. 学習による非線形モデル獲得

4.1 誤差システムの導出と漸近安定条件 ここでは, 目標軌道と運動軌道の誤差システムを導出し, その誤差が漸近収束するための条件を与える.

まず, 逆動力学を用いて運動系の入力 $\mathbf{u}$ を次式で与える.

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1}(\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}}_M + \mathbf{A}\dot{\mathbf{y}}_M + \mathbf{B}\mathbf{y}_M) \quad (33)$$

ここに, $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{y})$ は $\mathbf{J}(\mathbf{y})$ を推定する行列であり, 式(14), (15), (30)~(32)を用いて推定する.

次に, 式(13)に式(22), (23), (25)~(29), (33)を代入して整理することにより, 次の誤差システムが得られる.

$$\mathbf{J}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}\mathbf{e} = -\mathbf{r} \quad (34)$$

$$\mathbf{r} = \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}}_M - \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{y})\mathbf{v}_{FB} - \tilde{\mathbf{f}}_D(\mathbf{y}) \quad (35)$$

また, 誤差出力を次式で与える.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{e} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{e}} \quad (36)$$

ここに, $\mathbf{v}_{FB} = \text{diag}\{v_{FB1}, v_{FB2}, v_{FB3}\}$ とし,

$$v_{FBi} = -\frac{1}{\hat{k}_i(y_i)}\{a_i\dot{y}_i + b_i(y_i - u_i) + \hat{f}_{Di}(y_i)\} \quad (37)$$

である. また,

$$\tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{y}) = \hat{\mathbf{K}}(\mathbf{y}) - \mathbf{K}(\mathbf{y}) \quad (38)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_D(\mathbf{y}) = \hat{\mathbf{f}}_D(\mathbf{y}) - \mathbf{f}_D(\mathbf{y}) \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{y}) &= \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{y}) - \mathbf{J}(\mathbf{y}) \\ &= \frac{m}{4} \begin{bmatrix} \tilde{\nu}_1(\mathbf{y}) & -\tilde{\nu}_2(\mathbf{y}) & -2\tilde{\nu}_3(\mathbf{y}) \\ -\tilde{\nu}_1(\mathbf{y}) & \tilde{\nu}_2(\mathbf{y}) & 2\tilde{\nu}_3(\mathbf{y}) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

である. 以後 $\tilde{*} = \hat{*} - *$ とする.

Popov の超安定論⁷⁾によれば, 式(34)が強正実となるように $\mathbf{C}$ を決定し, 式(35)と式(36)に対して, 次の積分不等式

$$\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{r} dt \geq -\delta^2 \quad (41)$$

が成立すれば, 誤差システム(34)は漸近収束する. ここに, $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ は $\boldsymbol{\varepsilon}$ の転置ベクトル, δ^2 は t に依存しない正の定数である.

4.2 非線形モデル獲得のためのパラメータ学習則

非線形モデル獲得に必要なパラメータの学習則をここで述べる. まず, 非線形性をモデル化するパラメータ学習則を次式で与える.

$$\dot{w}_{ij}^K = -\alpha_K \varepsilon_i \phi_j(y_i) v_{FBi} \quad (42)$$

$$\dot{w}_{ij}^D = -\alpha_D \varepsilon_i \phi_j(y_i) \quad (43)$$

ここに, α_K, α_D は正の定数である. 次に, 重心位置と重心まわりの慣性モーメントを推定するためのパラメータ学習則を次式で与える.

$$\dot{w}_0^I = \alpha_I \ddot{\theta}_M (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (44)$$

$$\dot{w}_0^X = \alpha_X \ddot{y}_M (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (45)$$

$$\dot{w}_0^Y = \alpha_Y \ddot{x}_M (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (46)$$

ここに, $\alpha_I, \alpha_X, \alpha_Y$ は正の定数である.

系 1 学習則(42)~(46)は積分不等式(41)を満足する.

