バイパスラインのある混合品種組立ラインにおける投入順序決定問題* (部品使用速度と作業負荷の平準化を評価基準とした場合)

田 村 隆 善^{*1}, 龍 洪^{*2}, 大 野 勝 久^{*3}

A Sequencing Problem in a Mixed-Model Assembly Line with Bypass Subline (To Level Part Consumption Rates and Work Loads)

Takayoshi TAMURA, Hong LONG and Katsuhisa OHNO

There exists a large variation in the assembly times among different product models, for example, in the manufacturing of trucks and prefabricated houses. This reduces production efficiency and may cause a line stoppage. The variation of the assembly times can be reduced by installing a bypass subline which processes a part of assembly operations of products with relatively longer assembly times. Even if installing the bypass subline, both the part usage rates and work loads should be leveled by sequencing different products. In this paper, the sequencing problem with goals of levelling both the part usage rates and work loads is formulated as a nonlinear integer programming problem. Two algorithms based on dynamic programming and goal chasing method are developed to solve the problem and their efficiency is discussed through numerical examples.

Key Words: Sequencing Problem, Mixed-Model Assembly Line, Bypass Subline, DP, Goal Chasing

1. は じ め に

ジャストインタイム(JIT)生産方式における混合品種組立ラインでは, 部品の消費速度や負荷の平準化を目的として, 組立ラインへの品物の投入順序を最適決定することが重要となる⁽⁴⁾⁽⁸⁾. その場合, 平準化の評価基準としては, おもに次の三つが用いられてきた⁽⁴⁾.

- (1) 各部品の消費速度を平準化する.
- (2) 各工程での作業負荷を平準化する.
- (3) 各製品の生産速度を平準化する.

しかし, 製品品種(以下では品目と呼ぶ)間で一つの品物を組立てるのに要する総工数が大きく違う場合には, 品物の投入順序を最適化するだけでは, 作業遅れや進み過ぎの変動を吸収することができない. この品目間の工数差を吸収する方法の一つとして, バイパスライン(以下では BL と略す)の設置がある⁽¹¹⁾. BL を設置した場合, 品物の投入順序の最適化は, 平準化生産を実現するためだけでなく, メインの組立ライン

(以下では ML と略す)での生産と BL での生産の同期化を図る上からも重要な課題となる.

BL をもつ混合品種組立ラインへの品物の投入順序の最適化に関しては, 品目ごとの生産速度の平準化を評価基準とした近似解法が提案されている⁽¹¹⁾. 本論文では, 各部品の消費速度の平準化と各工程での作業負荷の平準化を評価基準とした品物の投入順序最適化問題を定式化し, 動的計画法(以下では DP 法と略す)を用いた最適化アルゴリズムとヒューリスティックアルゴリズムを提案する. ヒューリスティックアルゴリズムは, 目標追跡法⁽⁸⁾のアイデアを適用して作成する(以下では GC 法と略す). DP 法では, アルゴリズムの計算効率を改善するため, 分枝限定法と同じように解の下界を計算し, これと GC 法で得られる上界とを比較することによって, 計算の途中に生成される部分解の中の劣解を枝切りする.

2. 問題の定式化

2.1 前提条件と記号の設定 本稿で使用するおもな記号を以下のように設定する.

記号

A_T : すべての品目の集合, $A_T = \{1, 2, \dots, I\}$

A_B : BL を通る品目の集合

* 原稿受付 1997 年 9 月 27 日.

^{*1} 正員, 愛知工業大学(☎ 470-0392 豊田市八草町八千草 1247).

^{*2} 名古屋工業大学大学院(☎ 466-0061 名古屋市昭和区御器所町).

^{*3} 正員, 名古屋工業大学.

d_i : 品目 i の生産(計画)個数
 N_T : 総生産(計画)個数, $N_T = \sum_{i \in A_T} d_i$
 N_B : BL での総生産(計画)個数, $N_B = \sum_{i \in A_B} d_i$
 C_M, C_B : ML と BL での組立サイクルタイム
 S_1, S_2 : ML 前半と ML 後半における工程の集合
 S_B : BL における工程の集合
 K_B : BL での工程数
 J_1, J_2 : ML 前半と ML 後半で使用される部品の集合
 J_B : BL で使用される部品の集合
 a_{ij} : 品目 i を 1 個組立てるのに必要な部品 j の個数
 t_{is} : 品目 i を 1 個組立てるのにかかる工程 s での作業時間
 $B_{a(f)}$: 初期状態において前 BF にある品物の個数
 $B_{b(f)}$: 初期状態において後 BF にある品物の個数
 $B_{a(e)}$: 初期状態で前 BF にある空席数
 $B_{b(e)}$: 初期状態で後 BF にある空席数
 R_M : 初期状態において BL を通る品物で ML 前半に仕掛かっている品物の個数
 R_B : 初期状態において BL とバッファにある仕掛品の総数, $R_B = K_B + B_{a(f)} + B_{b(f)}$
 p_j : 部品 j の平均消費速度
 v_{jk} : 投入順位が k 番めまでの品物の組立てに必要な部品 j の総数
 r_s : 工程 s での平均作業時間
 w_{sk} : 投入順位が k 番めまでの品物の組み立てにかかる総作業時間
 $x_{ik}^{(1)}$: ML 前半の投入順序で k 番めまでに投入される品目 i の累積数
 $x_{ik}^{(2)}$: ML 後半の投入順序で k 番めまでに投入される品目 i の累積数

定式化にあたって以下の条件を設ける.

