フレーム剛性が二輪車の直進安定性に及ぼす影響の解析*

青 木 章^{*1}, 西 見 智 雄^{*2}
岡 山 巧^{*2}, 片 山 硬^{*1}

Effects of Frame Rigidity on Straight-Running Stability of Motorcycles

Akira AOKI, Tomoo NISHIMI,
Takumi OKAYAMA and Tsuyoshi KATAYAMA

Six five-degree-of-freedom models and a ten-degree-of-freedom model incorporating frame rigidity of motorcycles have been developed. The models include torsional rigidity of the main frame and rear swing arm in the rolling direction; torsional rigidity of the front fork in the steering direction; and lateral bending rigidity of the main frame, front fork and rear swing arm. Computational results using the models, including damping properties and natural frequencies of weave and wobble modes, are presented, discussed and compared with experimental results. Conclusions are drawn about effects of frame rigidity on the stability of motorcycles during straight running from the calculations in the five-degree-of-freedom models. Implications for accurate modeling of motorcycle stability are derived from differences between the calculations in the ten-degree-of-freedom model and running experiments.

Key Words: Stability, Multi-Degree-of-Freedom System, Modeling, Motorcycle, Frame Rigidity, Weave, Wobble

1. まえがき

車両設計諸元とライダーの特性は、二輪車の操縦性安定性を規定する二つの大きな要素である。二輪車の操縦性安定性の研究は、近藤⁽¹⁾、傳⁽²⁾らによりその基礎が築かれた。その後、Sharp⁽³⁾の理論的な車両運動研究およびWeir⁽⁴⁾の操縦動作の研究が、契機となって更に大きな進展をみている。車両運動の研究では、これまで直進安定性に焦点をあてて研究が進められているが、理論的な研究を検証する走行実験結果と計算で必要となる車両の構成要素の力学的特性の実験データが不足しているのが現状である。また、ライダーの特性は、車両運動に係わるライダーの機械的な特性と操縦動作の二つに大別できるが、最近、これらについて実験とシミュレーションの両面から研究がなされている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

直進安定性に影響を及ぼす車両設計諸元としては、タイヤ特性、空力特性および車体特性に関する諸元がある。タイヤ特性については、一次遅れ要素を持って

力とモーメントが発生するという取り扱いがSharp⁽³⁾以来行われているが、SharpとJohnes⁽⁷⁾がタイヤ特性をより詳細に取り扱っても理論と実験の不一致は改善できないことを明らかにしている。空力特性については、Cooper⁽⁸⁾が実車風洞により二輪車の空力6分力を測定し、そのデータを用いた直進安定性の解析を行っている。この解析では抗力、揚力およびピッチングモーメントが高速走行時の前後輪の荷重移動に大きく寄与し、それが直進安定性に大きく影響を与えることを示している。

一方車体特性については、Sharp⁽⁹⁾がサスペンション特性を考慮した、二輪車の上下方向の自由度のみによるモデルから、ピッチングの振動モードが直進安定性の運動モードと連成する可能性を検討している。また、設計諸元の一つとして重要である、フレーム剛性を考慮した直進安定性の研究も近年進展している。これまでの研究⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾では、メインフレーム、フロントフォークおよびリヤスイングアームのねじりと曲げの剛性に関する6自由度の中から、直進安定性に影響を及ぼすと考えられる自由度を重点的に取り上げて検討している。しかしながら、フレーム剛性に関するより詳細な解析を行うためには、フレーム剛性の測定

* 原稿受付 1997 年 11 月 19 日。

^{*1} 正員, (財)日本自動車研究所(☎ 305-0822 つくば市荏原 2530)。^{*2} (財)日本自動車研究所。

方法と測定値の取得(14), およびこれまでに考慮されていないメインフレームの横曲げ剛性も含めた系統的な研究が必要である.

本研究では, 上記のフレーム剛性の6自由度が, 直進安定性に及ぼす影響を検討することを目的としている. 以下第2章では, まず, 本研究で採用する4自由度モデルについて述べ, 次に, フレーム剛性に関する自由度を, 4自由度モデルに各々1自由度ずつ付加した6種類の5自由度モデルについて述べる. さらに, フレーム剛性の6自由度をすべて考慮した10自由度モデルについて述べる. 第3章では, 6種類の5自由度モデルに基づく直進安定性の計算を行い, 各フレーム剛性の自由度が直進安定性に影響を及ぼす度合いを比較する. 第4章では, 10自由度モデルによる計算結果と走行実験結果を比較し, 二輪車の運動モデルの精度向上について検討する. 第5章では, 本研究で得られた結論を述べる.

2. フレーム剛性を考慮したモデル

ここで採用するフレーム剛性は, メインフレームのロール方向のねじりと横方向の曲げ, フロントフォークのステアリング方向のねじりと横方向の曲げ, およびリヤスイングアームのロール方向のねじりと横方向の曲げの合計六つである.

2・1 4自由度モデルに関する仮定と省略 本研究で採用する自由度は, Sharp⁽³⁾と同様に, ステアリングの回転, 車体横変位, 車体ヨーおよび車体ロールの4自由度である. 本研究の4自由度モデルがSharp⁽³⁾と異なる点は以下の通りである.

タイヤに発生する力とモーメントには, 横すべり角とキャンバ角による横力以外に, アライニングモーメントおよびオーバターンモーメントも考慮する. 静止空気中を走行する場合の抗力, 揚力および空気力学的ピッチングモーメントによる前後輪の荷重移動を考慮し, これらの前後輪の荷重移動によるタイヤ特性の変化を考慮する. 二輪車の横方向運動に直接影響を与える空気力学による力とモーメントは, 車体横すべり角に対応した対気横すべり角による横力とヨーイングモーメントのみと仮定する. また, エンジンのフライホイールの回転軸は横向きと仮定する. 採用する座標系は, Sharp⁽³⁾と同じ右手下向き直交座標系である. 運動方程式はLagrangeの方程式を用いて導かれる.