証明 式(35)を式(41)に代入して

$$\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{r} dt = \int_0^t \{\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}}_M - \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{y})\mathbf{v}_{FB} - \tilde{\mathbf{f}}_D(\mathbf{y})\} dt \quad (47)$$

第1項について

$$\begin{aligned} \int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}^T \tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{y})\ddot{\mathbf{y}}_M dt &= \int_0^t \left\{ \underbrace{\tilde{w}_0^I \ddot{\theta}_M (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}_{\dot{w}_0^I / \alpha_I} + \underbrace{\tilde{w}_0^X \ddot{y}_M (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}_{\dot{w}_0^X / \alpha_X} + \underbrace{\tilde{w}_0^Y \ddot{x}_M (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}_{\dot{w}_0^Y / \alpha_Y} \right\} dt \\ &= \int_0^t \left\{ \frac{1}{\alpha_I} \tilde{w}_0^I \dot{w}_0^I + \frac{1}{\alpha_X} \tilde{w}_0^X \dot{w}_0^X + \frac{1}{\alpha_Y} \tilde{w}_0^Y \dot{w}_0^Y \right\} dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^t \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{\alpha_I} (\tilde{w}_0^I)^2 + \frac{1}{\alpha_X} (\tilde{w}_0^X)^2 + \frac{1}{\alpha_Y} (\tilde{w}_0^Y)^2 \right\} dt \\ &\geq -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\alpha_I} (\tilde{w}_0^I)^2 + \frac{1}{\alpha_X} (\tilde{w}_0^X)^2 + \frac{1}{\alpha_Y} (\tilde{w}_0^Y)^2 \right]_{t=0} \\ &\equiv -\delta_1^2 (\text{定数}) \end{aligned} \quad (48)$$

第2項について同様に

$$\begin{aligned} -\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}^T \tilde{\mathbf{K}}(\mathbf{y})\mathbf{v}_{FB} dt &= -\frac{1}{\alpha_K} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n \int_0^t \underbrace{\tilde{w}_{ij}^K \varepsilon_i \phi_j(y_i) v_{FBi}}_{-\dot{w}_{ij}^K / \alpha_K} dt \\ &\geq -\frac{1}{2\alpha_K} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n [(\tilde{w}_{ij}^K)^2]_{t=0} \\ &\equiv -\delta_2^2 (\text{定数}) \end{aligned} \quad (49)$$

第3項について同様に

$$\begin{aligned} -\int_0^t \boldsymbol{\varepsilon}^T \tilde{\mathbf{f}}_D(\mathbf{y}) dt &= -\frac{1}{\alpha_D} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n \int_0^t \underbrace{\tilde{w}_{ij}^D \varepsilon_i \phi_j(y_i)}_{-\dot{w}_{ij}^D / \alpha_D} dt \\ &\geq -\frac{1}{2\alpha_D} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n [(\tilde{w}_{ij}^D)^2]_{t=0} \\ &\equiv -\delta_3^2 (\text{定数}) \end{aligned} \quad (50)$$

Fig.3 Block diagram of control structure

式(48), (49), (50)から

$$\int_0^t \epsilon^T \mathbf{r} dt \geq -(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2) \equiv -\delta^2 \quad (51)$$

となり, 式(41)が成立する. 学習則(42)~(46)により, 非線形モデル(25), (26), (30)~(32)が獲得される.

実際に計算機を用いて学習則(42)~(46)を計算するためには, 時間に関して離散化をおこなう必要がある. たとえば, 式(42)に対して, $\dot{w}_{ij}^K(t) = \dot{w}_{ij}^K(kT) = \dot{w}_{ij}^K[k]$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)とすると, $\dot{w}_{ij}^K = (\dot{w}_{ij}^K[k+1] - \dot{w}_{ij}^K[k])/T$ のように差分近似し, $\dot{w}_{ij}^K[k+1] = \dot{w}_{ij}^K[k] + T\alpha_K \epsilon_i[k]\phi_i(y_i[k])v_{FBi}[k]$ のように計算する. 他の学習則についても同様である.

学習則(42), (43)は基底関数 $\phi_j(y_i)$ を含んでおり, これらの基底関数が同時に値を持つと, $\dot{w}_{ij}^K, \dot{w}_{ij}^D$ の学習に干渉が生じる. そこで, $\phi_j(y_i)$ が y_i のある区間において値を持ち, その区間以外では0となるように設定すると, $\phi_j(y_i)$ が値を持つ区間において学習がおこなわれ, その区間以外では学習がおこなわれない. この区間を基底関数ごとに重なり合わないよう配置することにより, 学習の干渉を避けることができる. 以上のような性質に加え, 連続で滑らかな非線形性を表現するためには, $\phi_j(y_i)$ がある値を中心として, その左右に0へ減少して行くような形状でなければならない. 基底関数を式(24)に選んだ理由は, これらの条件を満足しているからである.