- (1) A_T と A_B は既知とする. ただし, $A_B \subset A_T$.
- (2) N_T 個の品物が投入順序決定の対象となる.
- (3) 組立ラインはコンベヤラインとし, ML と BL のサイクルタイム(C_M と C_B)は一定(固定サイクル)で既知とする. 実務上は, $C_M N_T \approx C_B N_B$ である.
- (4) BL を通る品物は, H 工程での作業を終了したのち BL に入り, BL での作業をすべて終了すると ML の $(H+1)$ 工程に戻る.
- (5) ML と BL の結合点に二つのバッファを設置する. ML から BL へ移るところに設置するバッファを前バッファ(前 BF と略す), BL から ML へ戻るところに設置するバッファを後バッファ(後 BF と略す)と呼ぶ. それらの容量は有限で既知とする.

(6) BL を通る品物が ML から BL へ移るとき, ML にできる空席に後 BF から品物を補充する. すなわち, ML から BL へ移る品物と BL から ML へ戻る品物を入れ替える. ML から BL へ品物を移すとき, 前 BF に空がない場合, あるいは後 BF から ML へ戻す品物がない場合は, ML はライン停止する. また, BL で 1 サイクル(C_B 時間)の作業を終了したとき, 前 BF に次に投入する品物がなかったり, 後 BF に空席がなければ BL はライン停止する. このような ML や BL のライン停止は許さない.

(7) J_1, J_2, J_B は互いに素, すなわち, 空集合 ϕ に対して, $J_1 \cap J_2 = J_1 \cap J_B = J_2 \cap J_B = \phi$ と仮定する.

(8) 作業時間 t_{is} は既知とし, 確率的変動はないものとする.

(9) 初期状態は, 時刻零で ML の第 1 工程を除くすべての工程において作業を開始する状態にあり, 時刻零から HC_M までの間はライン停止が起こらない, と仮定する.

(10) 議論の冗長さを避けるため, $N_B \geq R_B$ を仮定する.

(11) ML の先頭から数えて s 番めの工程での目的関数は, その工程で処理する s 個めの品物以後の N_T 個の品物(N_T サイクル)について評価する. これは, s 個めの品物に対する作業とその後の作業が当計画期の決定に影響されるからである. 同様に, BL の先頭から数えて s 番めの工程での目的関数は, $(R_M + B_{a(f)} + s + 1)$ 番めの品物以後の N_B 個の品物(N_B サイクル)について評価する.

2.2 評価関数の定式化 平準化の評価関数は, ML 前半, BL ならびに ML 後半の三つに分けて定式化する.

(1) ML 前半における評価関数: この場合の評価基準として, まず各部品の消費速度の平準化を考える. 前提条件(7)より, ML 前半の工程で使用される部品 $j \in J_1$ の平均消費速度は,

$$p_j = \sum_{i \in A_T} \frac{a_{ij} d_i}{N_T}, \quad j \in J_1 \dots \dots \dots (1)$$

与えられる. 一方, 投入順序の第 k 番めまでに投入される品目 i の累積数を $x_{ik}^{(1)}$ で表すとき, これら k 個の品物を組立てるのに使われる部品 j の消費量は次式で与えられる.

$$v_{jk} = \sum_{i \in A_T} a_{ij} x_{ik}^{(1)}, \quad j \in J_1 \dots \dots \dots (2)$$

このとき, ML 前半における部品 j の消費速度に関する平準化のレベルは, 通常,

$$\sum_{j \in J_1} \sum_{k=1}^{N_T} f_j(v_{jk} - kp_j) \dots \dots \dots (3)$$

で評価される⁽⁴⁾。ここに、関数 f_j は非負で単峰な凸関数とする。

作業負荷の平準化に関しても同様に考えればよい。すなわち、ML 前半における工程 $s \in S_1$ での作業負荷 w_{sk} の平準化のレベルは次式で与えられる。

$$\sum_{s \in S_1} \sum_{k=1}^{N_T} g_s(w_{sk} - kr_s) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、関数 g_s は非負で単峰な凸関数、

$$r_s = \sum_{i \in A_T} \frac{t_{is} d_i}{N_T}, s \in S_1 \dots\dots\dots (5)$$

$$w_{sk} = \sum_{i \in A_T} t_{is} x_{ik}^{(1)}, s \in S_1 \dots\dots\dots (6)$$

である。式(3)と(4)の値は、ベクトル $x_k^{(1)} = (x_{1k}^{(1)}, \dots, x_{ik}^{(1)}, \dots, x_{N_T k}^{(1)})$, $k=1, \dots, N_T$, によって決まるから、

$$U_1(x_k^{(1)}) = \sum_{j \in J_1} f_j(v_{jk} - kp_j) + \sum_{s \in S_1} g_s(w_{sk} - kr_s) \dots\dots\dots (7)$$

とおけば、ML 前半における部品消費速度と負荷の平準化に関する評価関数は、

$$z_1 = \sum_{k=1}^{N_T} U_1(x_k^{(1)}) \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。

