座標測定による平面曲線輪郭形状偏差の最小領域評価*

丘 華^{*1}, 安 則 光 喜^{*2}Minimum Zone Evaluation of Form Deviation for Planar Curve Contours
Based on Coordinate Measurement

Hua QIU and Koki YASUNORI

We develop an evaluation method for form deviation of complex planar curve contours based on coordinate measurement data. Using this method, the contour curve is expressed in terms of its optimal interpolation circular arcs, where interpolation accuracy can be specified arbitrarily, and the form deviation is defined as the deviation between the points of measurement and the arcs. The difference between both the deviations relative to the contour curve and relative to the arcs is not larger than the circular interpolation accuracy. The geometrical form deviation of the profile is evaluated using the simplex search algorithm based on the minimum zone criterion. An actual evaluation example for a planar cam profile is shown. The form deviations of the cam profile obtained by the present method satisfy the geometrical condition of the minimum zone criterion and are obviously smaller than the ones obtained by the least squares criterion.

Key Words: Coordinate Measurement, Geometrical Deviation, Evaluation, Minimum Zone Criterion, Curve Contour, Simplex Search, Circular Interpolation, Cam Profile

1. 緒 言

ワーク輪郭上の離散的な点の座標測定データから輪郭の形状偏差を精密に評価する際に、

- 各測定点の形状偏差をどの基準に対して計算するか？
- 輪郭の形状偏差をどの評価方法を用いて求めるか？

という二つの問題を考慮しなければならない。

測定点の形状偏差は本来輪郭の理論形状に対して計算すべきであるが、直線や平面、円や円筒面のような簡単な形状以外の輪郭に対しては、輪郭の定義式を使い、適当な数値解法を組み込む評価プログラムを測定対象ごとに前もって作成する必要がある。その不便さを避けるために、現状では、複雑な輪郭の形状測定において測定点の理論位置を使い、何らかの補間方法によって定めた元の輪郭の近似輪郭を利用して測定点の形状偏差を決めるのが一般的である。この場合、利用した近似輪郭の種類、特に近似輪郭の補間精度は評価値に直接影響を与える⁽¹⁾。

一方、輪郭の形状偏差は最小領域法で評価すべきであるが⁽²⁾、評価計算アルゴリズムの汎用性及び測定点形状偏差自体の精度との関連性によって、現状では、直線や平面、円や円筒面などの一部の簡単な輪郭の場合を除けば⁽³⁾⁻⁽⁷⁾、最小領域評価はほとんど実用されていない。

著者らは、実用上重要である2次元輪郭形状の精密測定を対象として、最適円弧補間法⁽⁸⁾を利用して複雑な輪郭曲線を補間し、最適補間円弧による近似輪郭に対して測定点の形状偏差を求める手法を提案した⁽¹⁾。この方法は測定点の形状偏差の近似精度を前もって指定した値以内に保証することができるが、輪郭の形状偏差を最小二乗法で評価している。そこで、本報告では、改めて最小領域評価に基づき、シンプレックス法を用いて輪郭の形状偏差を求めることを試みる。また、最小領域評価が満足されていることを確認する上で、得られた結果を最小二乗法による結果と比較して検討する。

2. 輪郭形状偏差の最小領域評価法

2・1 測定点の形状偏差 最適円弧補間法⁽⁸⁾を用いて平面輪郭曲線(以下、単に輪郭曲線と略す)を補間すると、最適補間円弧による近似輪郭曲線が得られる。

* 原稿受付 1998年1月20日。

^{*1} 正員、九州産業大学工学部 (☎ 813-8503 福岡市東区松香台 2-3-1)。

^{*2} 学生員、九州産業大学大学院。

元の輪郭曲線が連続であれば、近似輪郭曲線も連続となり、かつ、元の輪郭曲線の法線方向に測った近似輪郭曲線の誤差(補間誤差)は前もって指定した補間精度値以内に保証される。文献(1)に示したように、各測定点の最適補間円弧による近似輪郭曲線に対して計算する形状偏差と元の輪郭曲線に対して計算する形状偏差との差は指定した補間精度値以内に保証されており、また、各測定点はそれぞれ一つの補間円弧に唯一に対応している。 j 番目の測定点 (x_j, y_j) が i 番目の補間円弧に対応するとすれば、その補間誤差 δ_j は次式で求められる。

$$\delta_j = k_j \left\{ \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} - \rho_i \right\} \quad (1)$$

ここで、 x_i と y_i は i 番目補間円弧中心の座標、 ρ_i は i 番目補間円弧の半径である。 k_j は j 番目測定点輪郭偏差の符号係数であり、その値は、測定点が輪郭の内側(実質部側)にあるとき δ_j が負、外側にあるとき δ_j が正になるように ± 1 である。