2・2 フレーム剛性に関する仮定と省略 図1にフレーム剛性を考慮したモデルを示す. メインフレー

Fig.1 Geometry of models

ムは, リヤスイングアームのピボットを通りステアリング軸に直交する軸まわりにねじれ, またステアリング軸に垂直な面内で横方向に曲がり, そのたわみ角は変位に一次比例すると仮定する.

フロントフォークは, ステアリング軸に平行で前車軸中心を通るねじれ軸まわりにねじれ, さらに図1に示すように, 横方向に曲がり, そのたわみ角は, メインフレーム同様, 変位に一次比例すると仮定する.

リヤスイングアームは, 後輪の重心点を通り, 路面に平行な軸まわりにねじれ, さらに後車輪に垂直な面内で横方向に曲がり, そのたわみ角は, メインフレームとフロントフォーク同様, 変位に一次比例すると仮定する.

2・3 フレーム剛性を考慮した6種類の5自由度モデルと10自由度モデル 4自由度モデルにフレーム剛性に関する自由度を各々一つずつ付加した6種類の5自由度モデルとフレーム剛性に関する6自由度をすべて考慮した10自由度モデルの運動方程式の導出は, 4自由度モデルと同様の方法により行っている. 以下に10自由度モデルの運動方程式の導出について述べる.

二輪車の運動は, 図1に示す直立状態におけるメインフレームの重心点の路面への投影点Aを基準として, 下記の座標系に関して表わす. まず, 路面固定座標系 $OX_0Y_0Z_0$ をとる. ここで, X_0 は前方向, Y_0 は横方向, Z_0 は下方向である. 次に, 車体を OZ_0 軸回りにヨー角 ψ 回した座標系を $OX_1Y_1Z_1$ とする. さらに, OX_1 軸

回りにロール角 ϕ 回した座標を $OX_2Y_2Z_2$ とする. この座標系はメインフレームに固定されたものとなる. これをキャスト角 ε 傾けると $OX_3Y_3Z_3$, メインフレームのねじれ軸回りに ϕ_m 回すと $OX_4Y_4Z_4$, メインフレームのねじれ軸に直角に S_m たわませ, たわみ角 ψ_m をつけると $OX_5Y_5Z_5$, さらにハンドル角 δ を回すと $OX_6Y_6Z_6$ となる. この座標系はフロントフォーク (前輪を除く) に固定されたものとなる. また, 前車軸中心を通りステアリング軸に平行なフロントフォークのねじれ軸回りに ψ_f 回すと $OX_7Y_7Z_7$, さらにねじれ軸に直角に S_f たわませ, たわみ角 ϕ_f をつけたものが $OX_8Y_8Z_8$ となる. 次に, 座標系 $OX_2Y_2Z_2$ を後車軸を通り路面に平行であると仮定したリヤスイングアームのねじれ軸回りに ϕ_r 回したものを $OX_9Y_9Z_9$, さらにこのねじれ軸に直角に S_r たわませ, たわみ角 ψ_r をつけた座標系を $OX_{10}Y_{10}Z_{10}$ とする. この座標系は後車軸に固定される. なお, 座標変換は座標原点に近い方から順に行う.

ここで, 各5自由度モデルは, 4自由度モデルに付加した各フレーム剛性の自由度の定性的な影響を比較するために使用する. 一方, 10自由度モデルの運動方程式には, 5自由度モデルに含まれない各剛性の干渉に関する項が含まれている. したがって, 各剛性の干渉も含めた10自由度モデルは, 実走行時の二輪車の挙動を再現する運動モデルの妥当性を検討するために使用する. なお, 運動方程式中の各諸元は, エンジンの極慣性モーメントを除いてすべて実測値に基づいて算出している. 10自由度モデルの記号, 運動方程式および計算諸元を付録に示す.

3. 各フレーム剛性の影響

二輪車の直進安定性を支配するモードは, Sharp⁽³⁾の解析により, キャブサイズ (車体系の非周期的なロール運動), ウィーブ (車体系のヨーとロール運動が連成した1~4Hzの振動) およびウォブル (ステアリング系に発生する6~10Hzの振動) の三つであることが明らかにされている.

キャブサイズモードは, 低速域では安定で高速域でやや不安定になる非振動根であり, 各フレーム剛性の影響は計算結果に現れないため, 以下では, ウィーブモードとウォブルモードに主に影響を及ぼすフレーム剛性に関する計算結果について述べる.

本研究では, 上記の各モードの固有値と関連のある減衰固有振動数とダンピング比により直進安定性を検討する. ここで, ダンピング比が正の値で小さくなれば

Fig.2 Effect of frame rigidity on weave mode

ば安定性は低下し, 逆に大きくなれば安定性が向上する. また, ダンピング比が負の値をとれば不安定になる. 固有値との対応では, 固有値の実数部分は固有振動数とダンピング比の積を負にしたものになり, 虚数部分は減衰固有振動数になる.

図2は, リヤスイングアームのねじりと横曲げの剛性に関する5自由度モデルによるウィーブモードの計算結果である. 図中には, 比較のために4自由度モデルによる計算結果も示してある. これをみると, リヤスイングアームのねじり剛性を考慮すると, 減衰固有振動数が高速域で小さくなり, ダンピング比が全車速域にわたって小さくなることからわかる. また, リヤスイングアームの横曲げ剛性を考慮すると, 減衰固有振動数が全車速域にわたって小さくなり, ダンピング比が低速域および中速域で小さくなる. なお, ここでは計算結果を示していないが, メインフレームのねじり剛性, フロントフォークのねじり剛性と横曲げ剛性がダンピング比に, わずかではあるが影響を与える.

