タワークレーンの吊り荷ロープ長変動を考慮した ゲインスケジュールド制御*

高木清志^{*1}, 西村秀和^{*2}

Gain-Scheduled Control of A Tower Crane Considering Varying Load-Rope Length

Kiyoshi TAKAGI, Hidekazu NISHIMURA

This paper discusses control of a crane mounted on a tower-like flexible structure in the case of varying load-rope length. A fast transfer of the load causes the sway of the load and the vibration of the flexible structure. Our object is to control both the sway and the vibration by control of torque to the boom. But if the length of the load rope varies, it is difficult to control by the fixed compensator, because the natural frequency of the load rope and gain of the plant to control input vary also. So, we design the gain-scheduled H_∞ compensator based on the LMI for the length of the load rope and verify the efficiency of the gain-scheduled H_∞ compensator by simulations and experiments.

Key Words: Positioning Control, Vibration Control, Tower Crane, Flexible Structure, Robust Control, H_∞ Compensator, Gain-Scheduling, LMI

1. まえがき

ビル、ダム建設などで使用されるタワークレーンは、タワー部を徐々に継ぎ足してクライミングを行う必要もあり、クレーンの土台となるタワー部を剛体とすることは困難である。そのため、ブームの起伏や旋回、吊り荷ロープの巻き上げと巻き下げ、資材の着地やダム建設におけるコンクリートの放出などのクレーンの運動によりタワー部の振動を励起し、荷ぶれに加えてタワー部の残留振動が操縦者の作業効率を悪化させることになるという問題があり、振動を抑えるという部分のみでもクレーン操作の自動化のための制御技術に関する研究は高まりつつある⁽¹⁾⁽²⁾。

これらの問題に対して、著者らはクレーンの本来有する操作力のみにより、吊り荷ロープ長固定の場合についてクレーンのブーム自体の位置決め制御、吊り荷の制動制御、タワー部の振動制御の同時制御を行った⁽³⁾。

しかしながら、実際のタワークレーンの作業順序は、1) 吊り荷ロープを巻き上げ、2) 旋回と同時にブームを起伏させて位置を決め、3) 吊り荷ロープを巻き下げる、となる。そのため、吊り荷ロープ長の変動は無視できない。そこで本研究では、文献(3)で示したモデリングに加えて、吊り荷のロープ長変動をも考慮したフルオーダーモデルと、制御系設計のための低次元化モデルを定式化する。

西村、種村ら⁽⁴⁾は走行クレーンのロープ長変動に対してHyde, Gloverら⁽⁵⁾の方法を用いたがそこでは、閉ループ系の安定性は補償されていなかったため、設計後に安定性の確認を行い、シミュレーションによりその有効性を示した。これに対して、Gahinetら⁽⁶⁾の提案した線形行列不等式(LMI)に基づくゲインスケジュールド制御は閉ループ系の安定性を補償する形で制御器を求めている。

LMIに基づくゲインスケジュールド制御は制御対象を時変パラメータ依存システムとして扱い、非線形または線形時変系に対して有効であり、すでにおもに剛体の制御に関してはいくつかの研究例が報告されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。しかし、制御系設計のための低次元化モデルが制御対象との誤差を多く含む振動の制御に適用した例はあまりない。

そこで本研究では、まず制御系設計のための低次元化モデルを吊り荷ロープ長に関するパラメータ依存モデルに変形し、操縦者が任意に変動させる吊り荷ロープ長に応じたLMIに基づくゲインスケジュールド制御系を設計する。さらに、ゲインスケジュールド制御器と吊り荷ロープ長を一定として設計した固定制御器との比較をシミュレーションおよび実験により検討し、本制御系設計手法の有効性を検証する。