2・2 輪郭の形状偏差評価 普通、輪郭形状の座標測定作業においては、始めに理想輪郭を定義する座標系と一致するように、または一定の換算関係を持つように測定座標系を設定する。以下は簡単のために一致する場合について説明する。理想輪郭を定義する座標系 o - xy に対して測定座標系 o^* - x^*y^* の設定誤差は図1に示すようにパラメータ a, b と θ で表される。測定座標系と理論輪郭定義座標系において j 番目測定点の座標をそれぞれ (x_j^*, y_j^*) と (x_j, y_j) とすれば、両者の間に次の換算式が成立する。

$$\begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & a \\ \sin \theta & \cos \theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j^* \\ y_j^* \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

(x_j, y_j) を式(1)に代入すると、 j 番目測定点の形状偏差が求められる。

最小領域法を用いて輪郭の形状偏差を評価する際に、輪郭の形状偏差 Δ を各測定点の形状偏差 δ_j の間に最大値と最小値との差が最小になるときの値として定義することができる⁽⁷⁾。すなわち、

$$\Delta = \min \{ \max(\delta_j) - \min(\delta_j) \} \triangleq f(a, b, \theta) \quad (3)$$

式(3)を解けば、パラメータ a, b, θ の値が決められ、輪郭の形状偏差は求められる。本報告では、三変数 a, b, θ の最適化問題としてシンプレックス法⁽⁹⁾を使って式(3)を解く。

3. 輪郭形状偏差の評価例

図2に示す円端直動従節直進カムの輪郭形状偏差評

Fig. 1 Coordinate systems of o - xy and o^* - x^*y^*

Fig. 2 Cam profile in the example

価に2章に述べた手法を適用する。カム曲線は変形正弦曲線であり、カムの直進ストロークは120mm、従節の最大変位は40mm、従節先端半径は10mmである。カムの輪郭曲線はカムの直進距離 d をパラメータとして表される。輪郭測定にミットヨ製のBHN506型の三次元座標測定機を使用した。また、輪郭測定において、 d に対して等間隔で各測定点の理論位置を決め、輪郭測定点数をそれぞれ81, 121, 241, 481, 961の5通りにした。輪郭形状偏差の評価計算において、 a, b, θ の初期値をそれぞれ ± 0.5 mm, ± 0.5 mm, ± 0.06981 rad($\pm 4^\circ$)にして初期シンプレックスを構成した。また、評価計算の収束条件として、シンプレックスの各頂点に対応する輪郭形状偏差値の標準偏差が 10^{-8} mmより小さくなることを用いた⁽⁹⁾。

表1には、種々の指定精度に対するカム輪郭の実際円弧補間誤差、円弧の数及び測定点数を241にした場合のカム曲線輪郭の形状偏差評価値を示す。表中の Δ_{MZ} と Δ_{LS} はそれぞれ2章に述べた手法と最小二乗評価⁽¹⁾によるカムの輪郭形状偏差、 $\Delta^{(0)}$ は別途数値解法を使って直接カムの理論輪郭に対して求めた輪郭の形状偏差であり、 a, b, θ はそれぞれの場合に輪郭定義座標系に対する

Table 1 The circular interpolation results and the geometrical deviations of cam profile in the case of 241 measurement points

Specified interpolation accuracy ($\mu\text{ m}$)	Interpolation error ($\mu\text{ m}$)	No. of arc	Least squares criterion				Minimum zone criterion				Δ_{LS}
			a (mm)	b (mm)	θ (rad)	$\Delta_{LS}(\mu\text{ m})$	a (mm)	b (mm)	θ (rad)	$\Delta_{MZ}(\mu\text{ m})$	Δ_{MZ}
2	1.416	24	0.0210	0.0331	0.0000648	5.7270	0.0360	-0.0199	0.0000601	4.1460	1.381
1	0.969	28	0.0209	0.0331	0.0000643	5.9268	0.0399	-0.0367	0.0000690	4.2789	1.385
0.5	0.388	36	0.0209	0.0331	0.0000639	5.4893	0.0443	-0.0487	0.0000620	3.9000	1.408
0.2	0.193	44	0.0209	0.0332	0.0000638	5.7546	0.0428	-0.0436	0.0000631	3.9442	1.459
0.1	0.093	56	0.0209	0.0332	0.0000638	5.7474	0.0440	-0.0474	0.0000616	3.9532	1.454
$\Delta^{(0)}(\mu\text{ m})$			0.0209	0.0332	0.0000637	5.7485	0.0442	-0.0483	0.0000617	3.9688	1.448

Specified accuracy of circular interpolation is 1 μm Specified accuracy of circular interpolation is 0.2 μm Specified accuracy of circular interpolation is 0.1 μm

To theoretical profile curve of cam

(a) By the least squares criterion

Specified accuracy of circular interpolation is 1 μm Specified accuracy of circular interpolation is 0.2 μm Specified accuracy of circular interpolation is 0.1 μm

To theoretical profile curve of cam

(b) By the minimum zone criterion

Fig. 3 The examples of the geometrical deviation of cam profile in the case of 241 measurement points