図3は, メインフレームのねじり剛性, およびフロントフォークのねじりと横曲げの剛性に関する5自由度モデルによるウォブルモードの計算結果である. この場合にも, 図中には, 比較のために4自由度モデルによる計算結果も示してある. これをみると, まずメインフレームのねじり剛性を考慮すると, 減衰固有振動数が低速域で小さく, またダンピング比が低速域と

Fig.3 Effects of frame rigidity on wobble mode

中速域で小さくなり、逆にダンピング比が高速域で大きくなることからわかる。次に、フロントフォークのねじり剛性を考慮すると、減衰固有振動数が全車速域にわたって小さくなり、ダンピング比が中速域で小さくなる。フロントフォークの横曲げ剛性を考慮すると、メインフレームのねじり剛性を考慮した場合と同様に、減衰固有振動数が低速域で小さくなり、ダンピング比が低速域と中速域で小さくなり、逆にダンピング比が高速域で大きくなる。なお、ここでは計算結果を示していないが、リヤスイングアームの横曲げ剛性が減衰固有振動数に、メインフレームの横曲げ剛性とリヤスイングアームのねじり剛性がダンピング比にわずかに影響を与える。

上記以外の排気量の異なる3台の実験車に関する同様の計算結果も含めて、各フレーム剛性が直進安定性に影響を及ぼす度合いを整理すると、実験車により若

干異なる場合があるが、表1のように集約できる。この中でフレーム剛性が影響を及ぼすモードはウィーブとウォブルであり、キャブサイズにはフレーム剛性はすべて、影響を及ぼさない。また、表1に示すように、六つのフレーム剛性は、すべて、ウィーブモードとウォブルモードのダンピング比と減衰固有振動数の両方あるいはいずれかに影響を与える。ここで、ウィーブモードにやや大きく影響を及ぼすフレーム剛性は、リヤスイングアームのねじりと横曲げの剛性であり、ウォブルモードに大きく影響を及ぼすフレーム剛性は、メインフレームのねじり剛性、フロントフォークのねじりと横曲げの剛性である。

また、メインフレームのねじり剛性とフロントフォークの横曲げ剛性を考慮した5自由度モデルによるウォブルモードのダンピング比の計算結果は、定性的に走行実験結果に近づくことを示しており、フレーム剛

Table 1 Effects of frame rigidity on motorcycle stability

frame rigidity	Weave Mode		Wobble Mode		Capsize Mode
	Damped Natural Frequency f_d	Damping Ratio ζ	Damped Natural Frequency f_d	Damping Ratio ζ	
Torsional Rigidity of Main Frame	*	△	○	●	*
Lateral Bending Rigidity of Main Frame	*	*	*	△	*
Torsional Rigidity of Front Fork	*	△	●	△	*
Lateral Bending Rigidity of Front Fork	*	△	○	●	*
Torsional Rigidity of Rear Swing Arm	*	○	*	△	*
Lateral Bending Rigidity of Rear Swing Arm	△	○	△	*	*

Effect : ● ; Extremely
△ ; Slightly

○ ; Moderately
* ; Not at all

性を考慮することによりモデルの精度を上げることができると考えられる。以下では、各フレーム剛性に関する干渉項も含めた10自由度モデルによる計算結果と走行実験結果の対比を行う。

4. 計算結果と実験結果との比較

図4は、ウィーブモードとウォブルモードの計算結果と実験結果の比較である。図中には上記のフレーム剛性を考慮した10自由度モデル以外に4自由度の剛体モデルの計算結果も示してある。また走行実験結果は、ハンドルバーにパルス状のトルク入力を加え、ハンドル角、ヨー角速度、ロール角速度に関する周波数応答関数を求め、更にその結果の共振周波数付近のデータからウィーブモードとウォブルモードの減衰固有振動数とダンピング比を求めている。なお、実験結果の精度を示す周波数応答関数のコヒレンシは、ウィーブモードを求めた周波数範囲ではほぼ1に近い値となり、ウォブルモードを求めた周波数範囲では0.5以上の値となっている。

まず、ウィーブモードの減衰固有振動数についてみると、10自由度モデルが4自由度モデルとほとんど差がなく、実験結果ともよく合っていることがわかる。また、ウィーブモードのダンピング比は、10自由度モデルが4自由度モデルより中高速域で値が小さくなり、また実験結果とも離れる傾向にある。これより、ウィーブモードのダンピング比については、ライダーの機械的特性などのフレーム剛性以外の要素を考慮する必要があることを示唆している。

次に、ウォブルモードの減衰固有振動数は、10自由度モデルが4自由度モデルより全車速域にわたって大幅に値が小さくなっていることがわかる。ここで、実験結果は10自由度モデルより4自由度モデルと合っている。なお、ここに示す以外の実験車に関する計算結果と実験結果の比較によると、4自由度モデルより10自由度モデルに合う場合もある。今後、実験車の違いによる、ウォブルモードの減衰固有振動数の10自由度モデルの計算結果と実験結果の不一致の原因を検討する必要がある。一方、ウォブルモードのダンピング比は、10自由度モデルが、実験結果とよく合っており、4自由度モデルは定性的にも定量的にも実験結果と一致していない。これは、第3章で述べたようにメインフレームのねじり剛性とフロントフォークの横曲げ剛性がウォブルモードのダンピング比に大きく影響し、また定性的に実験結果に近づくためであり、フレーム剛性を考慮することによりモデルの精度

Fig.4 Comparison between calculations and experiments

を上げることができる。

5. むすび

本研究では、まず、二輪車のメインフレーム、フロントフォークおよびリヤスイングアームのねじりと横曲げの剛性に関する自由度を、4自由度モデルに各々1自由度ずつ付加した6種類の5自由度モデルにより直進安定性を解析した。次に、これらの6自由度を4自由度モデルにすべて付加した10自由度モデルによる計算結果と走行実験結果を比較検討した。

