繰返し補償器を併用した H_∞ 制御に基づく超音波モータの ロバスト定速度制御*

小林 泰秀^{*1}, 木村 哲也^{*2}, 矢鍋 重夫^{*1}

Robust Speed Control of Ultrasonic Motor based on H_∞ Control with Repetitive Compensator

Yasuhide KOBAYASHI, Tetsuya KIMURA and Shigeo YANABE

A constant speed control system of an ultrasonic motor (USM) is designed based on H_∞ control with a repetitive compensator. In spite of the excellent features, USM has the following problems because of the driving mechanism using frictional force: (1) the dynamic response is non-linear and depends on the temperature. (2) the averaged rotational speed gradually decreases as the temperature rises. (3) the speed fluctuates periodically depending on the rotational angle. In this study, the input and output of the USM are driving frequency and rotational speed respectively. The multiplicative uncertainty is introduced into the plant model to represent the non-linearity and the dependency on the temperature. The decreasing and fluctuating speed are considered as a step and a periodical speed disturbance respectively. The control system is designed as follows: Firstly, an integral type H_∞ controller is designed which guarantees robust stability against the uncertainty. Secondly, a repetitive compensator is attached to the system without losing stability to attenuate the periodical disturbance. Experiments confirm the validity of the proposed control system.

Key Words: Ultrasonic Motor, Modeling, Robust Control, Constant Speed Control, H_∞ Control, Repetitive Control, Frictional Force, Temperature Rise, Periodical Disturbance

1. はじめに

進行波形超音波モータ⁽¹⁾(以下、超音波モータと略称)は、圧電素子が貼られたステータと、これに加圧接触するロータから構成される。圧電素子に高周波電圧を印加することにより、ステータ表面に進行波を発生させ、摩擦力によってロータを駆動する。

この駆動原理は、低速で大トルク、構造が簡単、自己保持トルクが大きいなど、従来の電磁モータにはない多くの長所をもたらした一方で、摩擦系特有の次の三つの問題点を抱えている^{(2)~(4)}。

(P1) 非線形かつ温度に依存する動特性

(P2) 温度上昇によるロータ回転速度の低下

(P3) ステータ・ロータ表面のそりやうねりによる、回転同期の速度変動

これまでに、(P1)を表現できる超音波モータの解析モデルは得られておらず、一定の性能を保証するためにはフィードバック制御が必須である。(P2)の原因は、ステータの共振周波数が温度に依存することである。

り、これを防ぐには文献(5)にみられるように、加振周波数の制御が必要である。(P3)は機械的の形状が原因であるが、加工精度の向上だけでこの問題を解決するのは現実的には困難である。したがって、(P1)~(P3)を解決する補償器を設計することは、超音波モータの定速度運転を達成するために重要である。

これまでに、超音波モータの定速度運転を実現するため、適応制御と繰返し制御を組合せた制御系⁽³⁾、適応制御とPI制御を組合せた制御系⁽⁴⁾が提案されている。これらの研究では、(P1)、(P2)をプラントのパラメータ変動の影響と捉え、適応制御によりパラメータを推定し速度制御を行っている。しかし、評価関数の重み係数や学習係数という物理的意味合いの少ないパラメータの調整は試行錯誤で行う必要があり、系統的に制御系を設計することが難しいという問題がある。文献(3)ではさらに、(P3)を解決するために、周期外乱の除去に有効であることが知られている繰返し補償器を適応制御系に付加し、回転むらの低減を図っている。しかし、繰返し補償器を付加することの、制御系の安定性に与える影響については議論されていない。

一方、(P1)に対してロバストな制御系を系統的に設計するためには、 H_∞ 制御が有効であると考えられ

* 原稿受付 1997年9月22日。

^{*1} 正員、長岡技術科学大学工学部(☎940-2188 長岡市上富岡町1603-1)。

^{*2} 正員、大阪府立大学工学部(☎599-8531 堺市学園町1-1)。

る。(P1)を周波数領域で評価すれば、 H_∞ 制御により制御系の安定性を理論的に保証することができ、また重み関数も物理的意味をもつことから、補償器の設計も系統的に行える。この際、文献(6)の手法をもちいて、補償器が積分器を含むように設計すれば、(P2)も解決できる。 H_∞ 制御に基づき、さらに(P3)を考慮するためには、制御系にノッチフィルタをもたせるように、周波数重みや、 H_∞ 補償器のフリーパラメータを調整する方法⁽⁷⁾が考えられる。しかし、周期的な速度変動は周波数領域で複数のピークをもつため、これを厳しく評価しようとするコントローラの次数が高くなり、実際の制御においては計算時間が問題になる。また、目標速度が変わると速度変動の周期が変わるため、コントローラを再設計しなくてはならないという問題もある。