2. モデリング

2.1 モデルの導出 タワークレーンのフルオーダーモデルを図1に、制御系設計に用いる低次元化モデルを

* 原稿受付 1998年1月20日。

*¹ 千葉大学大学院(〒263-8522 千葉市稲毛区称生町1-33)。

*² 正員、千葉大学工学部。

Fig.1 Full-order model

Fig.2 Reduced-order model

図2に示す。記号を以下のように定義する。

x_i : タワー各部の絶対変位, ν : ブームの角度, ϕ_i : タワー各部の曲げ, θ : 吊り荷の振り上がり角度, α : 巻胴の角度, Ω_b : ガントリのx軸に対する角度, L : ブーム長, R_b : 巻胴半径, E : 弾性係数, l : 吊り荷ロープ長, l_b : ブーム支持ロープ長, l_{bf} : ガントリ上部から巻胴までの距離, L_t : タワー部長, a : ブーム下端と原点との距離, a_b : ブーム下端とガントリ上端との距離, l_m : タワー最上部の原点から重心までの距離, λ : ブーム支持ロープの伸び, k_b : ブーム支持ロープのばね定数, c_b : ブーム支持ロープの粘性減衰係数, A_b : ブーム支持ロープの断面積, A_t : タワー部断面積, ρ : タワー部密度, I_t : タワー部断面2次モーメント, W_b : ブーム質量, W_o : 吊り荷質量, J_d : タワー最上部の慣性モーメント, J_m : 巻胴の慣性モーメント, M_d : タワー最上部の質量, M_b : タワー部1次モードに対する等価的質量, k_t : タワー部1次モードに対する等価的ばね定数, c_t : タワー部1次モードに対する等価的減衰係数, u : 入力トルク, g : 重

力加速度

x-z座標の原点はタワー最上部にとる。フルオーダーモデルに関しては以下のように仮定をする。

- (1.1) ロープ質量は考慮しない。
- (1.2) x軸, z軸を図1のようにとり, ブーム, 吊り荷, タワー部は, x-z平面内のみを動くものとする。
- (1.3) タワー部を4分割の有限要素モデルとする。
- (1.4) ブームは剛体とする。

図1に示したモデルの運動方程式の導出は省略するが, 得られた運動方程式を吊り荷ロープ角を微小と考えて

$$\sin(\theta) \simeq \theta, \quad \cos(\theta) \simeq 1 \quad (1)$$

$$\sin(\nu) = \frac{\sin(\nu)}{\nu} \cdot \nu, \quad \cos(\nu) = \frac{\cos(\nu)}{\nu} \cdot \nu \quad (2)$$

$$\left(20 \cdot \frac{\pi}{180} \leq \nu \leq 70 \cdot \frac{\pi}{180} \quad (\text{rad}) \right)$$

と変形し, 状態方程式を求めると,

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \mathbf{A}_f(\nu, \dot{\nu}, \theta, \dot{\theta}, l, \dot{l}) \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f(\nu, \dot{\nu}, \theta, \dot{\theta}, l, \dot{l}) u + \Phi \quad (3)$$

となる。ここで Φ は, 式(1), (2)の様には線形化することのできない非線形項とする。状態変数ベクトル $\mathbf{x}_f$ は,

$$\mathbf{x}_f = [x_i, \nu, \phi_i, \theta, \alpha_b, \dot{x}_i, \dot{\nu}, \dot{\phi}_i, \dot{\theta}, \dot{\alpha}_b]^T \quad (22 \times 1) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4)$$

である。

また, 観測量 $\mathbf{y}$ は以下の出力方程式で表される。

$$\mathbf{y} = [x_1, \nu, \theta]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f \quad (6)$$

しかし, 図1のフルオーダーモデルは Φ による非線形性が強いので, 閉ループ系を安定にする制御器を設計することは困難となる。また, 制御系設計のためにはモデルの次数の低減が必要となる。そこで, 図2に示されるモデルに低次元化し状態方程式を求める。ここで, 図2のモデルにおいて以下のように仮定する。

- (2.1) 入力トルクがブーム支持ロープを介さず, 直接ブーム先端に掛かるとする。
- (2.2) タワー部を, x方向のみの等価的な1自由度系とする。

ブーム下端より ξ なる位置でのブームの変位 x_b, z_b は

$$x_b = x_r + \xi \sin \nu, \quad z_b = \xi \cos \nu \quad (7)$$

で, ブームの持つ運動エネルギー, 位置エネルギー T_b, V_b は,

$$T_b = \frac{W_b}{2L} \int_0^L (\dot{x}_b^2 + \dot{z}_b^2) d\xi, \quad V_b = \frac{W_b g}{L} \int_0^L z_b d\xi \quad (8)$$

となる．吊り荷の位置 x_o, z_o は

$$x_o = x_r + L \sin \nu + l \sin \theta, \quad z_o = L \cos \nu - l \cos \theta \quad (9)$$

で，吊り荷の持つ運動エネルギー，位置エネルギー T_o, V_o は

$$T_o = \frac{W_o}{2} (\dot{x}_o^2 + \dot{z}_o^2), \quad V_o = W_o g z_o \quad (10)$$

