分布定数系平板構造物のクラスター制御に関する研究*

(振動放射音響パワーの抑制について)

田 中 信 雄^{*1}, 菊 島 義 弘^{*2}
Neil FERGUSSON^{*3}, 真 田 明^{*4}

Cluster Control of a Distributed-Parameter Planar Structure (On the Suppression of Structural Acoustic Power)

Nobuo TANAKA, Yoshihiro KIKUSHIMA,
Neil FERGUSSON and Akira SANADA

This paper considers the cluster control of a distributed-parameter planar structure with particular emphasis on the suppression of the total acoustic power radiated from a vibrating structure. This paper begins by discussing the power matrix of a planar structure, clarifying that the power matrix is expressed in a form of a block diagonal matrix by reordering the columns and rows of the matrix. That enables one to introduce a notion of vector space for understanding the concept of the cluster control. From this viewpoint, the acoustic power space is found to be consisting of four subspaces; odd/odd modal cluster, odd/even modal cluster, even/odd modal cluster and even/even modal cluster. Then, it is shown that the modal matrix derived from the acoustic power matrix has exactly the same form as the power matrix described in a block diagonal matrix. Moreover, a total acoustic power of a vibrating planar structure is found to be written as a sum of acoustic powers radiated from each cluster. Finally, the experiment is conducted, demonstrating the validity of the cluster control for suppressing the radiated power.

Key Words: Vibration Modes, Distributed-Parameter Structures, Cluster Control, Cluster Filtering, Cluster Actuation, Invariant Subspaces

1. 緒 言

構造物が振動すると音が放射され、構造振動が完全に抑制されれば放射音は発生しない。これは自明の理である。しかしながら、某かの振動制御法を適用して構造振動を抑制する過程では、振動レベル(例えば運動エネルギー)が抑制されているにもかかわらず、放射音レベル(例えば放射音響パワー)はいつこうに下がらなったり、逆に振動レベルが増大して初めて放射音レベルが抑制される現象^{(1)~(3)}に遭遇することがある。このように、振動場から放射音場へ変遷する過程では複雑な現象が発現することから、振動放射音の生成メカニズムを無視した単なる振動制御法は、理に適った振動放射音制御法とはなり得ない。

著者らは、これまでに振動場から放射音場を有機的に結び付ける因子、「音響パワーモード」^{(4)~(7)}を見だし、当該因子を抑制することで放射音響パワーは

必ず抑制されることを明らかにした。さらに、PVDFフィルムを基調とする分布定数系スマートセンサを開発し^{(4)~(6)}、系統的な音響パワーモードセンシングの設計法を提示した。分布定数系センサは無数のポイントセンサより構成されると見なすことができるので、分布定数系センサ自体に積分機能が存在し、かつ分布定数系センサをシェーピングすることで、積和演算機能を付与することができるなど、従来形のポイントセンサには見られないスマートセンシングとしての機能を具えている。

分布定数系構造物を対象とする振動制御の難しさは、無数に存在する振動モードにある。そのため、ポイントセンサを導入することに伴う帰結として観測スピルオーバー⁽⁸⁾が惹起され、その結果フィードバック制御系の安定性を損なうことになる。これに対して、分布定数系センサを導入することにより観測スピルオーバーが回避⁽⁹⁾され、簡素化にして効果的な制御系の設計が可能となる。

このように、分布定数系センサは将来形のセンサ(スマートセンサ)として、現在注目され始めているセンサではあるが、その入手性や操作性の面においては、すでに広く普及しているポイントセンサとは比較にならないほど困難であるのも事実である。そこで著者ら

* 原稿受付 1997年11月21日。

^{*1} 正員, 東京都立科学技術大学(☎ 191-0065 日野市旭ヶ丘6-6)。

^{*2} 正員, 工業技術院機械技術研究所(☎ 305-0044 つくば市並木1-2)。

^{*3} 工業技術院機械技術研究所。

^{*4} 正員, 岡山県工業技術センター(☎ 701-1221 岡山市芳賀5301)。

は、これまでに分布定数系センサを実際に使用してきた者の立場からこの問題を鑑み、分布定数系センシングの設計理念はそのままとし、その具現化に当たっては利便性の高いポイントセンサ群/ポイントアクチュエータ群を基調とする振動制御法^{(10)~(12)}を明らかにするとともに、当該手法をさらに発展させた新しい振動制御法、「クラスタ制御法」^{(13)~(15)}を提案した。クラスタ制御とは、分布定数系構造物の制御を困難なものとしている無数の振動モード群を、同じ属性を共有する有限個のクラスタに弁別し(クラスタ・フィルタリング)、かつこれを簡素な制御法で効果的に抑制(クラスタ・アクチュエーション)する手法である。