(2) BL における評価関数：BL における平準化のレベルは、ML 前半での品物の投入順序の中から BL を通る品物を抜き出した部分順序によって評価される。いま、BL で使われる部品 $j \in J_B$ と BL の工程 $s \in S_B$ について、

$$p_j = \sum_{i \in A_B} \frac{a_{ij} d_i}{N_B}, j \in J_B \dots\dots\dots (9)$$

$$v_{jk} = \sum_{i \in A_B} a_{ij} x_{ik}^{(1)}, j \in J_B \dots\dots\dots (10)$$

$$r_s = \sum_{i \in A_B} \frac{t_{is} d_i}{N_B}, s \in S_B \dots\dots\dots (11)$$

$$w_{sk} = \sum_{i \in A_B} t_{is} x_{ik}^{(1)}, s \in S_B \dots\dots\dots (12)$$

を定義するとき、式(7)と同様に次の値が設定できる。

$$U_B(x_k^{(1)}) = \sum_{j \in J_B} f_j(v_{jk} - b_k p_j) + \sum_{s \in S_B} g_s(w_{sk} - b_k r_s) \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$b_k = \sum_{i \in A_B} x_{ik}^{(1)} \dots\dots\dots (14)$$

このとき、BL における平準化の評価関数は、 $b_0 = 0$ とすると、次式によって与えられる。

$$z_B = \sum_{k=1}^{N_T} U_B(x_k^{(1)}) (b_k - b_{k-1}) \dots\dots\dots (15)$$

(3) ML 後半における評価関数：初期状態において、ML 前半と BL にある $(R_M + R_B)$ 個の BL を通る品物(前の計画期に投入されたもの)のうち、最後に投

入された R_B 個の品物は、前提条件(6)より、今計画期に投入されかつ BL を通る品物と交換されて ML へ戻ってくる。このため、それら R_B 個の仕掛品は、今計画期の ML 後半の部品消費速度や負荷の変動に影響を与えることになる。したがって、その影響を考慮して投入順序を決める必要がある。以下では、それら R_B 個の品物を投入順に並べた R_B 次元ベクトルを Π_0 で表す。ただし、 Π_0 の並びは投入順序の逆順、すなわち第 1 要素は前計画期に投入された BL を通る品物の中で一番最後に投入された品物(品目)とする。また、ML 前半で k 番めに投入された品物($i(k)$ で表す)が H 工程での作業を終了した直後($i(k) \in A_B$ の場合、前 BF に入った直後)に、BL とバッファにある品物を R_B 次元ベクトル Π_k で表す。ここで、 $i(k) \in A_B$ のときは、 $i(k)$ と後 BF の品物が入れ替わるから、

$$\Pi_{k-1} = \{\pi_{1,k-1}, \pi_{2,k-1}, \dots, \pi_{R_B,k-1}\}$$

とするとき、

$$\Pi_k = \{i(k), \pi_{1,k-1}, \pi_{2,k-1}, \dots, \pi_{R_B-1,k-1}\}$$

となる。この交換を演算記号 $\oplus$ を使って

$$\Pi_k = \Pi_{k-1} \oplus \{i(k)\} \dots\dots\dots (16)$$

とかく。また、 Π_k の中にある品目 i の個数を $u_i(\Pi_k)$ で表す。

BL での作業を終えた品物は、ML へ入る品物と交換されて ML へ戻る。このため、BL へ入る N_B 個の品物の中で今計画期中(実際は、 HC_M から $(H + N_T)C_M$ の間)に BL から ML へ戻る品物の個数は $(N_B - R_B)$ となる。BL での作業を終え ML へ戻る $(N_B - R_B)$ 個の品物の中に含まれる品目 $i \in A_B$ の個数は、平準化の観点から、

$$\hat{d}_i = \frac{N_B - R_B}{N_B} d_i + u_i(\Pi_0), i \in A_B \dots\dots\dots (17)$$

に近づけるのが望ましい。そのため、平準化の目標である ML 後半での部品 $j \in J_2$ の平均消費速度 p_j 、および工程 $s \in S_2$ における平均作業時間 r_s を次のように設定する。

$$p_j = \frac{1}{N_T} \left\{ \sum_{i \in A_B} a_{ij} \hat{d}_i + \sum_{i \notin A_B} a_{ij} d_i \right\}, j \in J_2 \dots\dots\dots (18)$$

$$r_s = \frac{1}{N_T} \left\{ \sum_{i \in A_B} t_{is} \hat{d}_i + \sum_{i \notin A_B} t_{is} d_i \right\}, s \in S_2 \dots\dots\dots (19)$$

ML 後半の工程 s において、時刻 $(s-1)C_M$ から数えて k 番めまでに組み立てられる品物の中の品目 i の累積数を $x_{ik}^{(2)}$, $x_k^{(2)} = (x_{1k}^{(2)}, \dots, x_{ik}^{(2)}, \dots, x_{N_T k}^{(2)})$, とかくとき、これは以下のように与えられる。BL を通らない品物については、ML の前半と後半とで流れの順序は変わらないから、

$$x_{ik}^{(2)} = x_{ik}^{(1)}, i \notin A_B \dots\dots\dots (20)$$

となる。BL を通る品物については、 $x_{ik}^{(2)}$ と $x_{ik}^{(1)}$ は等しくならず、

$$x_{ik}^{(2)} = x_{ik}^{(1)} + u_i(\Pi_0) - u_i(\Pi_k), i \in A_B \dots\dots\dots (21)$$

で与えられる。ここで、

$$v_{jk} = \sum_{i \in A_T} a_{ij} x_{ik}^{(2)}, j \in J_2 \dots\dots\dots (22)$$

$$w_{sk} = \sum_{i \in A_T} t_{is} x_{ik}^{(2)}, s \in S_2 \dots\dots\dots (23)$$