本研究で得られた主な結果をまとめると以下のようになる。

- (1)六つのフレーム剛性は、すべて、キャブサイズモードに影響を及ぼさない。
- (2)六つのフレーム剛性は、すべて、ウィーブモードとウォブルモードのダンピング比と減衰固有振動数の両方あるいはいずれかに影響を与える。
- (3)ウィーブモードにやや大きく影響を及ぼすフレーム剛性は、リヤスイングアームのねじりと横曲げの剛性である。
- (4)ウォブルモードに大きく影響を及ぼすフレーム剛性は、メインフレームのねじり剛性、およびフロントフォークのねじりと横曲げの剛性である。
- (5)10自由度モデルのウィーブモードの減衰固有振動数とウォブルモードのダンピング比の計算結果は、

実験結果に一致している。

(6)メインフレームのねじり剛性とフロントフォークの横曲げ剛性を考慮すると、ウォブルモードのダンピング比が定性的に実験結果に近づく、フレーム剛性を考慮することによりモデルの精度を上げることができる。

(7)10自由度モデルのウィーブモードのダンピング比の計算結果は、4自由度モデルの計算結果より、実験結果より離れる傾向がある。

(8)10自由度モデルのウォブルモードの減衰固有振動数の計算結果は、実験結果と一致する場合と一致しない場合がある。

なお、今後は上記(7)と(8)に関する課題を検討するために、ライダーの機械的特性などのフレーム剛性以外の要素を考慮する必要がある。

付録1. 記号

$c, e, f', f_w, h, h', h_{\phi_m}, j, k, l_1, l_2, l', R_f, R_r, t$: 寸法 (図1)
 C_{rxz} : メインフレームの慣性乗積
 $C_{YS1}, C_{YS2}, C_{YC1}, C_{YC2}$: 横すべり角, キャンバ角による横力係数 (1: 前輪, 2: 後輪)
 $C_{ZS1}, C_{ZS2}, C_{ZC1}, C_{ZC2}$: 横すべり角, キャンバ角によるアライニングモーメント係数

$C_{XS1}, C_{XS2}, C_{XC1}, C_{XC2}$: 横すべり角, キャンバ角によるオーバターンモーメント係数
 C_δ : ステアリングのダンパ係数
 $C_{\psi_m}, C_{\phi_f}, C_{\psi_r}$: たわみの変換係数 (>0)
 $C_{\phi_m}, C_{s_m}, C_{\psi_f}, C_{s_f}, C_{\phi_r}, C_{s_r}$: フレームのダンピング係数
 g : 重力加速度
 I_{fx}, I_{fz} : フロントフォークの慣性モーメント
 I_{rx}, I_{rz} : メインフレームの慣性モーメント
 i : エンジンのフライホイールの極慣性モーメント
 $i_{fx}, i_{fy}, i_{fz}, i_{rx}, i_{ry}, i_{rz}$: 前後輪の慣性モーメント
 $K_{\phi_m}, K_{s_m}, K_{\psi_f}, K_{s_f}, K_{\phi_r}, K_{s_r}$: フレーム剛性
 M_f, M_{fw}, M_r, M_{rw} : 質量
 T_a : 重心に働く空気力学的ヨーイングモーメント
 $T_{z_f}, T_{z_r}, T_{x_f}, T_{x_r}$: 前後輪のアライニングモーメントとオーバターンモーメント
 Y_a : 重心に働く空気力学的横力
 Y_f, Y_r, Z_f, Z_r : 前後輪の横力, 荷重
 $\alpha_f, \alpha_r, \phi_f, \phi_r$: 前後輪の横すべり角, キャンバ角,
 ε : キャスタ角
 τ : 後輪とエンジンフライホイール間のギヤ比
 σ_f, σ_r : 前後輪の緩和長
 λ : ライダーが作用させるステアリングトルク
 $\delta, \phi, \phi_m, \phi_r, \psi, \psi_f$: 角変位
 s_f, s_m, s_r : 曲げ変位
 $C_{Fx}, C_{Fy\beta}, C_{Fz}, C_{My}, C_{Mz\beta}$: 空力係数

付録2. 10自由度モデルの運動方程式

(1)車体横方向の力のつり合いの式

$$(M_f + M_{fw} + M_r + M_{rw})\ddot{y}_1 + (M_f k + M_{fw} l_1 - M_{rw} l_2)\ddot{\psi} + (M_f + M_{fw} + M_r + M_{rw})\dot{x}_1 \dot{\psi} + (M_f j + M_{fw} R_f + M_r h + M_{rw} R_r)\ddot{\phi} - \{M_f f' + M_{fw}(f' + f_w)\}\ddot{\phi}_m + \{M_f(1 + eC_{\psi_m}) + M_{fw}(1 + cC_{\psi_m})\}\ddot{s}_m + (M_f e + M_{fw} c)\ddot{\delta} + M_{fw}\ddot{s}_f + M_{rw}\ddot{s}_r - Y_f - Y_r - Y_a = 0$$

(2)車体ヨーイング方向のモーメントのつり合いの式

$$(M_f k + M_{fw} l_1 - M_{rw} l_2)\ddot{y}_1 + \{M_f k^2 + M_{fw} l_1^2 + M_{rw} l_2^2 + (I_{fx} + i_{fx})\sin^2 \varepsilon + (I_{fz} + i_{fz})\cos^2 \varepsilon + I_{rz} + i_{rz}\}\ddot{\psi} + (M_f k + M_{fw} l_1 - M_{rw} l_2)\dot{x}_1 \dot{\psi} + \{M_f j k + M_{fw} l_1 R_f - M_{rw} l_2 R_r + (I_{fz} - I_{fx} + i_{fz} - i_{fx})\sin \varepsilon \cos \varepsilon - C_{rxz}\}\ddot{\phi} - \{i_{fy} / R_f + (i_{ry} + i\lambda) / R_r\}\dot{x}_1 \dot{\phi} - \{M_f f' k + M_{fw}(f' + f_w)l_1 + (I_{fx} + i_{fx})\sin \varepsilon\}\ddot{\phi}_m - (i_{fy} / R_f)\cos \varepsilon \dot{\phi}_m + \{M_f k(1 + eC_{\psi_m}) + M_{fw} l_1(1 + cC_{\psi_m}) + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi_m} \cos \varepsilon\}\ddot{s}_m - (i_{fy} / R_f)C_{\psi_m} \sin \varepsilon \dot{s}_m + \{M_f e k + M_{fw} c l_1 + (I_{fz} + i_{fz})\cos \varepsilon\}\ddot{\delta} - (i_{fy} / R_f)\sin \varepsilon \dot{\delta} + i_{fz} \cos \varepsilon \dot{\psi}_f - (i_{fy} / R_f)C_{\psi_m} \sin \varepsilon \dot{\psi}_f + (M_{fw} l_1 + i_{fx} C_{\phi_f} \sin \varepsilon)\ddot{s}_f + (i_{fy} / R_f)C_{\phi_f} \cos \varepsilon \dot{s}_f - (i_{ry} / R_r)\dot{x}_1 \dot{\phi}_r - (M_{rw} l_2 + i_{rz} C_{\psi_r})\ddot{s}_r - l_1 Y_f + l_2 Y_r - T_{zf} - T_{zr} - l Y_a - T_a = 0$$