これに対し、周期外乱除去に有効な制御手法として、繰返し制御が知られている⁽⁸⁾。 H_∞ 制御系の周波数特性に基づき、適当な条件を満たすように繰返し補償器を制御系に付加すれば、制御系の安定性を失うことなく(P3)を解決することができる。また、繰返し補償器は、計算機上では一周分分の回転速度を記憶することで実現できるため、計算時間の問題は生じない。さらに、目標速度の変化にも、補償器を再設計することなくむだ時間パラメータの修正のみで対応できる⁽⁹⁾。

以上より本稿では、超音波モータの定速度運転を実現するために、繰返し補償器を併用した H_∞ 制御に基づく速度制御系を提案する。まず2章で実験装置の概略を示す。次に3章において、同定実験結果に基づき、超音波モータのプラントモデルを提案する。4章では、このモデルに基づき、(P1)に対してロバスト安定性を保証する H_∞ 補償器を設計する。この際、(P2)を解決するために、 H_∞ 補償器に積分器を持たせる。さらに、(P3)を解決するために、系の安定性を失うことなく繰返し補償器を付加する。5章において、提案手法の有効性および繰返し補償器の効果を実験的に示し、6章で結論を述べる。

本稿で用いる記号をまとめておく。 RH_∞ はプロパーかつ安定な実有理関数の集合を表す。 $G(s) \in RH_\infty$ の ∞ ノルムは $\|G\|_\infty := \sup_{\omega} |G(j\omega)|$ で定義される。 $\|G\|_\infty \leq 1$ を満たす $G(s) \in RH_\infty$ の集合を $\overline{BH}_\infty$ と表す。

2. 実験装置

超音波モータのロータ速度を制御する方法として、圧電素子に印加する二相の高周波電圧の振幅、位相を変化させる方法⁽¹⁰⁾、周波数を変化させる方法⁽³⁾⁽⁴⁾ など

Fig. 1 Experimental apparatus of speed control system

Fig. 2 Driving frequency vs rotor speed (average)

がある。本稿では、周波数を制御入力とする。

図1に実験装置の概要を示す。コントローラはパソコン上のプログラムとして実装される。パソコンは、超音波モータドライバに加振周波数 u (≈ 32 kHz) を指示する。ドライバは、その周波数の二相の高周波電圧をステータの圧電素子に印加する。ドライバの周波数分解能は1 Hz、周波数設定時間は10 ns以下である。ロータの回転速度 y は、ロータリエンコーダ(3600 ppr)の出力パルスの間隔をカウンタ(14 MHz, 12 bit)で計測することにより得られる(2 rps時、分解能0.001 rps)。

また、ステータに貼り付けられた熱電対により、ステータの温度を測定できる。なお、実験はすべて無負荷で行い、サンプリング時間は1 msとした。

3. モデリング

超音波モータの解析的モデルは得られていないため、ここでは実験的にプラントモデルの同定を行う。

まず予備実験として、一定の加振周波数 $u = \bar{u}$ で運転し、そのときのロータ平均速度 $y = \bar{y}$ を測定した(図2)。温度変化により、同一の加振周波数でも約1 rpsの差が生じている。また、温度が一定であれば、 $\bar{u}$ と $\bar{y}$ はほぼ直線関係であることがわかる。よって、プラントモデルの入出力を、それぞれ、基準周波数 $\bar{u}_0$ 、目標速度 $\bar{y}_0$ まわりの偏差 $\Delta u := u - \bar{u}_0$ 、 $\Delta y :=$

$\bar{y}_0 - y$) に選べば、低周波域では線形モデルを用いることが妥当であるといえる。

ここで、(P1)、(P2)、(P3) に対して以下を仮定する。

(A1) 動特性の変化は乗法的摂動で表せる。

(A2) 温度依存のステップ外乱 d_s がプラントの出力に加わる。

(A3) 回転同期の周期外乱 d_p がプラントの出力に加わる。

以上より、速度制御系は図3のようになる。点線内部がプラントモデル $P(s)$ で、次の式で表される。

$$P(s) = P_0(s)(1 + W_T(s)\delta_m(s)) \quad (1)$$

ここで $P_0(s)$ はノミナルプラント、 $W_T(s)$ は重み関数、 $\delta_m(s) \in \overline{BH}$ は動特性の変動に対応する摂動、 $d := d_s + d_p$ は速度外乱である。補償器 $C(s)$ は、制御偏差 $\Delta y = 0$ となるように、制御入力 Δu をプラントに加える。