本論文は、クラスタ制御の観点より振動放射音響パワーの抑制を行うことを目的としている。まず、本論文は振動放射音の支配因子である「音響パワーモード」^{(4)~(7)}および「クラスタ制御法」^{(13)~(15)}について総括した後、音響パワーマトリックスの構造を考察することにより、音響パワー空間が4種類のクラスタ部分空間で構成され、かつこれらのクラスタ部分空間が音響パワーマトリックスの不変部分空間であることを証明する。さらに音響パワーマトリックスの構造から、その直交変換マトリックスも相似な構造となり、それにより音響パワーが、おのおののクラスタで放射される音響パワーの単純和として記述されることを明らかにする。このことは、振動場とその放射音場をリンクする「音響パワーモード」自体が、すでにクラスタ化された構造になっていることを示唆するものであり、クラスタ制御による振動放射音響パワーの抑制は理に適ったアプローチであることを示している。最後に、単純支持平板を対象として実験を行い、クラスタフィードバック制御の振動抑制効果を明らかにした後、当該法による音響パワー抑制効果を検証する。

2. 音響パワーとクラスタ・フィルタリング

2.1 音響パワーモード 無限大バフル内に埋め込まれた平板構造物が調和加振を受ける場合、その際に放射される音響パワー P_w は次式⁽¹⁶⁾のように記述できる。

$$P_w = \frac{\omega \rho_0}{4\pi} \int_S \int_S v^*(r_2) \frac{\sin kr}{r} v(r_1) dr_2 dr_1 \cdots (1)$$

ただし、 ω , ρ_0 , k はおのおの加振角周波数、空気密度、および波数、 $v(r)$ は平板表面上の任意点 $r=(x, y)$ における複素速度、 $*$ は複素共役、 r は構造物上の任意点 r_1 と r_2 間の距離を表し、次のように記述される。

$$r = |r_1 - r_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \cdots (2)$$

また、平板表面速度 $v(r)$ が N_m 個のモード重畳として表されるものと仮定すると

$$v(r) = \sum_{i=1}^{N_m} v_i \varphi_i(r) = \varphi^T(r) \mathbf{v} \cdots (3)$$

ただし、 T は転置、 $\varphi(r)$ および $\mathbf{v}$ は、平板の任意点 r における N_m 次元モード関数ベクトルおよび速度モードベクトルを表し、次のように定義される。

$$\varphi^T(r) = (\varphi_1(r) \varphi_2(r) \cdots \varphi_{N_m}(r)) \cdots (4)$$

$$\mathbf{v}^T = (v_1 v_2 \cdots v_{N_m}) \cdots (5)$$

ここで v_i は i 次の複素速度モード振幅、 $\varphi_i(r)$ はそのモード関数を表す。

次に上式(3)を式(1)に代入することで、音響放射パワー P_w は速度モードベクトル $\mathbf{v}$ の関数として次のように記述できる。

$$P_w = \mathbf{v}^H \mathbf{A} \mathbf{v} \cdots (6)$$

ここで、 H はエルミート、 $\mathbf{A}$ は音響パワーマトリックスを表し、次式のように定義される。

$$\mathbf{A} = \frac{\omega \rho_0}{4\pi} \int_S \int_S \varphi(r)^T(r_2) \frac{\sin kr}{r} \varphi(r)^T(r_1) dr_2 dr_1 \cdots (7)$$

式(7)から、音響パワーマトリックスのもつ重要な特徴が得られる。

- (イ) $\mathbf{A}$ は実対称マトリックスである。
- (ロ) $\mathbf{A}$ は固有関数のみの関数である。
- (ハ) $\mathbf{A}$ は正定マトリックスである。

したがって、(イ)の特徴から直交変換により音響パワーマトリックスを対角化することができる。すなわち

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^{-1} \cdots (8)$$

ここで $\mathbf{Q}$ は直交変換マトリックス、 $\mathbf{\Lambda}$ は対角マトリックスであり、音響パワーマトリックス $\mathbf{A}$ の固有値 $\lambda_i (i=1, 2, \dots)$ が対角線上に並ぶ。すると音響放射パワー P_w は、次のように記述できる。

$$P_w = \mathbf{v}^H \mathbf{A} \mathbf{v} = \mathbf{v}^H \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v} = \mathbf{u}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{u} \cdots (9)$$

ただし、パワーモードベクトル $\mathbf{u}$ と速度モードベクトル $\mathbf{v}$ の関係は、直交変換マトリックス $\mathbf{Q}$ を介して次のように表すことができる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v} = \mathbf{Q}^T \mathbf{v} \cdots (10)$$

したがって、平板任意点 r における速度 $v(r)$ は次のように、展開定理を用いて記述できる。

$$v(r) = \varphi^T(r) \mathbf{v} = \Psi^T(r) \mathbf{u} \cdots (11)$$

ただし、

$$\Psi(r) = \mathbf{Q}^T \varphi(r) \cdots (12)$$

ただし、 $\Psi(r)$ はパワーモード関数ベクトルを表す。さらに、音響放射パワー P_w はパワーマトリックス $\mathbf{A}$ の固有値 $\lambda_i (i=1, 2, 3, \dots)$ を用いて、次のように記述で