となる．タワー部に関しては， M_b をタワー部 1 次モードの等価質量として，図 2 のモデルのタワー部 1 次モードの固有振動数，減衰比が図 1 のフルオーダーモデルのタワー部 1 次モードの固有振動数，減衰比に一致するように等価的ばね定数 k_t ，等価的減衰係数 c_t を決める．タワー部の持つ運動エネルギー T_t は，

$$T_t = \frac{1}{2} M_b \dot{x}_r^2 \quad (11)$$

となる．仮定 (2.1) よりブームに加わる外力 Q_b は

$$Q_b = \frac{1}{R_b} u \quad (12)$$

外力 Q_b とブームとの角度 θ_b は，

$$\theta_b = \sin^{-1} \left(\frac{a_b}{l_b} \cos(\nu - \Omega_b) \right) \quad (13)$$

となる．仮定 (2.2) より，タワー部に加わる入力トルク u による x 方向の変位と x 方向のみの力 Q_t による変位が等しくなるような力 Q_t は，

$$Q_t = \frac{3}{2L_t} u \quad (14)$$

となる．また，ばね k_t ，ダンパ c_t による力 Q_{tb} は，

$$Q_{tb} = -k_t x_r - c_t \dot{x}_r \quad (15)$$

となる．そして，運動方程式をラグランジュの方程式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} &= Q_i \\ T &= T_b + T_o + T_t, \quad V = V_b + V_o \\ q_i &= x_r, \nu, \theta \\ Q_i &= Q_t + Q_{tb}, \quad Q_b \sin \theta_b L, \quad 0 \end{aligned} \quad (16)$$

より求めると，

$$\begin{aligned} M_b \ddot{x}_r + W_b \left\{ \ddot{x}_r + L \left(\frac{\ddot{\nu} \cos(\nu)}{2} - \frac{\dot{\nu}^2 \sin(\nu)}{2} \right) \right\} + \\ W_o \{ \ddot{x}_r + 2\dot{\theta} \cos(\theta) + \ddot{\theta} l \cos(\theta) + L(\ddot{\nu} \cos(\nu) - \dot{\nu}^2 \sin(\nu)) + \ddot{l} \sin(\theta) - \dot{\theta}^2 l \sin(\theta) \} &= Q_t + Q_{tb} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} W_b \left(\frac{\ddot{\nu} L^2}{3} + \frac{L \cos(\nu) \ddot{x}_r}{2} - \frac{L g \sin(\nu)}{2} \right) - W_o L g \sin(\nu) + \\ W_o [L^2 \ddot{\nu} + L \{ \cos(\nu) \ddot{x}_r + 2\dot{\theta} \cos(\nu + \theta) + \ddot{\theta} l \cos(\nu + \theta) + \ddot{l} \sin(\nu + \theta) - \dot{\theta}^2 l \sin(\nu + \theta) \}] &= Q_b \sin \theta_b L \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} W_o [l g \sin(\theta) + 2\dot{\theta} l + \ddot{\theta} l^2 + \ddot{x}_r l \cos(\theta) + \\ L \{ \ddot{\nu} l \cos(\nu + \theta) - \dot{\nu}^2 l \sin(\nu + \theta) \}] &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Table 1 Specifications of tower crane model

Ω_b	$\pi/2$ (rad)	L	0.71 (m)
R_b	0.01 (m)	E	2.1×10^{11} (N/m ²)
l	0.8 (m)	l_{bf}	0.2 (m)
L_t	1.2 (m)	a	0.05 (m)
a_b	0.19 (m)	l_m	0.085 (m)
A_b	3.1×10^{-16} (m ²)	A_t	6.4×10^{-5} (m ²)
ι	1.1×10^4 (kg/m ³)	e	0.006
I_t	7.34×10^{-10} (m ⁴)	W_b	0.205 (kg)
W_o	0.15 (kg)	J_d	0.11 (kg · m ²)
J_m	1.6×10^{-5} (kg · m ²)	M_d	1.3 (kg)
M_b	1.5 (kg)	c_t	1.96×10^{-2} (N · s/m)
k_t	1.45×10^2 (N/m)	g	9.8 (N · s ² / m)