とおくとき、 $x_k^{(2)}$ は $x_k^{(1)}$ と Π_k によって決まるから、

$$U_2(x_k^{(1)}, \Pi_k) = \sum_{j \in J_2} f_j(v_{jk} - kp_j) + \sum_{s \in S_2} g_s(w_{sk} - kr_s) \dots\dots\dots (24)$$

と設定する。このとき、ML 後半における評価関数は次式によって与えられる。

$$z_2 = \sum_{k=1}^{N_T} U_2(x_k^{(1)}, \Pi_k) \dots\dots\dots (25)$$

2・3 ML と BL の同期化 ML と BL の間で同期化がとれずに起こるライン停止を避ける(前提条件(6))ための必要十分条件は、作業時間 t_{is} の違いによる作業の遅れ進みが無い(たとえば、すべての t_{is} が C_M や C_B より大きくない)場合、

$$\{b + R_M - \min(B_{a(e)}, B_{b(f)})\} C_B \leq \{\xi(b) + H - 1\} C_M, b = 1, 2, \dots, N_B \dots\dots\dots (26)$$

$$\{b + R_M + \min(B_{a(f)}, B_{b(e)})\} C_B \geq \{\xi(b) + H - 1\} C_M, b = 1, 2, \dots, N_B \dots\dots\dots (27)$$

によって与えられる⁽¹¹⁾。ただし、 $\xi(b)$ は次式を満たす ML 前半での投入順位である。

$$\sum_{i \in A_B} x_{i, \xi(b)}^{(1)} = b, \sum_{i \in A_B} x_{i, \xi(b)-1}^{(1)} = b - 1 \dots\dots\dots (28)$$

不等式(26)は ML をライン停止させないための、式(27)は BL をライン停止させないための条件である。作業時間が品目間で異なる場合、ライン停止を起こさないための簡単な条件を導くのは困難である⁽¹⁰⁾ から、式(26)と(27)を修正した次式を同期化のための制約条件として(実務上)設定する。

$$\{b + R_M + \alpha_1 - \min(B_{a(e)}, B_{b(f)})\} C_B \leq \{\xi(b) + H - 1\} C_M, b = 1, 2, \dots, N_B \dots\dots\dots (29)$$

$$\{b + R_M - \alpha_2 + \min(B_{a(f)}, B_{b(e)})\} C_B \geq \{\xi(b) + H - 1\} C_M, b = 1, 2, \dots, N_B \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 α_1 と α_2 は安全余裕であり、非負の実数とする。 α_1 と α_2 の値は、バッファサイズとともにライン設計の段階で決定されるべき要素であるが、その決定法については十分検討されていない。ただ、 α_1 と α_2 、バッファサイズ、ならびに $\xi(b)$ の範囲の決定に関して自由度があるので、式(29)と(30)を満たすようにこれらの値を決定するのは容易である。

2・4 最適化問題 上記の議論より BL をもつ混

合品種組立ラインにおいて、部品の消費速度と負荷の平準化を目的とした最適投入順序決定問題は、以下のように定式化できる。

最適化問題 P:

$$\min Z = \sum_{k=1}^{N_T} \{U_1(x_k^{(1)}) + U_B(x_k^{(1)})(b_k - b_{k-1}) + U_2(x_k^{(1)}, \Pi_k)\} \dots\dots\dots (31)$$

Subject to (2), (6), (7), (10), (12), (13), (14), (16), (20)–(24), (28)–(30) and

$$\sum_{i \in A_T} x_{ik}^{(1)} = k, k = 1, 2, \dots, N_T \dots\dots\dots (32)$$

$$x_{ik}^{(1)} \geq x_{i, k-1}^{(1)}, k = 1, 2, \dots, N_T, i \in A_T \dots\dots\dots (33)$$

問題 P が NP 困難な問題であることは、文献(4)より容易に証明される。また、前提条件(9)のもとで、問題 P が実行可能となるための必要十分条件は、すべての $b(b = 1, \dots, N_B)$ について、式(29)と(30)を満たし、かつ不等式

$$1 \leq \xi(1) < \xi(2) < \dots < \xi(N_B) \leq N_T \dots\dots\dots (34)$$

を満たす $\xi(b)$ が存在することである。

3. 目標追跡法

従来の投入順序決定問題に対して開発された目標追跡法⁽⁸⁾の考え方は、BL をもつ問題に対しても適用可能である。従来の目標追跡法の基本形は、品目 i の累積投入個数を x_{ik} 、 $x_k = (x_{1k}, \dots, x_{ik}, \dots, x_{I_k})$ とおくとき、 x_{k-1} が与えられて、品目 i を第 k 番めに投入することによる評価関数:

$$C_i(x_{k-1}) = \sum_j f_j \left(\sum_l a_{lj} x_{l, k-1} + a_{ij} - kp_j \right) + \sum_s g_s \left(\sum_l t_{ls} x_{l, k-1} + t_{is} - kr_s \right)$$

を最小化する品目を k 番めの投入品目を選ぶことになる。一方、本稿のモデルでは、ML 前半だけでなく ML 後半と BL についても考慮しなければならない。いま、 $x_{k-1}^{(1)}$ と Π_{k-1} が与えられて、 k 番めに品目 i の品物を投入するとしよう。この決定による評価関数の値の増加は、BL を通らない品目 i に対してこれを $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ とかくとき、次式で与えられる。

$$C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1}) = U_1(x_{k-1}^{(1)} + e_i) + U_2(x_{k-1}^{(1)} + e_i, \Pi_{k-1}) \dots\dots\dots (35)$$