パラメータ $w_{ij}^K, w_{ij}^D, w_0^I, w_0^X, w_0^Y$ を推定することにより非線形モデルを獲得すると同時に, その獲得したモデルを用いて $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{y}), \mathbf{K}_D, \mathbf{K}_P, \mathbf{u}_B$ の調整と逆動力学を構成することにより, 目的の運動を達成することを運動学習と呼ぶ.

4.3 強正実であるための条件 ここでは, 式(34)が強正実となるためにCに課せられる条件を与える.

簡単のため,

$$\mathbf{A} = a\mathbf{I} \quad (52)$$

$$\mathbf{B} = b\mathbf{I} \quad (53)$$

$$\mathbf{C} = c\mathbf{I} \quad (54)$$

とする. ここに, a, b, c は正の定数である. $\mathbf{T}$ を $\mathbf{J}(\mathbf{y})$ の対角化行列, すなわち, $\mathbf{T}^{-1}\mathbf{J}(\mathbf{y})\mathbf{T} = \text{diag}\{\mu_1 \mu_2 \mu_3\}$ とし, $\mathbf{T}\epsilon = \epsilon, \mathbf{T}\eta = \mathbf{e}, \mathbf{T}\tau = \mathbf{r}$ とおくと式(34), (36)は

$$\mu_i \ddot{\eta}_i + a\dot{\eta}_i + b\eta_i = -\tau_i \quad (55)$$

$$\epsilon_i = \eta_i + c\dot{\eta}_i \quad (56)$$

のように変換され, 次の状態方程式が得られる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_i \\ \ddot{\eta}_i \end{bmatrix} = \mathbf{A}_E \begin{bmatrix} \eta_i \\ \dot{\eta}_i \end{bmatrix} + \mathbf{b}_E(-\tau_i) \quad (57)$$

$$\mathbf{A}_E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b/\mu_i & -a/\mu_i \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$\mathbf{b}_E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (59)$$

この式にKalman-Yakobuvovichの補助定理⁽⁹⁾を適用する. すなわち, 正定対称行列 $\mathbf{P}(2 \times 2)$, $\mathbf{Q} = \text{diag}\{q \ q\}$ ($q > 0$)および, $\mathbf{c} = [1 \ c]$ を用いてLyapunov方程式を与える.

$$\mathbf{A}_E^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_E = -\mathbf{Q} \quad (60)$$

$$\mathbf{b}_E^T \mathbf{P} = \mathbf{c} \quad (61)$$

これを解くことにより $c = \mu_i/a + \mu_i q/2a$, すなわち,

$$c > \max_{i=1,2,3} \left(\frac{\mu_i}{a} \right) \quad (62)$$

が得られる.

以上で得られた制御構造は, 図3のようにブロック図として示すことができる. このブロック図が示すように, 提案する制御構造は主としてフィードバック系, ゲイン調整系, 逆動力学の3つのブロックから成り立っている. フィードバック系は運動系を安定化し,

Table 1 Constants

α_D	α_K	α_I	α_X	α_Y	a	b	c
750.	75.	3.75	0.015	0.015	18.	600.	2.

Fig.4 Magnetic levitation and position system used in experiment

ゲイン調整系は非線形モデルを獲得すると同時に、獲得したモデルを用いて非線形フィードバック系の線形化をおこなう。そしてゲイン調整によって線形化されたフィードバック系に対し、剛体の持つ慣性パラメータを推定することで逆動力学を構成し、フィードフォワード制御をおこなっている。この制御構造ではフィードバック系と調整系を独立に構成することにより、処理系を分散することが可能である。

5. 軌道追従制御実験

5.1 実験装置の構成 提案する手法の有効性を確認するための実験に用いる磁気浮上位置決め機構について述べる。本機構は図4に示すように、中に組み込まれた正方形のテーブル (80mm×80mm×2mm, $m=0.15\text{kg}$) を吸引浮上させ、図1で示したようにx軸2組, y軸1組の電磁石で吸引することにより位置決めをおこなうものである。テーブルの可動範囲は $L[-1, +1](\text{mm})$ である。制御系はフィードバック系と調整系に分散されている。フィードバック(12)をDSP(TMS320C30, clock 33MHz)により実行し、サンプリングレートは5kHzである。また、フィードバックゲインの調整(27), (28), ドリフト補償(29)と学習によるパラメータ推定(42)~(46)をパーソナルコンピュータ(i486, clock 20MHz)により実行し、サンプリングレートは100Hzである。2つの処理は並列に実行されるが、PCが1回サンプルされる間に、DSPは50回