きる。

$$P_w = \sum_{i=1}^{N_m} \lambda_i |u_i|^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、パワーマトリックス $\mathbf{A}$ は、その特徴(ハ)により、固有値はすべて正である。したがって、パワーモード係数 u_i を抑制することで音響パワー P_w は必ず抑制される。

2.2 クラスタフィルタリング クラスタフィルタリングとは、無限個数存在する固有関数群を、有限個の共通した属性を有する群(クラスタ)に弁別する手法をいう。これまでの関連論文で対象としてきた単純支持薄肉矩形平板 ($L_x \times L_y \times h$) を例にとると、平板4隅に設置したポイントセンサ出力を加減演算処理することで、4種類のクラスタ(奇/奇モード(o/o と略記)、奇/偶モード(o/e と略記)、偶/奇モード(e/o と略記)、偶/偶モード(e/e と略記))にフィルタリングすることが可能である。

いま、ポイントセンサとして速度センサを使用するものとし、4個のセンサを平板の4隅に次式を満足するように設置する。

$$\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\mathbf{r}_2 = (L_x - x_1, y_1) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\mathbf{r}_3 = (L_x - x_1, L_y - y_1) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\mathbf{r}_4 = (x_1, L_y - y_1) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ただし

$$x_1 \ll L_x, y_1 \ll L_y \quad \dots\dots\dots (18)$$

さらに、4種類に分類された固有関数が、以下に示される(反)対称性の性質を満足する場合を考える。

$$\varphi^{o/o}(\mathbf{r}_1) = \varphi^{o/o}(\mathbf{r}_2) = \varphi^{o/o}(\mathbf{r}_3) = \varphi^{o/o}(\mathbf{r}_4) \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\varphi^{o/e}(\mathbf{r}_1) = \varphi^{o/e}(\mathbf{r}_2) = -\varphi^{o/e}(\mathbf{r}_3) = -\varphi^{o/e}(\mathbf{r}_4) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\varphi^{e/o}(\mathbf{r}_1) = -\varphi^{e/o}(\mathbf{r}_2) = -\varphi^{e/o}(\mathbf{r}_3) = \varphi^{e/o}(\mathbf{r}_4) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\varphi^{e/e}(\mathbf{r}_1) = -\varphi^{e/e}(\mathbf{r}_2) = \varphi^{e/e}(\mathbf{r}_3) = -\varphi^{e/e}(\mathbf{r}_4) \quad \dots\dots\dots (22)$$

式(19)～(22)の関係から、平板4隅に設置したセンサ出力の極性を考慮して4出力を加減算することにより、まず奇/奇モードクラスタは

$$\begin{aligned} & v(\mathbf{r}_1) + v(\mathbf{r}_2) + v(\mathbf{r}_3) + v(\mathbf{r}_4) \\ &= \{\varphi_1(\mathbf{r}_1) + \varphi_1(\mathbf{r}_2) + \varphi_1(\mathbf{r}_3) + \varphi_1(\mathbf{r}_4)\} v_1 \\ &+ \{\varphi_2(\mathbf{r}_1) + \varphi_2(\mathbf{r}_2) + \varphi_2(\mathbf{r}_3) + \varphi_2(\mathbf{r}_4)\} v_2 \quad \dots\dots\dots (23) \\ &\dots\dots\dots \\ &= 4(\varphi^{o/o}(\mathbf{r}_1))^T \mathbf{v}^{o/o} \end{aligned}$$

ただし

$$\varphi^{o/o}(\mathbf{r}_1) = \text{col.}(\varphi_1^{o/o}(\mathbf{r}_1) \varphi_2^{o/o}(\mathbf{r}_1) \varphi_3^{o/o}(\mathbf{r}_1) \dots \varphi_{N_{o/o}}^{o/o}(\mathbf{r}_1)) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\mathbf{v}^{o/o} = \text{col.}(v_1^{o/o} v_2^{o/o} v_3^{o/o} \dots v_{N_{o/o}}^{o/o}) \quad \dots\dots\dots (25)$$

奇/偶モードクラスタは

$$\begin{aligned} & v(\mathbf{r}_1) + v(\mathbf{r}_2) - v(\mathbf{r}_3) - v(\mathbf{r}_4) \\ &= 4(\varphi^{o/e}(\mathbf{r}_1))^T \mathbf{v}^{o/e} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} & \varphi^{o/e}(\mathbf{r}_1) \\ &= \text{col.}(\varphi_1^{o/e}(\mathbf{r}_1) \varphi_2^{o/e}(\mathbf{r}_1) \varphi_3^{o/e}(\mathbf{r}_1) \dots \varphi_{N_{o/e}}^{o/e}(\mathbf{r}_1)) \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}^{o/e} = \text{col.}(v_1^{o/e} v_2^{o/e} v_3^{o/e} \dots v_{N_{o/e}}^{o/e}) \quad \dots\dots\dots (28)$$