が得られる．式 (3), (4) と同様に変形し，状態方程式を求めると，

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_r &= A_r(\nu, \dot{\nu}, \theta, \dot{\theta}, l, \dot{l}, \ddot{l}) \mathbf{x}_r \\ &\quad + B_r(\nu, \dot{\nu}, \theta, \dot{\theta}, l, \dot{l}, \ddot{l}) u \end{aligned} \quad (20)$$

$$\mathbf{x}_r = [x_r, \nu, \theta, \dot{x}_r, \dot{\nu}, \dot{\theta}]^T \quad (21)$$

となる．観測量および出力方程式は

$$\mathbf{y} = [x_r, \nu, \theta]^T \quad (22)$$

$$\mathbf{y} = C_r \mathbf{x}_r \quad (23)$$

となる．装置の各パラメータを，表 1 に示す．

2.2 パラメータ依存モデルへの変形 本研究では吊り荷ロープ長をオペレータが任意に変動させるものとしているので，吊り荷ロープ長の変動に伴い式 (20) の行列 A_r, B_r は変化する．そこで，制御器を設計するための低次元化モデルから，さらに吊り荷ロープ長変動を含むパラメータ依存モデルを作成する⁽⁹⁾．

式 (20) の行列 A_r, B_r は，それぞれ， $\nu, \dot{\nu}, \theta, \dot{\theta}, l, \dot{l}, \ddot{l}$ の関数となるが， ν は，あるブームの角度 ν_0 に固定し $\dot{\nu}, \theta, \dot{\theta}, \dot{l}, \ddot{l}$ は，それぞれ 0 とし，吊り荷ロープ長 l のみの変動を考慮して，

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_r &= A_r(\nu_0, 0, 0, 0, l, 0, 0) \mathbf{x}_r \\ &\quad + B_r(\nu_0, 0, 0, 0, l, 0, 0) u \end{aligned} \quad (24)$$

とする．

3 章に示す LMI に基づくゲインスケジュールド H_∞ 制御器を設計する上で，制御入力行列 B_r が不変でなければならないという制約がある⁽⁹⁾．式 (24) からわかるように B_r は変動を考えている吊り荷ロープ長 l が含まれており，この制約を満たしていない．そこでプラントの前に十分広い帯域幅をもつと仮定したアクチュエータ特性を付加し，拡大プラントの行列 A に行列 B_r のパ

ラメータ依存性を押し込める．そうして新たに低次元化モデルの状態方程式，出力方程式を

$$\dot{x} = A(Z)x + Bu_e \quad (25)$$

$$y = Cx \quad (26)$$

とする． u_e は仮定したアクチュエータに入る電圧である．ここで Z は新たに導入したパラメータである．吊り荷ロープ長 l の変動により行列 A 中の l の項が含まれている要素が変動してしまうが，大きく変動する8個の要素の変動のみを考える．そして，(6,1)成分を Z ，(6,6)成分を M とおくと，残りの変動する要素は式(27)に示すように全て Z の定数倍で表すことができる．

$$A(M, Z) = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z & \alpha Z & \beta Z & \tau Z & M & \eta Z & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\alpha, \beta, \tau, \lambda, \eta = \text{const.}$$

また，(6,6)成分の M は，

$$M = 2.0 \cdot 10^{-5} - 7.0 \cdot 10^{-7} Z \quad (28)$$

と近似している．このようにして，吊り荷ロープ長 l が変動した場合の行列 A をパラメータ Z によって表すことができ，式(25)は最終的に

$$\dot{x} = \overbrace{(A_0 + ZA_Z)}^{A(Z)} x + Bu_e \quad (29)$$

となる．ここで A_0 は行列 A から変動する成分を取り除いた行列， A_Z は Z の係数のみの行列である．

ブームの角度 ν_0 を移動しうる中間点である

$$\nu_0 = \frac{\pi}{4} (\text{rad}) \quad (30)$$

とし，吊り荷ロープ長 l の変動する範囲を

$$l \in [0.3, 1.5] (\text{m}) \quad (31)$$

とすると， Z のとり範囲は

$$Z_{\min} = 3.7540 \cdot 10^1, Z_{\max} = 1.8770 \cdot 10^2 \quad (32)$$

$$Z_{\min} \leq Z \leq Z_{\max} \quad (33)$$

となる．なお， Z は吊り荷ロープ長 l を用いて，

$$Z = \frac{56.3107}{l} \quad (34)$$

より求める．

3. 制御系設計

3.1 制御器の設計 制御系設計に用いる式(29)のパラメータ依存モデルは，フルオーダーモデルに対して無視したタワー部の高次モードやロープに関する特性などが入っていない．そこで，制御系設計においてロバスト制御理論の適用が必要になる．