ただし、 e_i は第 i 要素が 1 の I 次元単位ベクトルである。したがって、従来の目標追跡法に従うならば、BL を通らない品目の中からは、式(35)で与えられる $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ を最小化する品目 i を選択するのが妥当となる。一方、BL を通る品目の中から選ぶとすれば、次式で与えられる $C_i^B(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ を最小化する品目を k 番めの投入品目を選ぶのが妥当であろう。

$$C_i^p(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1}) = U_1(x_{k-1}^{(1)} + e_i) + U_B(x_{k-1}^{(1)} + e_i) \\ + U_2(x_{k-1}^{(1)} + e_i, \Pi_{k-1} \oplus \{i\}) \dots\dots\dots (36)$$

ここで、 $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ は $C_i^p(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ の第 2 項を含まないから、BL を通らない品物のほうが優先して投入される可能性が高い。BL を通る品物とそうでない品物の間のこの不公平さを取除くため、本稿で提案する目標追跡法では、最初にすべての品目について $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ を計算し、その値が最小な品目 q を選択する。選択された品目が BL を通らなければ、その品目 q が k 番めに投入されることになる。品目 q が BL を通る場合は、BL を通る品目すべてについて式 (36) の値を計算し、その中で最小の値を与える品目を選択して k 番めに投入する。アルゴリズムは以下のとおりである。ただし、式 (29)、(30) ならびに (34) を満たす $\xi(b)$ の中で最小な正整数を $\xi_L(b)$ 、最大の正整数を $\xi_U(b)$ とする。

アルゴリズム

Step 1: すべての $b(b=1, \dots, N_B)$ について $\xi_L(b)$ と $\xi_U(b)$ を求め、問題の実行可能性を確認する。問題が実行不可能ならば終了する。

Step 2: 初期値設定: $x_0^{(1)}=0$, $b=0$, $k=1$ 。

Step 3: $x_{i,k-1}^{(1)} < d_i$ であるすべての品目 i について、 $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ の値を求める。 $x_{i,k-1}^{(1)} = d_i$ である品目については、 $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1}) = \infty$ とおく。

Step 4: (1) $b = N_B$ もしくは $k < \xi_L(b+1)$ ならば、品目 q を次式より選び、Step 6 へいく。

$$C_q(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1}) = \min_{i \notin A_B} C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$$

(2) $b < N_B$ かつ $k = \xi_U(b+1)$ ならば、Step 5 へいく。
(3) (1), (2) いずれでもない場合は、すべての品目の中から $C_i(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ の値が最小な品目 q を選ぶ。 $q \in A_B$ ならば Step 5 へ、そうでなければ Step 6 へ進む。

Step 5: $C_i^p(x_{k-1}^{(1)}, \Pi_{k-1})$ の値を最小にする品目 q を選ぶ。 $\Pi_k \leftarrow \Pi_{k-1} \oplus \{q\}$ とおき、Step 7 へ進む。

Step 6: $\Pi_k \leftarrow \Pi_{k-1}$ 。

Step 7: $x_k^{(1)} \leftarrow x_{k-1}^{(1)} + e_q$ 。ただし、 e_q は第 q 要素が 1 の単位ベクトル。 $k = N_T$ ならば終了する。そうでなければ、 $k \leftarrow k+1$ とおき、Step 3 へ戻る。

このアルゴリズムは、問題 P が実行可能ならば、必ず実行可能解を導く。

4. 動的計画法による最適化

4.1 アルゴリズム DP 法を使った最適化アルゴリズムについて検討する。DP 法によって最適解を求めることは、問題の規模が大きくなると急速に困難

となるため、実務での使用が制限されることになる。しかし、ヒューリスティック解法など他の近似解法による解の精度を検討する上から最適化アルゴリズムの開発は必要であるし、また、DP 法による計算の過程で生成される部分解の一部を枝切りすることにより実用的な近似解法を容易に作ることも可能である。これらの点から最適化アルゴリズムの開発は重要となる。

3 章までの議論からわかるように、 $x_k^{(1)}$ を与えても $x_k^{(2)}$ は定まらない。 $x_k^{(2)}$ の値を知るためには、 $x_k^{(1)}$ とともに、それ以前の情報が必要である。BL を通る品物で $\xi(b)$ 番めに ML の第 H 工程での作業を終えた品物は、 $\xi(b-R_B)$ 番めに投入された品物と交換されて BL へ入る。このため、DP 法の計算過程においては、 $\xi(b-R_B)$ 番めに投入された品物の情報を保持し、それが $\xi(b)$ 番めに投入された品物と交換されて ML へ戻ることを保証する必要がある。そのためには、 $\xi(b-R_B)$ 番め以降に投入された BL を通る R_B 個の品物の投入順序 Π_k を記憶しておけばよい。したがって、本稿では、DP 法における状態ベクトルを $(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ とする。この状態ベクトルが与えられたとき、 $(k+1)$ 番めから N_T 番めまでの投入順序を最適化したときに、その最適順序によって得られる評価関数値を $F_k(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ で表す。また、 $x_k^{(1)}$ が与えられたとき、 $(k+1)$ 番めに投入可能で BL を通らない品目の集合を $\Omega_M(x_k^{(1)})$ 、BL を通る品目の集合を $\Omega_B(x_k^{(1)})$ とかく。これらの集合は、 $b_k = \sum_{i \in A_B} x_{ik}^{(1)}$ とするとき、次式によって与えられる。

$$\Omega_M(x_k^{(1)}) = \begin{cases} \emptyset, & k+1 = \xi_U(b_k+1) \\ \{i | i \notin A_B, x_{ik}^{(1)} < d_i\}, & \text{otherwise} \end{cases} \\ \Omega_B(x_k^{(1)}) = \begin{cases} \emptyset, & k+1 < \xi_L(b_k+1) \\ \{i | i \in A_B, x_{ik}^{(1)} < d_i\}, & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (37)$$