偶/奇モードクラスタは

$$\begin{aligned} & v(\mathbf{r}_1) - v(\mathbf{r}_2) - v(\mathbf{r}_3) + v(\mathbf{r}_4) \\ &= 4(\varphi^{e/o}(\mathbf{r}_1))^T \mathbf{v}^{e/o} \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} & \varphi^{e/o}(\mathbf{r}_1) \\ &= \text{col.}(\varphi_1^{e/o}(\mathbf{r}_1) \varphi_2^{e/o}(\mathbf{r}_1) \varphi_3^{e/o}(\mathbf{r}_1) \dots \varphi_{N_{e/o}}^{e/o}(\mathbf{r}_1)) \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}^{e/o} = \text{col.}(v_1^{e/o} v_2^{e/o} v_3^{e/o} \dots v_{N_{e/o}}^{e/o}) \quad \dots\dots\dots (31)$$

偶/偶モードクラスタは

$$\begin{aligned} & v(\mathbf{r}_1) - v(\mathbf{r}_2) + v(\mathbf{r}_3) - v(\mathbf{r}_4) \\ &= 4(\varphi^{e/e}(\mathbf{r}_1))^T \mathbf{v}^{e/e} \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} & \varphi^{e/e}(\mathbf{r}_1) \\ &= \text{col.}(\varphi_1^{e/e}(\mathbf{r}_1) \varphi_2^{e/e}(\mathbf{r}_1) \varphi_3^{e/e}(\mathbf{r}_1) \dots \varphi_{N_{e/e}}^{e/e}(\mathbf{r}_1)) \quad \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}^{e/e} = \text{col.}(v_1^{e/e} v_2^{e/e} v_3^{e/e} \dots v_{N_{e/e}}^{e/e}) \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここで $N_{o/o}$, $N_{o/e}$, $N_{e/o}$, $N_{e/e}$ は、おのおの奇/奇、奇/偶、偶/奇、偶/偶モードクラスタの次数を表す。なおここでは説明の便宜上、分布定数系構造物に無限個存在する振動モードを有限個に打ち切って議論を進めると、これらは次式の関係満足する。

$$N_m = N_{o/o} + N_{o/e} + N_{e/o} + N_{e/e} \quad \dots\dots\dots (35)$$

式(23)～(34)より明らかなように、平板4隅に設置した4個のセンサ出力を単に加減算するだけで、 N_m 個存在する固有関数群を、共通の属性を有する4種類のクラスタに弁別することができる。

2.3 音響パワーモード空間と不変部分空間 式(7)に定義されている音響パワーマトリックス $\mathbf{A} \in \mathcal{R}^{N_m \times N_m}$ ($\mathcal{R}$ は実数を表す)は、その性質により適当な行列変換を施すことにより、対角ブロックマトリックスとして次式のように記述することができる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{o/o} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^{o/e} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}^{e/o} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}^{e/e} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (36)$$

ただし

$$\mathbf{A}^{o/o} \in \mathcal{R}^{N_{o/o} \times N_{o/o}}, \mathbf{A}^{o/e} \in \mathcal{R}^{N_{o/e} \times N_{o/e}},$$

$$A^{e/o} \in \mathcal{R}^{N_{e/o} \times N_{e/o}}, A^{e/e} \in \mathcal{R}^{N_{e/e} \times N_{e/e}} \dots\dots\dots (37)$$

さらに式(36)に記されているマトリックスの構造より、ベクトル空間の導入が可能となる。

$$\mathcal{R}^{N_m} = \mathcal{R}^{N_{o/o}} \oplus \mathcal{R}^{N_{o/e}} \oplus \mathcal{R}^{N_{e/o}} \oplus \mathcal{R}^{N_{e/e}} \dots\dots\dots (38)$$

式(38)は、音響パワーモード空間 $\mathcal{R}^{N_m}$ が四つの部分空間、すなわち音響パワー奇/奇モード空間 $\mathcal{R}^{N_{o/o}}$ 、音響パワー奇/偶モード空間 $\mathcal{R}^{N_{o/e}}$ 、音響パワー偶/奇モード空間 $\mathcal{R}^{N_{e/o}}$ 、音響パワー偶/偶モード空間 $\mathcal{R}^{N_{e/e}}$ の直和として表されることを示しており、おのおのの空間は次のように定義される。

まず音響パワーモード空間 $\mathcal{R}^{N_m}$ は

$$\mathcal{R}^{N_m} = \{(x_1 x_2 \dots x_{N_m}) | x_1 x_2 \dots x_{N_m} \in \mathcal{R}\} \dots\dots\dots (39)$$

音響パワー奇/奇モード空間 $\mathcal{R}^{N_{o/o}}$ は

$$\mathcal{R}^{N_{o/o}} = \{(x_1 x_2 \dots x_{N_{o/o}}, \underbrace{0 \dots 0}_{N_{e/o} + N_{e/e} \text{ times}}) | x_1 x_2 \dots x_{N_{o/o}} \in \mathcal{R}\} \dots\dots\dots (40)$$