(3)車体ローリング方向のモーメントのつり合いの式

$$(M_f j + M_{fw} R_f + M_r h + M_{rw} R_r)\ddot{y}_1 + \{M_f j k + M_{fw} l_1 R_f - M_{rw} l_2 R_r + (I_{fz} - I_{fx} + i_{fz} - i_{fx})\sin \varepsilon \cos \varepsilon - C_{rxz}\}\ddot{\psi} + \{M_f j + M_{fw} R_f + M_r h + M_{rw} R_r + i_{fy} / R_f + (i_{ry} + i\lambda) / R_r\}\dot{x}_1 \dot{\psi} + \{M_f j^2 + M_{fw} R_f^2 + M_r h^2 + M_{rw} R_r^2 + (I_{fx} + i_{fx})\cos^2 \varepsilon + (I_{fz} + i_{fz})\sin^2 \varepsilon + I_{rx} + i_{rx}\}\ddot{\phi} - (M_f j + M_{fw} R_f + M_r h + M_{rw} R_r)g\phi$$

$$\begin{aligned}
 & -\{M_f f' j + M_{fw}(f' + f_w)R_f - (I_{fx} + i_{fx})\cos \varepsilon\}\ddot{\phi}'_m - (i_{fy}/R_f)\sin \varepsilon \dot{\phi}'_m + \{h_{\phi'_m}Z_f + M_f f' g + M_{fw}(f' + f_w)g\}\phi'_m \\
 & + \{M_f j(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}R_f(1 + cC_{\psi'_m}) + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi'_m}\sin \varepsilon\}\dot{s}_m + (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}\cos \varepsilon \dot{s}_m \\
 & - \{Z_f(1 - tC_{\psi'_m}) + M_f(1 + eC_{\psi'_m})g + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})g\}\dot{s}_m + \{M_f ej + M_{fw}cR_f + (I_{fz} + i_{fz})\sin \varepsilon\}\ddot{\delta} + (i_{fy}/R_f)\cos \varepsilon \dot{\delta} \\
 & + (tZ_f - M_f eg - M_{fw}cg)\ddot{\delta} + i_{fx}\sin \varepsilon \ddot{\psi}'_f + (i_{fy}/R_f)\cos \varepsilon \dot{\psi}'_f + R_f Z_f \sin \varepsilon \psi'_f + (M_{fw}R_f - i_{fx}C_{\phi'_f}\cos \varepsilon)\ddot{s}_f + (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\sin \varepsilon \dot{s}_f \\
 & - \{Z_f(1 + R_f C_{\phi'_f}\cos \varepsilon) + M_{fw}g\}\dot{s}_f + i_{rx}\ddot{\phi}'_r + R_r Z_r \phi'_r + M_{rw}R_r \ddot{s}_r - (i_{ry}/R_r)C_{\psi'_r}\dot{s}_r - (Z_r + M_{rw}g)s_r - T_{xf} - T_{xr} - h'Y_a = 0
 \end{aligned}$$

(4)メインフレームのねじれ軸まわりのモーメントのつり合い式

$$\begin{aligned}
 & -\{M_f f' + M_{fw}(f' + f_w)\}\ddot{y}_1 - \{M_f f' k + M_{fw}(f' + f_w)l_1 + (I_{fx} + i_{fx})\sin \varepsilon\}\ddot{\psi} - \{M_f f' + M_{fw}(f' + f_w) - (i_{fy}/R_f)\cos \varepsilon\}\dot{x}_1 \ddot{\psi} \\
 & - \{M_f f' j + M_{fw}(f' + f_w)R_f - (I_{fx} + i_{fx})\cos \varepsilon\}\ddot{\phi} + (i_{fy}/R_f)\sin \varepsilon \dot{\phi} + \{h_{\phi'_m}Z_f + M_f f' g + M_{fw}(f' + f_w)g\}\phi \\
 & + \{M_f f'^2 + M_{fw}(f' + f_w)^2 + I_{fx} + i_{fx}\}\ddot{\phi}'_m + C_{\phi'_m}\dot{\phi}'_m + \{h_{\phi'_m}Z_f \cos \varepsilon + M_f f' g \cos \varepsilon + M_{fw}(f' + f_w)g \cos \varepsilon + K_{\phi'_m}\}\phi'_m \\
 & - \{M_f f'(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}(f' + f_w)(1 + cC_{\psi'_m})\}\dot{s}_m + (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}\dot{s}_m - \{Z_f(1 - tC_{\psi'_m}) + M_f(1 + eC_{\psi'_m})g + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})g\}\cos \varepsilon s_m \\
 & - \{M_f ej' + M_{fw}c(f' + f_w)\}\ddot{\delta} + (i_{fy}/R_f)\dot{x}_1 \ddot{\delta} + (tZ_f - M_f eg - M_{fw}cg)\cos \varepsilon \delta + (i_{fy}/R_f)\dot{x}_1 \ddot{\psi}'_f + R_f Z_f \sin \varepsilon \cos \varepsilon \psi'_f \\
 & - \{M_{fw}(f' + f_w) + i_{fx}C_{\phi'_f}\}\ddot{s}_f - \{Z_f(1 + R_f C_{\phi'_f}\cos \varepsilon) + M_{fw}g\}\cos \varepsilon s_f + h_{\phi'_m}Y_f - T_{xf}\cos \varepsilon + T_{xf}\sin \varepsilon = 0
 \end{aligned}$$