測定座標系設定誤差のあてはめ値である。図3に得られた輪郭の形状偏差曲線の例を示し、また、比較のため最小二乗法による結果も同時に記入している。図3中の各最小領域輪郭形状偏差の曲線を見ると、どちらでも正負交代で5点の極値点(○マークで示す点)を持っており、かつ、詳細に調べた結果から極値点の形状偏差絶対値は同じになっている(最大値同士及び最小値同士の間はそれぞれ $0.1\mu\text{m}$ のレベルで一致している)ことがわかる。したがって、これらの輪郭形状偏差の評価結果は最小領域評価の幾何学的条件⁽⁷⁾を満足している。なお、表1と図3からわかるように、いずれの場合にも最小領域評価による輪郭形状偏差が最小二乗評価によるものより小さくなっており、また、指定円弧補間精度が小さくなるにつれて、最小領域評価においても最小二乗評価においても、輪郭の形状偏差と a, b, θ の値は直接カムの理論輪郭に対して求めた値に近づいている。

詳細なデータは省略するが、ほかの測定点数の場合でも、表1と図3の結果と同じになっている。図4は各測定点数の場合における最小二乗評価によるカム輪郭の形状偏差 Δ_{LS} と最小領域評価によるカム輪郭の形状偏差 Δ_{MZ} との比及び直接カムの理論輪郭に対して最小領域法で求めた輪郭の形状偏差値 $\Delta_{MZ}^{(0)}$ を示している。この図から、測定点数の増加につれて、 $\Delta_{MZ}^{(0)}$ の値は大きくなり、 Δ_{LS} と Δ_{MZ} の比は小さくなる傾向があるものの、 Δ_{LS} の値は Δ_{MZ} の値よりつねに1~4割程度大きくなっていることがわかる。したがって、輪郭形状偏差の許容値が小さい精密加工の場合、ワークの加工合格率を向上する立場から、輪郭形状偏差の評価には最小領域評価法が断然有利であることがわかる。

以上の結果から、シンプレックス法は測定点の座標データから平面曲線輪郭の形状偏差の最小領域評価に有効に使えることが結論できる。ただし、最小二乗評価に比べて最小領域評価の計算時間は10~30倍程度長くなる。したがって、最小領域評価の幾何学的条件⁽⁷⁾に基づいてより効率的な輪郭形状偏差の評価計算アルゴリズムの開発は今後の課題である。また、本報告のすべての計算例に同じ a, b, θ の値を使うと、最適補間円弧による近似輪郭に対して求めた各測定点の形状偏差とカムの理論輪郭に対して求めた各測定点の形状偏差との差が指定した円弧補間精度値以内になることも確認した。

4. 結 言

(1) 離散的な測定点の座標データから平面曲線輪郭

Fig. 4 Values of Δ_{LS}/Δ_{MZ} and $\Delta_{MZ}^{(0)}$

の形状偏差を最小領域評価に基づいて計算する手法を完成した。この手法では、最適補間円弧による近似輪郭曲線に対して各測定点の形状偏差を求め、シンプレックス法を利用して輪郭の形状偏差を計算する。測定点の形状偏差の計算は非常に簡単であり、しかも得られた形状偏差の精度は前もって指定した値以内に保証されている。

(2) 実際の平面カムの輪郭形状偏差評価に完成した手法を適用した結果、得られた輪郭形状偏差は最小領域評価の幾何学的条件をつねに満足していることが確認された。また、それによる評価結果を最小二乗法による評価結果と比較した結果、最小領域評価による輪郭形状偏差が最小二乗評価による輪郭形状偏差よりつねに1~4割程度小さくなっていることも確認された。

文 献

- (1) 丘華, 座標測定による平面曲線輪郭の形状偏差評価の一方法, 機論, 63-609, C(1997), 1733-1738.
- (2) JIS B 0621-1984, 幾何偏差の定義及び表示.
- (3) Murthy, T. S. R. and Abidin, S. Z., Minimum Zone Evaluation of Surfaces, *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 20-3, (1980), 123-136.
- (4) 塚田忠夫・金田徹・奥田謙造, 最適化技法を用いた最小領域法真円度の評価法, 精密機械, 49-10, (1983), 1351-1357.
- (5) 下河辺明・豊山晃・福田真, 最小領域法による形状精度の評価, 精密機械, 50-4, (1984), 697-703.
- (6) Bourdet, P. and Clement, A., A Study of Optimal-Criteria Identification Based on the Small-Displacement Screw Model, *Ann. CIRP*, 37-1, (1988), 503-506.
- (7) Xiong, Y. L., Computer Aided Measurement of Profile Error of Complex Surfaces and Curves (Theory and Algorithm), *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 30-3, (1990), 339-357.
- (8) 丘華・有浦泰常・尾崎弘明, 平面曲線輪郭の精密NC加工のための最適円弧補間法, 機論, 62-593, C(1996), 338-345.
- (9) 今野浩・山下浩, 非線形計画法, 日科技連, (1978), 284-288.