音響パワー奇/偶モード空間 $\mathcal{R}^{N_{o/e}}$ は

$$\mathcal{R}^{N_{o/e}} = \{(\underbrace{0 \dots 0}_{N_{o/o} \text{ times}}, x_1 x_2 \dots x_{N_{o/e}}, \underbrace{0 \dots 0}_{N_{e/o} + N_{e/e} \text{ times}}) | x_1 x_2 \dots x_{N_{o/e}} \in \mathcal{R}\} \dots\dots\dots (41)$$

音響パワー偶/奇モード空間 $\mathcal{R}^{N_{e/o}}$ は

$$\mathcal{R}^{N_{e/o}} = \{(\underbrace{0 \dots 0}_{N_{o/o} + N_{o/e} \text{ times}}, x_1, x_2, \dots x_{N_{e/o}}, \underbrace{0 \dots 0}_{N_{e/e} \text{ times}}) | x_1 x_2 \dots x_{N_{e/o}} \in \mathcal{R}\} \dots\dots\dots (42)$$

音響パワー偶/偶モード空間 $\mathcal{R}^{N_{e/e}}$ は

$$\mathcal{R}^{N_{e/e}} = \{(\underbrace{0 \dots 0}_{N_{o/o} + N_{o/e} + N_{e/o} \text{ times}}, x_1 x_2 \dots x_{N_{e/e}}) | x_1 x_2 \dots x_{N_{e/e}} \in \mathcal{R}\} \dots\dots\dots (43)$$

これら四つの部分空間は、 $\mathcal{R}^{N_m}$ において互いに補空間となっており、さらにそれらの部分空間は音響パワーマトリックス A の不変部分空間であることがわかる。すなわち、音響パワー奇/奇モード空間 $\mathcal{R}^{N_{o/o}}$ を例にとれば、当該モード空間に属するベクトル $x^{o/o} \in \mathcal{R}^{N_{o/o}}$ は、次式に示すように音響パワーマトリックス $A \in \mathcal{R}^{N_m \times N_m}$ による一次変換を経ても、依然として同じモード空間に属することを意味する。

$$A x^{o/o} \in \mathcal{R}^{N_{o/o}} \dots\dots\dots (44)$$

したがって、音響パワーマトリックス A の構造自体が、すでにクラスタフィルタリングとしての特徴を有していることがわかる。

この場合の直交変換マトリックス Q は、式(36)に示されている音響パワーマトリックス A と同じ対角ブロックマトリックス形式として、次式のように記述できる。

$$Q = \begin{pmatrix} Q^{o/o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q^{o/e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q^{e/o} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q^{e/e} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (45)$$

以下にその証明を行う。まずマトリックス A の固有値を λ とし、重根はないものとする、 λ は次式を満足する。

$$A w = \lambda w \dots\dots\dots (46)$$

ここで w は固有ベクトルを表し、これを各クラスタの次元に応じて次のように分割する。

$$w = \text{col.}(w^{o/o} w^{o/e} w^{e/o} w^{e/e}) \dots\dots\dots (47)$$

すると式(46)は次式となる。

$$\begin{pmatrix} A^{o/o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^{o/e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A^{e/o} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^{e/e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w^{o/o} \\ w^{o/e} \\ w^{e/o} \\ w^{e/e} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} w^{o/o} \\ w^{o/e} \\ w^{e/o} \\ w^{e/e} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (48)$$

いま、 $\lambda^{o/o}$ が $A^{o/o}$ の固有値であるとしよう。すると、

$$A^{o/o} w^{o/o} = \lambda^{o/o} w^{o/o} \dots\dots\dots (49)$$

さらに式(48)から次式が成立する。

$$A^{o/e} w^{o/e} = \lambda^{o/o} w^{o/e} \dots\dots\dots (50)$$

$$A^{e/o} w^{e/o} = \lambda^{o/o} w^{e/o} \dots\dots\dots (51)$$

$$A^{e/e} w^{e/e} = \lambda^{o/o} w^{e/e} \dots\dots\dots (52)$$

しかしながら、パワーマトリックス A の固有値はすべて相異なるものとすれば式(50)～(52)は成立することはない。したがって、この場合は

$$w^{o/e} = w^{e/o} = w^{e/e} = 0 \dots\dots\dots (53)$$

となる。したがって、パワーマトリックスの固有ベクトルは次式となる。

$$w = \text{col.}(w^{o/o} 0 0 0) \dots\dots\dots (54)$$

直交変換マトリックス Q はすべての固有ベクトルを集積して造ることができるので、式(45)の形式をとる。(証明終)