また，吊り荷ロープ長が短くなると，吊り荷の固有振動数が変化するばかりでなく，制御入力からタワー部，ブーム，吊り荷に対する応答性が敏感になるため，閉ループを安定にするには制御器のゲインを低くしなければならない．しかし，低ゲインの制御器を吊り荷ロープ長の変動する範囲全体で適用すると，応答性が鈍感になる吊り荷ロープ長が長い状態では，タワー部，ブーム，吊り荷の整定性能が劣化してしまう．そのため，単一のロバスト線形時不変(LTI)制御器では吊り荷ロープ長の変動する範囲全体で高い制御性能を得ることができず，吊り荷ロープ長に応じたLMIに基づくゲインスケジュールド H_∞ 制御器を求める必要がある．

一般化プラントは，図3のように構成する．ここで u を制御力， w を外乱， y を観測量， z を制御量とする混合感度問題の評価関数は

$$\begin{cases} G_{z1w1} = W_1(I - PK)^{-1}KP \\ G_{z2w1} = W_2(I - PK)^{-1}P \\ G_{z1w2} = W_1(I - PK)^{-1}KD_w \\ G_{z2w2} = W_2(I - PK)^{-1}D_w \end{cases} \quad (35)$$

$$\|G_{zw}\|_\infty < \gamma \quad G_{zw} = \begin{bmatrix} G_{z1w1}, G_{z1w2} \\ G_{z2w1}, G_{z2w2} \end{bmatrix}$$

となる．重み関数を以下のように選ぶ

$$W_1 = \frac{6.8 \cdot 10^2 \cdot \{s^2 + 1.6 \cdot (0.2 \cdot \pi)s + (0.2 \cdot \pi)^2\}}{s^2 + (20 \cdot \pi)s + (20 \cdot \pi)^2}$$

$$W_{21} = \frac{8 \cdot 10^5}{s^2 + 2 \cdot 0.6 \cdot (6 \cdot \pi)s + (6 \cdot \pi)^2}$$

$$W_{22} = \frac{1.2 \cdot 10^3}{s + \varepsilon}, \quad \varepsilon = 10^{-6}$$

$$W_{23} = \frac{10^2}{s^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot (3 \cdot \pi)s + (3 \cdot \pi)^2}$$

$$W_2 = \text{diag}(W_{21}, W_{22}, W_{23})$$

Fig.3 Generalized plant

Fig. 4 Gain of weighting function

 Fig. 5 Gain of gain-scheduled controller of $l=0.8(\text{m})$

$$D_w = \text{diag}(0.03, 0.05, 0.05) \quad (36)$$

W_{21}, W_{22}, W_{23} は、それぞれタワー部、ブーム、吊り荷に対する重み関数とする。ブーム角度に関しては、サーボ系による位置決め制御を行うため、 W_{22} には積分特性を含ませる。図4に乗法的誤差 Δ_p と各重み関数の周波数応答を示す。このようにして2つの端点に対応したLTI端点制御器

$$K_i := \begin{pmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (37)$$

が求まり、これを吊り荷ロープ長に対する変動パラメータ Z を用いて

$$K = \frac{(Z_{\max} - Z)}{(Z_{\max} - Z_{\min})} K_1 + \frac{(Z - Z_{\min})}{(Z_{\max} - Z_{\min})} K_2 \quad (38)$$

と凸補間することにより吊り荷ロープ長に応じたゲインスケジュールド制御器が得られる。

 Fig. 7 (a) Bode diagram of gain-scheduled controller of $l=1.5(\text{m})$

Fig. 6 Bode diagram of low-pass filter

図5に求められたLTI端点制御器を吊り荷ロープ長 $l=0.8\text{m}$ で補間した制御器のゲイン線図を示す。制御器の次数は14次である。

3.2 振動制御への適用 実験対象のタワークレーン実験装置は、5~20Hzにブーム支持ロープの横振動や吊り荷ロープの振動、吊り荷のx-z平面内回転運動による振動、装置のがたなどの、フルオーダーモデルにもモデリングされていない振動モードを持っている。そのため、前節で求めた制御器は5Hzより高い周波数域で高ゲインなためシミュレーションでは安定だが、実験ではスピルオーバーを起こしてしまう。文献(3)では、重み関数 W_1 を乗法的誤差より十分に大きくとることで、制御器の高周波数域のゲインを低く抑えている。しかし、LMIに基づくゲインスケジュールド制御器を求める場合、同様に W_1 を高周波数領域で大きくとると、求まる2つの制御器の周波数特性に差がなく、保守的となるため、制御器の高ゲインが望まれる吊り荷ロープ長の長い状態では良い制御性能が得られない。そこで制御器に、モデル誤差の大きい5~20Hzにノッチ成分を持ち、エイリアシングを防ぐためにサンプリング周波数である250Hz付近のゲインを下げるための図6に示す3次のローパスフィルタを付加する。