$P_0(s)$, $W_T(s)$ を決定するため、1 Hz から 500 Hz までのいくつかの周波数 f_i , $i=1, \dots, k$ において、周波数応答を測定した。すなわち、加振周波数 u を、

$$u = u_i = \bar{u}_0 + \Delta u_i, \quad i=1, \dots, k \quad (2)$$

$$\Delta u_i = A_i \sin(2\pi f_i t) \quad (3)$$

として運転し、このときのロータ速度 y を測定した。仮定より y は次のように表される。

$$y = y_i = \bar{y}_0 - \Delta y_i, \quad i=1, \dots, k \quad (4)$$

$$\Delta y_i = B_i \sin(2\pi f_i t + \phi_i) + d_s + d_p \quad (5)$$

実験は、プラントの非線形性と温度変動の影響を考慮するために $\bar{u}_0 = 32.05, 32.1, 32.15$ kHz として複数回行い、30°C から 40°C までの範囲で温度が分布するようにした。なお、実験時の平均速度は 2~3 rps であった。

Δu_i , Δy_i を FFT 解析し、プラントのゲイン特性 ($G_i := |B_i/A_i|$)、位相特性 (ϕ_i) を計算した結果をそれぞれ図4(a), (b)の点に示す。(P1)の影響は、点のばらつきとなって表れている。また、200~400 Hz 付近の大きなばらつきは、高次の動特性の影響と考えられる。

ノミナルプラント $P_0(s)$ は、高周波でのゲインと位相の変化を考慮して、

Fig. 3 Feedback system

$$P_0(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (6)$$

と仮定し、各係数は実験値を最小二乗近似して決定した。これを図4の曲線に示す。

次に、 G_i , ϕ_i をそれぞれ角周波数 $\omega_i = 2\pi f_i$ における $P(s)$ のゲイン、位相と考え、 $W_T(s)$ を決定する。すなわち、次式を満たすように $W_T(s)$ を定める。

$$|err(j\omega_i)| \leq |W_T(j\omega_i)| \quad (7)$$

$$err(j\omega_i) := \frac{P(j\omega_i) - P_0(j\omega_i)}{P(j\omega_i)} \quad (8)$$

$$P(j\omega_i) := G_i e^{j\phi_i} \quad (9)$$

$|err(j\omega_i)|$ および $W_T(s)$ のゲイン特性をそれぞれ図5の点、曲線に示す。2, 4, 6 Hz におけるピークは、平均速度が約 2 rps のときの (P3) の影響と考えられるので、これらを無視して、 $W_T(s)$ は次のように選んだ。

$$W_T(s) = k_T \frac{s + \omega_T}{\omega_T}, \quad k_T = 0.3, \omega_T = 2\pi \cdot 50 \quad (10)$$

4. 補償器の設計

補償器の設計手順は、二つのステップからなる。まず、(P1) に対するロバスト安定性を保証するために、

(a) Gain characteristic

(b) Phase characteristic

Fig. 4 Frequency response of USM

Fig. 5 Model uncertainty and weighting function

H_∞ 補償器を設計する。次に、(P3)を除去するために、制御系の安定性を保ちつつ、繰返し補償器を付加する。なお、(P2)は繰返し補償により解決されるが、比較のため、 H_∞ 補償器単独で(P2)を解決するように、文献(6)の手法を用いて、 H_∞ 補償器に積分器をもたせる。

4.1 H_∞ 補償器の設計 ここでは、図3の制御系において、 $C(s)$ を H_∞ 補償器と考えて設計を行う。 H_∞ 補償器の設計仕様として、(P1)に対するロバスト安定性に加え、ロバスト性能(感度関数に対する ∞ ノルム制約)を考える。これは、任意の $\delta_m \in \overline{BH_\infty}$ に対して、次の二つの条件を満たすことである。

(S1) 閉ループ系は内部安定

(S2) $\|W_s S\|_\infty < \gamma$

ここで $\gamma > 0$ は制御性能の評価指数で、これが小さいほど制御性能が高くなる。 $S(s)$ は摂動 δ_m の影響を受けた感度関数で、

$$S(s) := \frac{1}{1 + P(s)C(s)} \quad \cdots (11)$$

で定義される。これは d から Δy までの伝達関数に等しく、制御系の速度外乱除去性能を特徴づける。すなわち、(S2)は H_∞ 制御だけでもある程度の制御性能を達成することを要請している。これは、4.2節で繰返し補償器を付加するために必要な仕様である⁽¹¹⁾。