(5)メインフレームの横方向の力のつり合いの式

$$\begin{aligned}
 & \{M_f(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})\}\ddot{y}_1 + \{M_f k(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}l_1(1 + cC_{\psi'_m}) + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi'_m}\cos \varepsilon\}\ddot{\psi} \\
 & + \{M_f(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m}) + (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}\sin \varepsilon\}\dot{x}_1 \ddot{\psi} + \{M_f j(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}R_f(1 + cC_{\psi'_m}) + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi'_m}\sin \varepsilon\}\ddot{\phi} \\
 & - (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}\cos \varepsilon \dot{\phi} - \{Z_f + M_f(1 + eC_{\psi'_m})g + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})g\}\phi - \{M_f f'(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}(f' + f_w)(1 + cC_{\psi'_m})\}\dot{\phi}'_m \\
 & - (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}\dot{x}_1 \dot{\phi}'_m - \{Z_f + M_f(1 + eC_{\psi'_m})g + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})g\}\cos \varepsilon \phi'_m + \{M_f(1 + eC_{\psi'_m})^2 + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})^2 + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi'_m}^2\}\ddot{s}_m \\
 & + C_{s_m}\dot{s}_m + \{K_{s_m} - (M_f e + M_{fw}c)gC_{\psi'_m}^2 \sin \varepsilon\}s_m + \{M_f e(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}c(1 + cC_{\psi'_m}) + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi'_m}\}\ddot{\delta} - (M_f eg + M_{fw}cg)C_{\psi'_m}\sin \varepsilon \delta \\
 & + i_{fx}C_{\psi'_m}\ddot{\psi}'_f + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})\ddot{s}_f + (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}C_{\phi'_f}\dot{s}_f - M_{fw}C_{\psi'_m}g \sin \varepsilon s_f - Y_f = 0
 \end{aligned}$$

(6)ステアリング軸まわりのモーメントのつり合いの式

$$\begin{aligned}
 & (M_f e + M_{fw}c)\ddot{y}_1 + \{M_f ek + M_{fw}cl + (I_{fz} + i_{fz})\cos \varepsilon\}\ddot{\psi} + \{M_f e + M_{fw}c + (i_{fy}/R_f)\sin \varepsilon\}\dot{x}_1 \ddot{\psi} + \{M_f ej + M_{fw}cR_f + (I_{fz} + i_{fz})\sin \varepsilon\}\ddot{\phi} \\
 & - (i_{fy}/R_f)\cos \varepsilon \dot{\phi} + (tZ_f - M_f eg - M_{fw}cg)\phi - \{M_f ej' + M_{fw}c(f' + f_w)\}\dot{\phi}'_m - (i_{fy}/R_f)\dot{x}_1 \dot{\phi}'_m + (tZ_f - M_f eg - M_{fw}cg)\cos \varepsilon \phi'_m \\
 & + \{M_f e(1 + eC_{\psi'_m}) + M_{fw}c(1 + cC_{\psi'_m}) + (I_{fz} + i_{fz})C_{\psi'_m}\}\dot{s}_m + (tZ_f - M_f eg - M_{fw}cg)C_{\psi'_m}\sin \varepsilon s_m + (M_f e^2 + M_{fw}c^2 + I_{fz} + i_{fz})\ddot{\delta} + C_{\delta}\dot{\delta} \\
 & + (tZ_f - M_f eg - M_{fw}cg)\sin \varepsilon \delta + i_{fx}\ddot{\psi}'_f + R_f Z_f \sin^2 \varepsilon \psi'_f + M_{fw}c\ddot{s}_f + (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\dot{s}_f - \{M_{fw}g + Z_f(1 + R_f C_{\phi'_f}\cos \varepsilon)\}\sin \varepsilon s_f \\
 & + tY_f - T_{xf}\sin \varepsilon - T_{xf}\cos \varepsilon = \tau
 \end{aligned}$$

(7)フロントフォークのねじれ軸まわりのモーメントのつり合いの式

$$\begin{aligned}
 & i_{fz}\cos \varepsilon \ddot{\psi} + (i_{fy}/R_f)\sin \varepsilon \dot{\psi} + i_{fz}\sin \varepsilon \ddot{\phi} - (i_{fy}/R_f)\cos \varepsilon \dot{\phi} + R_f Z_f \sin \varepsilon \phi - (i_{fy}/R_f)\dot{x}_1 \dot{\phi}'_m + R_f Z_f \sin \varepsilon \cos \varepsilon \phi'_m \\
 & + i_{fz}C_{\psi'_m}\dot{s}_m + R_f Z_f C_{\psi'_m}\sin^2 \varepsilon s_m + i_{fz}\ddot{\delta} + R_f Z_f \sin^2 \varepsilon \delta + i_{fx}\ddot{\psi}'_f + C_{\psi'_f}\dot{\psi}'_f + (K_{\psi'_f} + R_f Z_f \sin^2 \varepsilon)\psi'_f + (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\dot{s}_f \\
 & - \{M_{fw}g + Z_f(1 + R_f C_{\phi'_f}\cos \varepsilon)\}\sin \varepsilon s_f + R_f Y_f \sin \varepsilon - T_{xf}\sin \varepsilon - T_{xf}\cos \varepsilon = 0
 \end{aligned}$$