2・4 クラスタ制御による振動放射音響パワーの抑制

対角ブロック化された直交変換マトリックス Q を用いて、パワーモーダルベクトル u と速度モーダルベクトル v の関係を表すと、式(10)より次式を得る。

$$v^{o/o} = Q^{o/o} u^{o/o} \dots\dots\dots (55)$$

$$v^{o/e} = Q^{o/e} u^{o/e} \dots\dots\dots (56)$$

$$v^{e/o} = Q^{e/o} u^{e/o} \dots\dots\dots (57)$$

$$v^{e/e} = Q^{e/e} u^{e/e} \dots\dots\dots (58)$$

さらに、モード関数ベクトル $\varphi(r)$ とパワーモード関数ベクトル $\Psi(r)$ の関係も、式(12)より次式のようになる。

$$\varphi^{o/o}(r) = Q^{o/o} \Psi^{o/o}(r) \dots\dots\dots (59)$$

$$\varphi^{o/e}(r) = Q^{o/e} \Psi^{o/e}(r) \dots\dots\dots (60)$$

$$\varphi^{e/o}(r) = Q^{e/o} \Psi^{e/o}(r) \dots\dots\dots (61)$$

$$\varphi^{e/e}(r) = Q^{e/e} \Psi^{e/e}(r) \dots\dots\dots (62)$$

式(59)～(62)を用いて、式(23)、(26)、(29)、(32)に記述されているクラスタフィルタリング出力を表す。まず、音響パワー奇/奇モーダルクラスタは

$$v(r_1) + v(r_2) + v(r_3) + v(r_4) \\ = 4(\Psi^{o/o}(r_1))^T u^{o/o} \dots\dots\dots (63)$$

音響パワー奇/偶モーダルクラスタは

$$v(r_1) + v(r_2) - v(r_3) - v(r_4) \\ = 4(\Psi^{o/e}(r_1))^T u^{o/e} \dots\dots\dots (64)$$

音響パワー偶/奇モーダルクラスタは

$$v(r_1) - v(r_2) - v(r_3) + v(r_4) \\ = 4(\Psi^{e/o}(r_1))^T u^{e/o} \dots\dots\dots (65)$$

音響パワー偶/偶モーダルクラスタは、

$$v(r_1) - v(r_2) + v(r_3) - v(r_4) \\ = 4(\Psi^{e/e}(r_1))^T u^{e/e} \dots\dots\dots (66)$$

さらに、式(9)に記述されている音響パワー P_w を対角ブロック化された音響パワーマトリックス [式(36)] および直交変換マトリックス [式(45)] を用いて記述し直すと次式を得る。

$$P_w = v_{o/o}^H A v_{o/o} + v_{o/e}^H A v_{o/e} \\ + v_{e/o}^H A v_{e/o} + v_{e/e}^H A v_{e/e} \\ = u_{o/o}^H A u_{o/o} + u_{o/e}^H A u_{o/e} \\ + u_{e/o}^H A u_{e/o} + u_{e/e}^H A u_{e/e} \dots\dots\dots (67)$$

ただし、

$$v_{o/o}^H A v_{o/o} = u_{o/o}^H A u_{o/o} \dots\dots\dots (68)$$

$$v_{o/e}^H A v_{o/e} = u_{o/e}^H A u_{o/e} \dots\dots\dots (69)$$

$$v_{e/o}^H A v_{e/o} = u_{e/o}^H A u_{e/o} \dots\dots\dots (70)$$

$$v_{e/e}^H A v_{e/e} = u_{e/e}^H A u_{e/e} \dots\dots\dots (71)$$

したがって、クラスタ制御を講ずることは、振動場に

おける当該クラスタを抑制すると同時に、これに対応する音場における音響パワーモーダルクラスタを抑制することと同意義であることがわかる。また、式(67)の関係より明らかなように、クラスタ制御を適用すれば、緒言でも述べたような逆転現象、すなわち振動レベルが減少して音響パワーが増大するような現象を発生することはなく、確実に音響パワーを抑制することができる。したがって、クラスタ制御によって、振動放射音を支配するパワーモードをクラスタごとに制御することが可能となる。

3. クラスタ制御の実験

3.1 実験方法 供試パネルとしてはこれまでの関連論文と同様に鋼板製平板 ($L_x=88$ cm, $L_y=180$ cm, $h=9$ mm) を使用し、これを厚さ 10 cm の鉄筋コンクリート製エンクロージャの上面でパネル両面をナイフエッジで挟むように固定することにより、単純支持境界条件を成立させている。また、パネルに作用する外乱は $r=(0.24$ m, 0.25 m) の位置に設置された動電型加振器によって不規則外乱として与え、クラスタフィルタリングおよびクラスタアクチュエーションに使用される 4 個の速度センサおよび制御用アクチュエータが、おのおの $r_1=(20$ cm, 21 cm), $r_2=(68$ cm, 21 cm), $r_3=(68$ cm, 159 cm), $r_4=(20$ cm, 159 cm) に設置される。なお制御アクチュエータとしては、ネオジウム磁石をベースとするボイスコイルタイプを試作して使用した。その際に、通常はボイスコイルの零点を維持するために設定する板バネは除外し、極力アクチュエータの出力インピーダンスを低く抑えている。また、対象周波数範囲としては 500 Hz までとし、表 1 には当該周波数域内に存在する 22 個のモード周波数の解析解とそのモード番号が昇幕の順に示されている。