Fig.5 Objective trajectory

Fig.6 Tracking trajectory before motion learning

サンプルするので、この50個のサンプルデータを相加平均することにより、PCのサンプルデータとしている。すなわち、運動学習に用いる運動の出力信号は $\bar{y}_i = \frac{1}{50} \sum_{l=1}^{50} y_i(l)$ とする。こうすることにより、出力信号のノイズをろ過することができ、ノイズによる調整系の発散を防ぐことができる。今回の実験で用いた定数を表1に示す。

5.2 実験結果と考察 磁気浮上位置決め機構に対して本手法を適用し、軌道追従実験をおこなった結果について述べる。まず、図5に実験で用いた目標軌道を示す。この目標軌道は1辺が1.0mmで、対角線の交点が座標原点に一致する正方形となっている。ただし、回転運動が含まれていないので、 w_0^r は推定されない。このように目標軌道を選んだ理由は、回転運動によって測定対象が傾くと、渦電流式変位センサの距離計測に誤差が生じるという問題が発生するからである。また、位置決めの際には並進運動のみで目的は達せられるものと考えたからである。基底関数の数 $n=6$, 基底関数の広がり程度を決める定数 $\sigma=6.0$, パラメータの初期値を $\hat{k}_i(y_i)=400$, $\hat{f}_{Di}(y_i)=0$, $\hat{w}_0^X=0$, $\hat{w}_0^Y=0$, $\hat{w}_0^I=0.45$ となるように設定した。図6に目標軌道と学習前のテーブルの軌道を示す。学習前ではゲイン調整が働いていないため、 $f_D(y)$ の影響でテーブルの軌道は目標軌道から大きくずれている。図7に運動学習をおこなっているときの軌道追従誤差 e_i の挙動

Fig.7 Tracking errors during motion learning

Fig.8 Tracking trajectory after motion learning

を示す。非線形モデルが獲得されると同時にゲイン調整が働き始めると、テーブルの運動軌道は目標軌道に漸的に一致し始め、軌道追従性能が改善されていくことを示している。軌道追従誤差にみられる凹凸は、目標軌道である正方形の頂点から頂点に移動するときに見れる。この凹凸は移動するときの速度追従誤差、すなわち応答性能を示すものであり、電磁力の粘弾性を決める電磁石の力特性 $K(y)$ の推定精度の影響が顕著に現れる。学習が進行するに従い、この凹凸も小さくなり、応答性能が改善されいくことがわかる。図8に運動学習終了後のテーブルの軌道を示す。この図から軌道追従精度が運動学習前よりも改善されていることがわかる。いったん運動学習をおこなうと、制御系内に非線形モデルが獲得されると同時にゲイン調整が働き、剛体の運動軌道は目標軌道に一致する。

6. 結 言

本研究では、不確定な運動系に対する制御性能の向上と分散による処理装置の負担の軽減、高速化を目的として、1) 駆動系に存在する非線形モデルの獲得、2) 獲得した非線形モデルを用いた運動系の線形化、3) 線形化された運動系の逆動力学構成による高性能な運動制御を実現するための手法を提案した。本研究ではこのような制御手法を運動学習と呼び、この制御手法を用いて磁気浮上系での軌道追従制御実験をお

こなった。その結果、運動学習前では目標軌道から大きくずれていた剛体の運動軌道は、短時間の運動学習により目標軌道に追従することを確認し、軌道追従性能と応答性能が改善されることを示した。以上の結果から、本研究で提案する運動学習が剛体運動系の制御に対して有効であると結論できる。

文 献

- (1) 辻・ほか2名, 計測自制御学会論文集, **30-3**(1994), 295
- (2) R.M.Sanner and J.J.E.Slotine, IEEE Trans. on Neural Network, **3-6**(1992), 837
- (3) Hao・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, **32-1**(1996), 87
- (4) M.Kemal and Kumpati S.Narendra, The International Journal of Robotics Research, **15-6**(1996), 592
- (5) 富塚, 適応制御システムの理論と実際, オーム社(1981)
- (6) 安東・ほか2名, 計測自動制御学会第17回適応制御シンポジウム資料(1997), 75
- (7) V.M.Popov, Automation and Remote Control, **24**(1963), 1
- (8) I.D.Landau, Automatica, **10-4**(1974), 353
- (9) 金井, ロバスト適応制御, 計測自動制御学会(1990), 41
- (10) 中野, ニューロコンピュータの基礎, コロナ社(1990)