 Fig. 7 (b) Bode diagram of gain-scheduled controller of $l=0.3(\text{m})$

制御帯域である1Hz付近でのローパスフィルタによる位相遅れは30deg程度とし、ほとんど影響がないことを、シミュレーションにより確認している。ローパスフィルタを付加したゲインスケジュールド制御器の周波数応答を図7(a)(b)に示す。

4. 実験

4.1 実験装置 実験装置の概略図を、図8に示す。タワー最上部の変位は、タワー最下部に張り付けた歪みゲージによりタワー最下部の歪みを検出し、これを定数倍してタワー最上部の変位とする。ブーム角度はブーム下端の回転軸にポテンシオメータを取り付けて検出する。吊り荷角度は、吊り荷ロープを挟むフォークを取り付けたポテンシオメータをブーム先端に取り付けて検出する。その値にブーム角度を加えることにより吊り荷角度 θ を求める。吊り荷ロープ長は一定速度の巻き上げ、巻き下げなので、巻き上げは0.15 m/s、巻き下げは0.23m/sで変化するとする。

制御器は3章で求めたゲインスケジュールド制御器をサンプリングタイムの4ms毎に、吊り荷ロープ長に応じて式(37)のように補間したのちPadé近似⁽¹⁰⁾

$$A_{Kd} = (I + \Delta t A_K)(I - \frac{\Delta t}{2} A_K)^{-1} \quad (39)$$

$$B_{Kd} = (\Delta t \cdot B_K)(I - \frac{\Delta t}{2} A_K)^{-1} \quad (40)$$

により、できる限り厳密な実時間でのゲインスケジュールド制御器の離散化を実現している。

Fig. 8 Schematic diagram of experimental setup

Fig. 9 Experimental results $v_n = 45 \rightarrow 55(\text{deg})$, $l = 1.4 \rightarrow 0.3(\text{m})$

4.2 目標値応答 吊り荷ロープ長を変動させながらブーム角度に目標値を与えた場合の応答を示す。ただし目標値は、制御入力飽和を防ぐためステップ状ではなく、5deg/sで変化するランプ状の目標値とする。同時に吊り荷ロープ長は0.15m/sで巻き上げる。

図9にブームの初期角度 v_0 を45deg、吊り荷ロープ長の初期長さ $l(0)$ を1.4mとして、最終目標角度を55deg、最終長さを0.3mとしたブーム支持ロープおよび吊り荷ロープの同時巻き上げ運動を行った応答を示す。ただし、ブーム角度に関しては、モデリング時に定義した z 軸からの角度とせず、 x 軸から反時計方向を正とする角度 v_n

Fig.10 Simulation results $\nu_n = 45 \rightarrow 55$ (deg),
 $l = 1.4 \rightarrow 0.3$ (m)

$$\nu_n = 90 - \nu \cdot \frac{180}{\pi} \quad (41)$$

として表示している。ゲインスケジュールド制御器での応答が実線で、破線は比較のための固定制御器での

応答である。タワー部の振動は、ゲインスケジュールド制御器では収束しているが、固定制御器では収束できていない。それは、吊り荷ロープ長が短くなるにつれて、制御入力に対する応答性が敏感になるプラントに対して、ゲインスケジュールド制御器はゲインが下がっていくことで閉ループを安定に保つが、固定制御器では吊り荷ロープ長の変動に対して制御器のゲインが変わらないため、シミュレーションではモデリングされていない5~20Hzのモードについてスピルオーバを起こしてしまうためである。ブームの目標値追従性については、ゲインスケジュールド制御器は吊り荷ロープ長が短くなるにつれて制御器のブームに対するゲインも下がっていくため、 $l=0.3\text{m}$ に近づく7s付近からブームが落ち込みはじめ、それにより吊り荷振れが起きてしまうが、その制振をする際もタワー部に対してスピルオーバを起こさないような低ゲインな制御に移行しているため、8s以降はブームがゆるやかに整定している。ブームの落ち込みによる9s付近の若干大きな吊り荷振れのほかは、ゲインスケジュールド制御器は吊り荷ロープ長の変動により固有振動数の変化する吊り荷の振動に対して効果が現れ、吊り荷振れが少なく、収束性も優れている。図10に示すシミュレーション結果とは、吊り荷、ブームに関しては一致をしている。