$W_s(s)$ は重み関数で、低周波数帯域で大きなゲインをもつように、次のように選んだ。

$$W_s(s) = k_s \frac{\omega_s}{s + \omega_s}, \quad k_s = 200, \quad \omega_s = 2\pi \cdot 0.1 \quad \cdots (12)$$

ここでは、図6に示す2ブロックの定数スケリング付き H_∞ 制御問題⁽¹²⁾を解き、(S1)、(S2)を満たす H_∞ 補償器を求めた。具体的には、図6中 $[w_1 \ d]^T$ から $[z_1' \ z_2']^T$ までの ∞ ノルムが1未満になるような補償器 $C(s)$ と定数スケリング D を求め、補償器が求まる限り γ を最小化した。

4.2 繰返し補償器の付加 周期的な速度外乱を

Fig. 6 2 block constant scaled H_∞ control problem

除去するため、繰返し補償器を H_∞ 制御系に付加する(図7)。以後この系を H_∞ +繰返し制御系、あるいは単に繰返し制御系と呼ぶ。ここで、 $C(s)$ は4.1節で求めた H_∞ 補償器である。繰返し補償器はむだ時間要素 e^{-Ls} と、ローパスフィルタ $F(s)$ から構成される。このとき、文献(8)定理2.4より、次の結果が知られている。

定理1: 図7の繰返し制御系において、むだ時間 L を目標回転速度の周期に一致するように選ぶ。このとき、 $F(s)$ が1に近い周波数帯域において、 nL ($n=1, 2, \dots$)周期の速度外乱を除去することができる。

次の定理は繰返し制御系の安定性を保証する。

定理2⁽⁸⁾: 伝達関数 $G(s) := P(s)C(s)$ は、不安定な極零相殺を起こさないと仮定する。このとき、図7の繰返し制御系が内部安定であるための十分条件は、次の二つの条件が成立することである。

(C1) 繰返し補償器を付加する前の制御系は内部安定

(C2) $|F(j\omega)| < |1 + G(j\omega)| \quad \forall \omega$

Fig. 7 Repetitive control system

Fig. 8 Gain of low-pass filter $F(s)$ and $1 + G(s)$

Fig. 9 Gain of Sensitivity Transfer Function

4.1 節で求めた H_∞ 補償器 $C(s)$ は、安定化補償器であるから、(C1) はすでに成立している。後は (C2) を満たすように $F(s)$ を設計すればよい。このために、 $|1+G(j\omega)|$ を計算した結果を図 8 の破線に示す。ただし、 $\delta_m(j\omega)$ は、単位円内の複素数として適当に与えた。

$F(s)$ は (C2) を満たすように、次のように選んだ。

$$F(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}, \quad \omega_c = 2\pi \cdot 50 \dots \dots \dots (13)$$

このときの $|F(j\omega)|$ を図 8 の実線に示す。

4.3 感度関数解析に基づく繰返し補償器の効果

繰返し補償器の効果は、繰返し補償器を付加する前後の二つの制御系の感度関数のゲイン特性を比較することによって見るができる。図 9 において、点線、実線にそれぞれ H_∞ 制御系、 H_∞ + 繰返し制御系の感

度関数のゲイン特性を示す。ただし、むだ時間 $L = 500$ ms とした。2, 4, 6, $\dots$ Hz において、ゲイン特性が大幅に改善されていることがわかる。

5. 実験結果

提案手法の有効性を確認するため、(a) フィードバック制御なし、(b) H_∞ 制御、(c) H_∞ + 繰返し制御の三つの場合について実験を行った。目標速度は 2 rps とした。この場合、(P3) の影響により、2, 4, 6, $\dots$ Hz の速度外乱が生じるため、定理 1 より、むだ時間 $L = 500$ ms とし、周期外乱の除去を試みた。以下ではステータの温度が 30°C のときの結果を示す。

図 10 にロータ速度の時間波形を示す。(a) フィードバック制御なしの場合、目標速度に対して約 23% の速度変動が観測された。この速度変動は、(b) H_∞ 制

Fig. 10 Time response of rotational speed

Fig. 11 FFT analysis of rotational speed

Fig. 12 Rotational speed (40°C)

Fig. 13 Rotational speed (3 rps)