(8)フロントフォークの横方向の力のつり合いの式

$$\begin{aligned}
 & M_{fw}\ddot{y}_1 + (M_{fw}l_1 + i_{fx}C_{\phi'_f}\sin \varepsilon)\ddot{\psi} + \{M_{fw} - (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\cos \varepsilon\}\dot{x}_1 \ddot{\psi} + (M_{fw}R_f - i_{fx}C_{\phi'_f}\cos \varepsilon)\ddot{\phi} - (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\sin \varepsilon \dot{\phi} - (Z_f + M_{fw}g)\phi \\
 & - \{M_{fw}(f' + f_w) + i_{fx}C_{\phi'_f}\}\dot{\phi}'_m - (Z_f + M_{fw}g)\cos \varepsilon \phi'_m + M_{fw}(1 + cC_{\psi'_m})\dot{s}_m - (i_{fy}/R_f)C_{\psi'_m}C_{\phi'_f}\dot{s}_m - (Z_f + M_{fw}g)C_{\psi'_m}\sin \varepsilon s_m \\
 & + M_{fw}c\ddot{\delta} - (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\dot{s}_f - (Z_f + M_{fw}g)\sin \varepsilon \delta - (i_{fy}/R_f)C_{\phi'_f}\dot{x}_1 \ddot{\psi}'_f - (Z_f + M_{fw}g)\sin \varepsilon \psi'_f + (M_{fw} + i_{fx}C_{\phi'_f}^2)\ddot{s}_f + C_{s_f}\dot{s}_f + K_{s_f}s_f - Y_f = 0
 \end{aligned}$$

(9)リヤスイングアームのねじれ軸まわりのモーメントのつり合いの式

$$(i_{ry}/R_r)\dot{x}_1 \ddot{\psi} + i_{rx}\ddot{\phi} + R_r Z_r \phi + i_{rx}\ddot{\phi}'_r + C_{\phi'_r}\dot{\phi}'_r + (R_r Z_r + K_{\phi'_r})\phi'_r - (i_{ry}/R_r)C_{\psi'_r}\dot{s}_r - (Z_r + M_{rw}g)s_r + R_r Y_r - T_{xr} = 0$$

(10) リヤスイングアームの横方向の力のつり合いの式

$$\begin{aligned} M_{rw}\ddot{y}_1 - (M_{rw}l_2 + i_{rz}C_{\psi'_r})\ddot{\psi} + M_{rw}\dot{x}_1\dot{\psi} + M_{rw}R_r\ddot{\phi} \\ + (i_{ry}/R_r)C_{\psi'_r}\dot{x}_1\dot{\phi} - (Z_r + M_{rw}g)\phi \\ + (i_{ry}/R_r)C_{\psi'_r}\dot{x}_1\dot{\phi}' - (Z_r + M_{rw}g)\phi' \\ + (M_{rw} + i_{rz}C_{\psi'_r})\ddot{s}_r + C_{s_r}\dot{s}_r + K_{s_r}s_r - Y_r = 0 \end{aligned}$$

(11) 前後輪のタイヤ横力, オーバターンングモーメント, アライニングモーメントおよびキャンバトルクの式

$$\begin{aligned} (\sigma_f/\dot{x}_1)\dot{Y}_f + Y_f &= -C_{Ys1}\alpha_f + C_{Yc1}\phi_f \\ (\sigma_r/\dot{x}_1)\dot{Y}_r + Y_r &= -C_{Ys2}\alpha_r + C_{Yc2}\phi_r \\ (\sigma_f/\dot{x}_1)\dot{T}_{xf} + T_{xf} &= C_{Xs1}\alpha_f - C_{Xc1}\phi_f \\ (\sigma_r/\dot{x}_1)\dot{T}_{xr} + T_{xr} &= C_{Xs2}\alpha_r - C_{Xc2}\phi_r \\ (\sigma_f/\dot{x}_1)\dot{T}_{zf} + T_{zf} &= C_{Zs1}\alpha_f + C_{Zc1}\phi_f \\ (\sigma_r/\dot{x}_1)\dot{T}_{zr} + T_{zr} &= C_{Zs2}\alpha_r + C_{Zc2}\phi_r \end{aligned}$$

(12) 前後輪の横すべり角とキャンバ角

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \left\{ \dot{y}_1 + l_1\dot{\psi} - h_{\phi_m}\dot{\phi}'_m + (1 - tC_{\psi'_m})\dot{s}_m - t\dot{\delta} - R_f \sin \varepsilon \dot{\psi}'_f \right\} / \dot{x}_1 \\ &\quad + \sin \varepsilon \dot{\phi}'_m - C_{\psi'_m} \cos \varepsilon s_m - \cos \varepsilon \delta - C_{\phi'_f} \sin \varepsilon s_f - \cos \varepsilon \dot{\psi}'_f \\ \alpha_r &= (\dot{y}_1 - l_2\dot{\psi} - R_r\dot{\phi}'_r + \dot{s}_r) / \dot{x}_1 + C_{\psi'_r}s_r \\ \phi_f &= \phi + \cos \varepsilon \dot{\phi}'_m + C_{\psi'_m} \sin \varepsilon s_m + \sin \varepsilon \delta + \sin \varepsilon \dot{\psi}'_f - C_{\phi'_r} \cos \varepsilon s_f \\ \phi_r &= \phi + \phi'_r \end{aligned}$$

(13) 空気力と空気モーメントによる荷重移動を考慮した前後輪荷重

$$\begin{aligned} Z_f &= Z_{f0} - C_{FZ}ql_2(l_1 + l_2) - C_{FX}qh'(l_1 + l_2) + C_{MY}q(l_1 + l_2)^2 \\ Z_r &= Z_{r0} - C_{FZ}ql_1(l_1 + l_2) + C_{FX}qh'(l_1 + l_2) - C_{MY}q(l_1 + l_2)^2 \\ q &= \rho \dot{x}_1^2 / 2 \end{aligned}$$