このとき、関数方程式は次式で与えられる。

$$F_k(x_k^{(1)}, \Pi_k) = \min \begin{bmatrix} \min_{i \in \Omega_M(x_k^{(1)})} \{C_i(x_k^{(1)}, \Pi_k) + F_{k+1}(x_k^{(1)} + e_i, \Pi_k)\} \\ \min_{i \in \Omega_B(x_k^{(1)})} \{C_i^p(x_k^{(1)}, \Pi_k) + F_{k+1}(x_k^{(1)} + e_i, \Pi_k \oplus \{i\})\} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (38)$$

DP 法における関数方程式自体はそれほど複雑とされない。しかし、問題の規模が大きくなると、 R_B 個の品物の投入順序 Π_k を状態変数として保持しなければならないこともあって、各 k での状態の数は非常に大きくなる。このため、コンピュータの CPU メモリの節約や繰返し計算の効率化にプログラミング上のアイデアが必要となるが、その議論は紙面の関係から省略する。

4.2 部分解の枝切り 最適解にならないと判断される部分解は、アルゴリズムの早い段階で取除く(枝切りする)と計算効率は向上する。本稿では、分枝限定法と同じように、解の下界を各部分解に対して計算し、目標追跡法によって求めた解の上界と比較することによって枝切りを行う。

本稿で提案する下界の計算法は、以下のとおりである。ただし、評価関数の f_j と g_s は二次関数、すなわち、

$$f_j(a) = W_{jj}a^2, \quad g_s(a) = W_{ss}a^2 \quad \dots\dots\dots (39)$$

とする。ただし、 W_{jj} と W_{ss} は非負の実数(加重)である。このとき、以下に示すような方法で簡単に下界を計算することができる。

いま、ある資源(ここでは部品もしくは組立時間)の平均消費速度を r 、 n 個の品物の投入順序を $\{i(1), i(2), \dots, i(n)\}$ 、それらの組立に必要な資源の量を $\{a_{(1)}, a_{(2)}, \dots, a_{(n)}\}$ とする。このとき、この資源に関する平準化の評価関数は、

$$\sum_{k=1}^n \left(\sum_{l=1}^k a_{(l)} - kr \right)^2 = \sum_{k=1}^n \left(\sum_{l=1}^k \hat{a}_{(l)} \right)^2$$

によって与えられる。ただし、 $\hat{a}_{(k)} = a_{(k)} - r$ 。この評価関数は以下のように二つの項に分けられる。

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left(\sum_{l=1}^k \hat{a}_{(l)} \right)^2 &= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^n (\hat{a}_{(k)})^2 \\ &+ \sum_{k=1}^n \left(h(k) - \frac{1}{4} \right) \left\{ \hat{a}_{(k)} + \left(\frac{4h(k)}{4h(k)-1} \right) \sum_{l=1}^{k-1} \hat{a}_{(l)} \right\}^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (40)$$

ただし、

$$h(k) = \begin{cases} 1, & k=n \\ \frac{3h(k+1)-1}{4h(k+1)-1}, & k=1, \dots, n-1 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (41)$$

式(41)より、 $h(k) > 0.5$ ならば、 $h(k-1) > 0.5$ となるから、式(40)の右辺第2項は非負となる。したがって、式(40)の右辺第1項は左辺の下界を与える。すなわち、

$$\sum_{k=1}^n \left(\sum_{l=1}^k \hat{a}_{(l)} \right)^2 \geq \frac{1}{4} \sum_{k=1}^n (\hat{a}_{(k)})^2 \quad \dots\dots\dots (42)$$

この不等式の右辺の値は投入順序に依存しない。また、その係数を $1/4$ より大きくすると式(40)の右辺第2項の係数 $(h(k)-1/4)$ が必ずしも非負でなくなる。したがって、投入順序を考えない場合、式(42)の右辺の係数は $1/4$ が最大値となる。下界の精度を上げようとすれば、式(40)の右辺第2項を考慮しなければならない。すなわち、投入順序を考慮する必要がある。

状態ベクトル $(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ が与えられたとき、 $F_k(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ を求めた後で、下界 $LB_k(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ を計算する。

下界の計算では、「状態ベクトル $(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ が与えられても、 k 番めに投入される品目は定まらない」という点に留意する必要がある。このため、すべての i, j, s について、 $\hat{a}_{ij} = a_{ij} - p_j$ 、 $\hat{t}_{is} = t_{is} - r_s$ 、ならびに

$$c_i^{(l)} = \frac{1}{4} \left(\sum_{j \in J_l} W_{jj} (\hat{a}_{ij})^2 + \sum_{s \in S_l} W_{ss} (\hat{t}_{is})^2 \right), \quad l \in \{1, 2, B\} \quad \dots\dots\dots (43)$$