御により 4.7% に低減され、さらに (c) 繰返し補償により 0.9% に低減された。なお、グラフは制御開始後約 50 回転後の速度波形を示しているが、長時間運転した場合でも、制御系が安定であることを確認している。

図 10 を FFT 解析した結果を図 11 に示す。図 11(a) より、速度変動の主成分は、回転に同期していることがわかる。回転の一倍成分 (2 Hz) に注目すると、速度変動振幅は、図 11(b) H_∞ 制御により 1/19 に、図 11(c) H_∞ + 繰返し制御により 1/2 000 に低減されていることがわかる。4, 6, 8, ... Hz においても同様の改善がみられる。

また、 H_∞ 補償器の温度に対するロバスト安定性を確かめるために、温度を 40°C まで上昇させて実験を行った。結果を図 12 に示す。温度が変化しても安定であり、また誤差も少なく良好な応答を示している。温度を 35°C にした場合も同様な結果を得ており、温度変化に対するロバスト性が確認できた。

目標速度の変化に対応できることを確認するために、目標速度を 3 rps にし、むだ時間 $L=333$ ms として実験を行った。結果を図 13 に示す。この場合も良好な結果を示しており、目標速度の変化に対して、提案手法の有効性が確認できた。

6. ま と め

超音波モータの定速度制御を実現するために、同定実験に基づきプラントモデルを提案し、繰返し補償器を併用した H_∞ 制御に基づく速度制御系を設計した。この手法により、系の安定性が理論的に保証される。また、ここでの設計手順は系統的であり、次の二つのステップから成る。

(1) 動特性変動に対するロバスト安定性を保証するために、 H_∞ 制御系を構成する。

(2) 周期的な速度変動を除去するために、制御系の安定性を保ちつつ繰返し補償器を付加する。

また、提案手法の有効性を確認するために実験を行い、次の結果を得た。

(1) 非制御時に比べ、速度変動が約 1/25 に低減された。

(2) 温度が変化しても制御系は安定であった。

(3) 繰返し補償器のむだ時間を変えるだけで、異なる目標速度に対しても、安定性を損なうことなく追従し、周期外乱を効果的に除去できた。

本制御方式では、温度の情報はモデル同定時に利用するだけで、制御時には利用していない。これまで以上に制御系の性能を向上させるために、制御時に温度をパラメータとして積極的に利用するゲインスケジューリングの適用が今後の課題として挙げられる。また、同定実験によって得たプラントモデルの物理的解釈が望まれる。

最後に、制御系の設計に関して有益なコメントを頂いた原辰次教授(東京工業大学総合理工学研究科)に感謝の意を表します。

文 献

- (1) 見城尚志・指田年生, 超音波モータ入門, (1991), 7, 総合電子出版社.
- (2) 泉野有司・中岡睦雄, 進行波形超音波モータ駆動系の適応制御技法による高性能化, 電気学会論文集, **110**-11, D (1990), 1147-1154.
- (3) 千住智信・川口哲・上里勝實, 超音波モータの速度制御, 琉球大学工学部紀要, **49**(1995), 131-148.
- (4) 千住智信・上里勝実, ハイブリッド制御による超音波モータの速度制御, 計測自動制御学会論文集, **30**-7(1994), 877-879.
- (5) 新生工業, 超音波モータ USR-60 取扱説明書.
- (6) Hara, S., Fujioka, H., Kosugiyama, T. and Asai, T., *A Synthesis for Robust Tracking Systems Based on H_∞ Control*, Trans. of SICE, **32**-4(1996), 502-509.
- (7) SICE 夏期セミナー資料, 計測自動制御学会, (1993), 80.
- (8) 中野道雄・井上恵・山本裕・原辰次, 繰返し制御, 計測自動制御学会, (1989).
- (9) Hara, S., Trannitad, P. and Chen, Y., Robust Stabilization for Repetitive Control Systems, Proc. 1st Asian

- Contr. Conf.*, (1994), 541-544.
- (10) 則次俊郎・加門嘉樹・押目雄一, 進行波形超音波モータを用いた小形マニピュレータの制御性能, 機論, **61**-581, C (1995), 124-130.
- (11) 原辰次・小俣透・中野道雄, 繰返し制御系の安定条件と設計法, 計測自動制御学会論文集, **22**-1 (1986), 36-42.
- (12) 細江繁幸・荒木光彦・ほか 5 名, 制御系設計— H_∞ 制御とその応用—, (1994), 17, 朝倉書店.
-