(14) 車体重心に作用する空気力と空気モーメント

$$\begin{aligned} Y_a &= C_{FY\beta}q(l_1 + l_2)^2 \dot{y}_1 / \dot{x}_1 \\ T_a &= C_{MZ\beta}q(l_1 + l_2)^3 \dot{y}_1 / \dot{x}_1 + C_{MZ\phi}q(l_1 + l_2)^3 \phi \end{aligned}$$

付録3. 計算に使用した諸元

(1) 質量, 慣性モーメント, 寸法および幾何学的諸元

$$\begin{aligned} M_f &= 21.9\text{kg}, M_r = 212\text{kg}, M_{fw} = 11.7\text{kg}, M_{rw} = 14.7\text{kg}, \\ I_{fx} &= 2.23\text{kgm}^2, I_{fe} = 0.47\text{kgm}^2, I_{rx} = 21.3\text{kgm}^2, \\ I_{rz} &= 15.5\text{kgm}^2, C_{rxz} = 0\text{kgm}^2, i_{fy} = 0.519\text{kgm}^2, \\ i_{ry} &= 0.607\text{kgm}^2, i_{fx} = 0.264\text{kgm}^2, i_{rx} = 0.323\text{kgm}^2, \\ i &= 0.304\text{kgm}^2, \lambda = 1.0, \\ e &= 0.065\text{m}, c = 0.060\text{m}, j = 0.740\text{m}, k = 0.646\text{m}, \\ t &= 0.083\text{m}, h = 0.643\text{m}, l_1 = 0.864\text{m}, l_2 = 0.525\text{m}, \\ h' &= 0.696\text{m}, l' = 0.063\text{m}, f' = -0.045\text{m}, f_w = 0.469\text{m}, \\ R_f &= 0.310\text{m}, R_r = 0.310\text{m}, h_{\phi_m} = 0.695\text{m}, \varepsilon = 0.479\text{rad} \end{aligned}$$

(2) フレーム剛性に関する諸元

$$\begin{aligned} K_{\phi'_m} &= 40.5\text{Nmrad}^{-1}, K_{s_m} = 589\text{KNm}^{-1}, C_{\psi'_m} = 2.71\text{radm}^{-1}, \\ K_{\psi'_f} &= 1.51\text{KNmrad}^{-1}, K_{s_f} = 304\text{KNm}^{-1}, C_{\phi'_f} = 3.09\text{radm}^{-1}, \\ K_{\phi'_r} &= 8.64\text{Nmrad}^{-1}, K_{s_r} = 561\text{KNm}^{-1}, C_{\psi'_r} = 3.12\text{radm}^{-1} \\ C_{\phi'_m} &= C_{\psi'_f} = C_{\phi'_r} = 0\text{Nmsrad}^{-1}, C_{s_m} = C_{s_f} = C_{s_r} = 0\text{Nsm}^{-1} \end{aligned}$$

(3) タイヤ特性に関する諸元

$$\begin{aligned} C, \sigma &= C_1|Z_{f,r}| + C_2 = (C_1, C_2) \\ C_{Ys1} &= (15.1, 3.42)\text{KNrad}^{-1}, C_{Ys2} = (14.4, 5.39)\text{KNrad}^{-1}, \\ C_{Yc1} &= (1.60, -0.18)\text{KNrad}^{-1}, C_{Yc2} = (1.42, -0.33)\text{KNrad}^{-1}, \\ C_{Zs1} &= (129, -134)\text{Nmrad}^{-1}, C_{Zs2} = (162, -115)\text{Nmrad}^{-1}, \\ C_{Zc1} &= (10.6, -7.52)\text{Nmrad}^{-1}, C_{Zc2} = (19.0, 0.28)\text{Nmrad}^{-1}, \\ C_{Xs1} &= (50.5, -166)\text{Nmrad}^{-1}, C_{Xc2} = (17.9, -293)\text{Nmrad}^{-1}, \\ C_{XC1} &= (67.3, -14.5)\text{Nmrad}^{-1}, C_{XC2} = (90.4, -29.1)\text{Nmrad}^{-1}, \\ \sigma_f &= (0.176, 0.052)\text{m}, \sigma_r = (0.147, 0.060)\text{m}, \\ Z_{f0} &= -1.07\text{KN}, Z_{r0} = -1.37\text{KN} \end{aligned}$$

(4) 空力特性に関する諸元

$$\begin{aligned} C_{FX} &= -2.75\text{N}, C_{FY\beta} = -5.53\text{Nrad}^{-1}, C_{FZ} = -0.34\text{N}, \\ C_{MY} &= 0.284\text{Nm}, C_{MZ\beta} = -0.842\text{Nmrad}^{-1} \end{aligned}$$

文献

- (1) 近藤, 長岡, 吉村, 自動車技術, 17-1(1963), 8-18.
- (2) 傳, 日本機械学会論文集, 31-229(1965), 1305-1314.
- (3) Sharp, R.S., Journal Mechanical Engineering Science, 13-5(1971), 316-329.
- (4) Weir, D.H., Ph.D. Thesis, UCLA(1972).
- (5) 片山, 西見, 青木, 自動車技術会論文集, 35(1987), 147-153.
- (6) Katayama, T., Aoki, A., Nishimi, T., Vehicle System Dynamics, 17-4(1988), 327-357.
- (7) Sharp, R.S., Johnes, C.J., Proc. 5th IAVSD Sympo. Vinna(1977), 334-342.
- (8) Cooper, K.R., 2nd AIAA Sympo. Los Angeles(1974), 165-184.
- (9) Sharp, R.S., Vehicle System Dynamics, 5(1976), 147-154.
- (10) Sharp, R.S., Journal Mechanical Engineering Science, 16-2(1974), 117-120.
- (11) Verma, M.K., Ph.D. Thesis, Univ. of Michigan(1978).
- (12) Sharp, R.S., Alstead, C.J., Vehicle System Dynamics, 9(1980), 327-357.
- (13) Spierings, P.T.J., Vehicle System Dynamics, 10(1981), 21-35.
- (14) 青木, 岡山, 西見, 片山, 自動車研究, 19-9(1997), 362-367.