とおくとき、下界 $LB_k(x_k^{(1)}, \Pi_k)$ は次式より求められる。

$$\begin{aligned} LB_k(x_k^{(1)}, \Pi_k) &= F_k(x_k^{(1)}, \Pi_k) + \sum_{i \in A_r} c_i^{(1)} x_{ik}^{(1)} \\ &+ \sum_{i \in A_r} c_i^{(2)} x_{ik}^{(2)} + \sum_{i \in A_B} c_i^{(B)} x_{ik}^{(1)} \\ &- \max_{i \notin A_B, x_{ik}^{(1)} > 0} \left[c_i^{(1)} + c_i^{(2)} \right], \\ &c_{\pi(l)}^{(1)} + c_{\pi(l_B)}^{(2)} + c_{\pi(l)}^{(B)} \quad \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

ただし、最後の項の $\pi(l)$ は Π_k の第 l 要素であり、 $x_{ik}^{(2)}$ は式(20)と(21)から求められる。部分解の枝切りは、実行可能解(今回は目標追跡法によって得た解を使う)に対する評価関数値を上界 UB とするとき、

$$UB \leq LB_k(x_k^{(1)}, \Pi_k)$$

となる部分解を、以後の計算過程で考慮しないことによって実行される。

Table 1 The data for J_1, J_2, J_B and a_{ij}

Part j		Product model i						
		1	2	3	4	5	6	7
J_1	1	2	1	1	2	1	2	1
	2	1	2	2	1	2	0	1
	3	1	0	2	1	2	1	2
J_2	4	0	1	1	2	1	1	2
	5	2	1	1	1	2	1	1
	6	1	2	2	2	1	1	1
	7	0	1	1	0	1	1	0
	8	0	0	1	1	1	0	0
J_B	9	1	1	1	-	-	-	-
	10	1	2	2	-	-	-	-

Table 2 The data for S_1, S_2, S_B and t_{is}

Station s		Product model i						
		1	2	3	4	5	6	7
S_1	1	3.0	3.2	2.8	2.4	2.9	3.0	2.5
	2	3.1	3.2	2.5	2.6	2.8	3.1	2.6
	3	4.0	2.8	3.2	2.1	2.7	3.2	2.3
S_2	4	3.6	3.4	2.8	2.4	2.6	3.3	2.7
	5	2.2	3.5	2.6	2.8	2.5	3.4	2.8
	6	3.1	2.9	2.5	2.3	2.4	3.0	2.4
	7	3.0	3.2	2.6	3.0	2.8	2.9	2.9
	8	2.3	3.4	2.6	2.9	3.0	2.8	3.0
	9	2.6	3.0	2.8	2.4	2.7	2.7	3.1
	10	3.6	3.1	2.5	2.2	2.5	2.6	3.0
S_B	11	12.3	11.0	12.5	-	-	-	-
	12	13.5	10.0	11.2	-	-	-	-

Table 3 The input data and results for numerical examples

Example No.	A_T A_B	$\{d_i\}$	N_T	C_M C_B	Π_0	Z_{DP}	CPU _{DP} (sec.)	Z_{GC} (Error)
1	{1, 2, 4, 5} {1, 2}	{2, 4, 6, 10}	22	3.27 12.0	{2, 1, 2}	64.4654	15	64.4654 (0 %)
2	{1, 2, 4, 5} {1, 2}	{3, 4, 10, 15}	32	3.0 13.4	{2, 1, 2}	87.5010	20	87.5010 (0 %)
3	{1, 2, 4, 5} {1, 2}	{3, 7, 12, 20}	42	3.0 12.6	{2, 1, 2}	120.0671	43	120.8110 (0.62 %)
4	{1, 2, 4, 5, 6} {1, 2}	{2, 4, 4, 6, 6}	22	3.27 12.0	{2, 1, 2}	63.7218	60	63.7218 (0 %)
5	{1, 2, 4, 5, 6} {1, 2}	{3, 4, 7, 8, 10}	32	3.0 13.4	{2, 1, 2}	91.7746	120	91.9591 (0.2 %)
6	{1, 2, 4, 5, 6} {1, 2}	{3, 7, 7, 11, 14}	42	3.0 12.6	{2, 1, 2}	120.4574	317	120.4574 (0 %)
7	{1, 2, 4, 5, 6, 7} {1, 2}	{2, 4, 3, 4, 4, 5}	22	3.27 12.0	{2, 1, 2}	74.4086	340	75.5577 (1.54 %)
8	{1, 2, 4, 5, 6, 7} {1, 2}	{3, 4, 4, 6, 7, 8}	32	3.0 13.4	{2, 1, 2}	93.5374	600	96.3232 (2.97 %)
9	{1, 2, 4, 5, 6, 7} {1, 2}	{4, 6, 5, 6, 8, 13}	42	3.0 12.6	{2, 1, 2}	130.1253	1540	142.4240 (9.45 %)
10	{1, 2, 3, 4, 5, 6} {1, 2, 3}	{2, 2, 2, 4, 6, 6}	22	3.27 12.0	{1, 3, 2}	76.3194	310	80.0640 (4.9 %)
11	{1, 2, 3, 4, 5, 6} {1, 2, 3}	{2, 2, 3, 7, 8, 10}	32	3.0 13.4	{1, 3, 2}	97.4064	900	128.9960 (32.43 %)
12	{1, 2, 3, 4, 5, 6} {1, 2, 3}	{2, 3, 5, 7, 11, 14}	42	3.0 12.6	{1, 3, 2}	130.4917	3900	137.360 (5.26 %)
13	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} {1, 2, 3}	{2, 2, 2, 3, 3, 4, 6}	22	3.27 12.0	{1, 3, 2}	78.2089	1650	123.6120 (58.05 %)
14	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} {1, 2, 3}	{2, 2, 3, 4, 6, 7, 8}	32	3.0 13.4	{1, 3, 2}	101.7270	9600	111.8440 (9.94 %)
15	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} {1, 2, 3}	{2, 3, 5, 5, 6, 8, 13}	42	3.0 12.6	{1, 3, 2}	138.6353	36000	161.7510 (16.67 %)