4.3 吊り荷ロープ巻き下げ中でのインパルス応答

吊り荷巻き下げ中に風などの外乱を受けることを想定して、吊り荷へインパルス外乱を与えた応答を図11に示す。ブーム角度 ν の目標値は45度一定で、吊り荷ロープ長 l を0.3mから0.23m/sで1.5mまで巻き下げながら、

Fig.11 Experimental result of impulse response
 $\nu_n = 45(\text{deg})$, $l = 0.3 \rightarrow 1.5(\text{m})$

開始から時刻 4s 後に吊り荷にインパルス外乱を与えた。実線がゲインスケジュールド制御器で破線が比較のための固定制御器の応答である。ゲインスケジュールド制御器のほうが吊り荷ぶれが少なく、ブームの整定性能が良いことがわかる。

5. まとめ

タワークレーンについてモデリングを行いパラメータ依存モデルへと変形し、吊り荷ロープ長変動を伴ったブーム自体の位置決め制御、吊り荷の振動制御、タワー部の振動制御を目的としたゲインスケジュールド制御系の設計を行い、シミュレーションおよび実験を行った。その結果、ブームへの操作力のみによってブーム自体の位置決め制御、吊り荷の振動制御、タワー部の振動制御を同時に行うことができ、吊り荷ロープ長の変動に対してはゲインスケジュールド制御器が有効なことを示した。また、ゲインスケジュールド制御器の実験への適用は Padé 近似による離散化により可能なことを示した。

問題点として、LMI に基づくゲインスケジュールド H_∞ 制御器は、制御性能の向上を図ると高周波数域がややハイゲインとなり、そのままでは実験に適用できなかったことである。今後、この問題点を更に研究する予定である。また、ブーム角度に対するゲインスケジュールド、旋回方向の制御も行う予定である。

文 献

- (1) 日野順市, 藤田邦彦, 芳村敏夫, ファジィ推論によるトラッククレーンの吊り荷の振れ止めに関する研究, 日本機械学会講演論文集, No.95-5 (1), (1996), 429-431.
- (2) 風尾幸彦, 並木正夫, 山田正明, 東山博人, ジャイロモーメントによるタワークレーンのアクティブ振動制御, 日本機械学会講演論文集, No.940-26 I, Vol.B, (1995), 124-127.
- (3) 種村英朗, 西村秀和, 高木清志, タワークレーンの制御 (ブーム起伏方向に関する制御), 日本機械学会論文集, C 編, 64 巻 619 号, (1998), 865-872.
- (4) 西村秀和, 種村英朗, 野波健蔵, 走行クレーンのロープ長変動に対するゲインスケジュールド位置決め制御, 日本機械学会論文集, C 編, 62 巻 599 号, (1996), 2692-2698.
- (5) Hyde, A. and Glover, K., The Application for Scheduled H_∞ Controllers to a VSTOL Aircraft, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.38, No.7, (1993), 1021-1039.
- (6) Apkarian, P., Biannic, J.-M. and Gahinet, P., Self-Scheduled H_∞ Control of Missile via Liner Matrix Inequalities, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.18, No.3, (1995), 532-538.
- (7) Kajiwara, H., Gahinet, P., Shima, T., Koterayama, W., Nakamura, M., Robust Control Strategy for an Underwater Vehicle with Uncertainties of Hydrodynamic Coefficients, Third International Conference on Motion and Vibration Control, Vol.3, (1996), 366-369.
- (8) Sivrioglu, S., 野波健蔵, 山内明, 前島靖, ジャイロ効果を有するオーバーハングロータ・磁気軸受系のゲインスケジュールド H_∞ 制御, 日本機械学会論文集, C 編, 63 巻 610 号, (1997), 1940-1947.
- (9) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J., Chilali, M., LMI Control Toolbox, For Use with MATLAB, The MATHWORKS INC, (1995).
- (10) 渡辺嘉二郎, 小林尚登, 須田義大, パソコンによる制御工学, (1989), 61-64, 海文堂.