制御法としてはクラスタフィードバックを使用し、クラスタフィルタリングされた信号を単純フィードバックする。その際のフィードバックゲインは、クラスタフィルタリング波形が抑制されるようすをモニタリングしながら、試行錯誤的に決定する。また、クラスタフィルタリングとクラスタアクチュエーションの間には相反定理が成立⁽¹³⁾ するので、クラスタフィードバックを講ずる際も、クラスタフィルタリングを行う場合に適用した極性を同様に施せばよい。例えば、奇/奇モーダルクラスタの制御に当たっては、奇/奇モーダルクラスタ信号の極性を(++++)として 4 台のアクチュエータに振り分けることで、クラスタアクチュエーションが可能となる。

Table 1 Modal frequency and modal number of a simply supported plate of the dimension of (88 cm×180 cm×9 mm)

Mode number	Mode	Modal frequency Hz	Mode number	Mode	Modal frequency Hz
1	(1,1)	35.292	12	(3,2)	283.588
2	(1,2)	55.716	13	(2,5)	284.136
3	(1,3)	89.756	14	(3,3)	317.628
4	(2,1)	120.744	15	(2,6)	359.024
5	(1,4)	137.412	16	(1,7)	362.077
6	(2,2)	141.168	17	(3,4)	365.284
7	(2,3)	175.208	18	(3,5)	426.556
8	(1,5)	198.684	19	(2,7)	447.529
9	(2,4)	222.864	20	(4,1)	462.551
10	(3,1)	263.164	21	(1,8)	464.197
11	(1,6)	273.573	22	(4,2)	482.975

Fig. 1 Driving point mobility and cluster filtering outputs for odd/odd modes, odd/even modes, even/odd modes and even/even modes of a simply supported plate

振動平板より発生する放射音響パワーの計測に当たっては、音響インテンシティ法を使用した。一対のマイクロフォンで構成されるインテンシティプローブを、平板より 20 cm の高さで平板と平行方向に自動スキャンさせ、スキャン平面の法線方向 (z 軸方向) の音響インテンシティを計測する。加えて、当該スキャン平面と振動平板の間げきより漏洩する x, y 軸方向の音響インテンシティの計測も行い、都合五つの計測面で採取した音響インテンシティ分布を合算することで、全音響パワーの測定を行った。

3・2 振動場でのクラスター制御効果 図 1(a) は非制御状態における供試パネルの駆動点モビリティを示しており、いま対象としている 500 Hz までの周波

Fig. 2 Driving point mobility and cluster filtering outputs after the cluster control on the odd/odd modal cluster

数領域に 22 個の振動モードが励起されていることがわかる。また図 1(b)～(e) は、平板 4 隅に設置した速度センサ出力によるクラスターフィルタリング結果をスペクトルとして示している。図 1 より明らかなように、対象周波数領域に 22 個存在する振動モードが、同じ属性を有する 4 種類のクラスターに弁別されているようすが理解されよう。

図 2 は 4 種類のクラスターのうち、奇/奇モーダルクラスターのみを抑制した場合の実験結果を示している。フィードバック系の構成に当たっては、四つの速度センサ出力を単純加算し、これを 4 個の制御用アクチュエータに直接単純フィードバックしており、周波数フィルタや動的補償器は一切使用していないので、簡素な制御系となる。まず、駆動点モビリティが示されて

Fig. 3 Driving point mobility and cluster filtering outputs after the cluster control on all the modal clusters

いる図2(a)と奇/奇モーダルクラスタ出力スペクトル〔図2(b)〕を対比するとわかるように、ターゲットとした奇/奇モーダルクラスタのみが抑制されていることがわかる。一方、奇/奇モード空間以外のモード空間に属する振動モード、すなわち奇/偶、偶/奇、偶/偶モーダルクラスタは、図2(c)～(e)に示されたスペクトルを見ても明らかなように、一切影響を受けることはない。このように、クラスター制御を講ずることにより、通常は分布定数系構造物を対象とする振動制御で問題となるスピルオーバー不安定問題には一切煩わされることなく制御パフォーマンスを追及することができ、ハイゲインフィードバック制御系を達成することができる。

図3は、全クラスターを抑制した場合の結果を示している。フィードバック制御系の構成法としては、4個の速度センサ出力の極性を各クラスターの特性に応じて変化させることで得た4種類の出力を、クラスターフィルタリングを講じた場合と全く同様な手順により極性を操作し、これを直接単純フィードバックすればよい。したがって、4クラスター制御の場合も、1クラスター制御の場合と全く同じ4個の速度センサとアクチュエータで制御系を構成できる。さらに、四つのフィードバックループはお互いに独立していることから、各クラスターに対する重みを案分することも容易である。図3(a)は全クラスターを抑制した際の駆動点モビリティを示しており、各クラスターに帰属する振動モード群、すなわち全振動モードが抑制されていることがわかる。また図3(b)～(e)には、各クラスターの抑制効果が併記されており、いずれのクラスターも十分な抑制が得られている。