5. 数 値 実 験

本研究で開発したアルゴリズムの計算効率を検討するため、FORTRANによりコーディングを行い、数値例を解いた。プログラムのステップ数は、GC法が約930ステップ、DP法が約1230ステップであった。これらステップ数には注釈文も含む。

データは以下のとおりである。表1は、MLの前半と後半ならびにBLで使用される部品の集合 J_1 , J_2 , J_B , および各品目 i に対する a_{ij} の値を示す。表2は、 S_1 , S_2 , S_B , ならびに t_{is} のデータを与える。 S_1 より $H=3$ である。これらは共通データであり、表中の7品目のなかから表3の A_T と A_B を構成する。その他の共通データとして、 $R_M=0$, $B_{a(f)}=0$, $B_{a(e)}=2$, $B_{b(f)}=B_{b(e)}=1$, $\alpha_1=\alpha_2=0$, すべての j と s について $W_{jj}=W_{ss}=1$ を設定する。これらのデータを使って数値例15例を作成した。それら数値例の A_T , A_B , $\{d_i\}$, N_T , C_M , C_B , ならびに Π_0 を表3に示す。

計算結果を同じ表3の最後の3列に示す。ただし、 z_{DP} はDP法による最小値(最適解)を、 z_{GC} の列は、GC法によって得られた評価関数値と z_{DP} に対する誤差を、CPU_{DP}はDP法でかかった計算時間(単位は秒)を表す。GC法にかかる時間は、数値例No. 15に

対しても10秒程度であり、実務上計算時間が問題となることは少ないと考えられる。コンピュータはSUN SPARC-stationIPX ワークステーション(20 MIPS 程度)を使用した。計算結果より、GC法は計算時間は短いものの、計算の精度は問題の規模が大きくなると悪くなる傾向がある。DP法は、問題の規模が大きくなると急激に計算効率が悪くなる。なお、4章で示した下解による部分解の枝切りは、枝切りを行わない場合に比べてCPU時間を2分の1程度短縮した。

6. 終 わ り に

本研究ではバイパスラインをもつ混合品種組立ラインにおける投入順序決定問題について、特に部品の消費速度の平準化ならびに作業負荷の平準化に関する最適化モデルを提案し、目標追跡法に基づくヒューリスティックアルゴリズムならびに動的計画法を使った最適化アルゴリズムを開発した。また、アルゴリズムのコンピュータプログラムを作成し、複数の数値例を解いて、アルゴリズムの計算効率について検討を行った。その結果、目標追跡法は計算時間が短く実用的といえるが、問題の規模が大きくなると解の精度が悪くなる傾向が見られた。動的計画法による最適化アルゴ

リズムは、問題の規模が大きくなると計算時間が爆発的に増大する。以上の点から今後の研究課題は、解の精度が高い実用的解法を開発することであり、そのためには目標追跡法の改良、動的計画法を利用した近似解法の開発、メタ・ヒューリスティック解法の利用について検討する必要がある。

文 献

- (1) Bard, J. F., ほか 2 名, *Int. J. Production Res.*, **32**-10(1994), 2431-2454.
- (2) Bautista, J., ほか 2 名, *European J. Opn. Res.*, **88**(1996), 101-113.
- (3) Dar-El, E. M. and Cothier, R. F., *Int. J. Production Res.*, **13**-5(1975), 463-477.
- (4) Kubiak, W., *European J. Opn. Res.*, **66**(1993), 259-271.
- (5) Miltenburg, J., *Management Sci.*, **35**-2(1989), 192-207.
- (6) Miltenburg, J. and Sinnamon, G., *Int. J. Production Res.*, **33**-7(1995), 2049-2052.
- (7) Miltenburg, J., ほか 2 名, *Math. and Comput. Modelling*, **13**-3(1990), 57-66.
- (8) Monden, Y., *Toyota production system : An integrated approach to just-in-time.*, (1993), 253-290, Industrial Engg. and Management Press.
- (9) Okamura, K. and Yamashina, H., *Int. J. Production Res.*, **17**-3(1979), 233-247.
- (10) 大野勝久・ほか 2 名, 日本経営工学会誌, **46**-3(1995), 187-193.
- (11) 田村隆善・ほか 2 名, 日本経営工学会誌, **48**-1(1997), 33-41.
- (12) Tsai, L., *Management Sci.*, **41**-3(1995), 485-495.
- (13) Xiaobo, Z. and Ohno, K., *Comput. and Industrial Engg.*, **27**-1(1994), 71-74.
- (14) Yano, C. A. and Rachamadugu, R., *Management Sci.*, **37**-5(1991), 572-586.
- (15) 徐祝淇・平木秀作, 日本経営工学会誌, **46**-6(1996), 614-622.