Fig. 4 Power spectrum of total acoustic power radiated from a vibrating simply supported plate after the cluster control on the odd/odd modal cluster

Fig. 5 Power spectrum of total acoustic power radiated from a vibrating simply supported plate after the cluster control on all the modal clusters

3・3 音場でのクラスター制御効果 図4は、奇/奇モーダルクラスタのみを抑制した場合の音響パワースペクトルを示している。振動場での奇/奇モーダルクラスタの抑制は、音場での音響パワー奇/奇モーダルクラスタの抑制と等価であることを2・4節で述べたが、図4はこれを立証している。すなわち、奇/奇モード周波数に相当する音響スペクトル成分のみが抑制され、他のモード近傍のスペクトルは影響をほとんど受けていない。また、外乱作用点の関係上、奇/奇モーダルクラスタの励起が他のクラスタと比べて少なかったため、この場合の音響パワーレベルはわずか3 dBの抑制にとどまったが、クラスター制御の特徴として、通常の振動制御を講ずる際に遭遇するような逆転現象（振動レベルと音響パワーレベルが反比例する）を発生することはないことがここに実証されている。

図5は全クラスタを抑制した際の音響パワースペクトルを示している。この場合は全音響パワーモード空間に属するパワーモードがすべて抑制された結果、全音響パワーレベルが10 dB抑制されている。

なお、本実験を進めるに当たり、東京工科大学卒論生楠岡忠幸君には多大な協力をいただいた。ここに感謝するしだいである。

4. 結 言

クラスター制御の観点より、振動放射音響パワーの抑制法を明らかにするとともに、当該法の有意性を実験により立証した。本論文で得られた成果を要約すると次のとおり。

(1) 音響パワーマトリックスは、その構造自体がすでにクラスターフィルタリングとしての特徴を有して

いることを明らかにするとともに、クラスター制御をベクトル空間の視点から論じた。すなわち、全音響パワーモード空間は、四つの部分空間（奇/奇音響パワーモード空間、奇/偶音響パワーモード空間、偶/奇音響パワーモード空間、偶/偶音響パワーモード空間）で構成され、かつこれらの部分空間は、音響パワーマトリックスの不変部分空間である。

(2) ブロック化された音響パワーマトリックスと、その直交変換マトリックスは相似な構造をとる。

(3) 音響パワーは各クラスタより放射される音響パワーの単純和で表すことができる。

(4) クラスター制御を講ずることは、振動場における振動モーダルクラスタを抑制すると同時に、音場における音響パワーモーダルクラスタを抑制することと同意義である。したがって、クラスター制御を講ずることで、音響パワーは必ず抑制される。

(5) 単純支持矩形平板を対象とする実験により、振動場でのクラスター制御は放射音場での音響パワークラスター制御と対応することを立証した。また、クラスター制御を講ずることで音響パワーは必ず抑制され、音響パワーの増大を招来することがないことを確認した。さらに全クラスタを抑制することで、10 dBの音響パワーの抑制を得た。

文 献

- (1) Fuller, C. R., *J. Sound Vib.*, **136**-1 (1990), 1-15.
- (2) Snyder, S. D. and Hansen, C. H., *J. Sound Vib.*, **147** (1991), 519-525.
- (3) 田中信雄・菊島義弘, 機論, **57**-537, C(1991), 1512-1519.
- (4) 田中信雄・ほか3名, 機論, **59**-567, C(1993), 1646-1653.
- (5) 田中信雄・ほか3名, 機論, **60**-573, C(1994), 3444-3451.

- (6) 田中信雄・ほか3名, 機論, **62**-596, C(1996), 1418-1425.
 - (7) Snyder, S. D. and Tanaka, N., *J. Acoust. Soc. Am.*, **94**-4(1993), 2181-2193.
 - (8) Balas, M. J., *J. Optimization Theory Applications*, **25**-3(1978), 415-436.
 - (9) Meirovitch, L. and Baruh, H., J., *Optimization Theory Applications*, **39**-2 (1983), 269-291.
 - (10) 田中信雄・ほか2名, 機論, **63**-609, C(1997), 1559-1597.
 - (11) 田中信雄・菊島義弘, 機論, **63**-609, C(1997), 1616-1624.
 - (12) 田中信雄・菊島義弘, 機論, **63**-614, C(1997), 3472-3480.
 - (13) 田中信雄・菊島義弘, 機論, **64**-619, C(1998), 780-787.
 - (14) 田中信雄・菊島義弘, 機論, **64**-619, C(1998), 788-796.
 - (15) 田中信雄・菊島義弘, 機論, **64**-622, C(1998), 1940-1948.
 - (16) Williams, E. G., *J. Acoust. Soc. Am.*, **73**(1983), 1520-1529.
-