交渉ゲーム理論を用いた機械システムの設計*
(ロボットアームの構造系の最適設計)中本邦博^{*1}, 小西康夫^{*2}
近藤克哉^{*3}, 石垣博行^{*2}The Use of the Nash Bargaining Model in Mechanical System Design
(The Optimum Structure Design of 2-Degree of Freedom Robot Arm)Kunihiro NAKAMOTO, Yasuo KONISHI,
Katsuya KONDO and Hiroyuki ISHIGAKI

There are a number of difficulties in designing a mechanical systems; designers, for example, must consider how two or more *feature requirements* can coexist. Traditionally, multiple indexes (two or more) have been multiplied by weight constants and then added each other in order to generate a new index. However, the method requires weight constants to be fixed based on a designer's experience and/or a trial and error process. This paper applies the game theory — often introduced to explain situations in economic activity — to mechanical system designs. Each design's index is mapped into utility functions, so that design parameters can be obtain by calculating the Nash product. An example of a 2-degree of freedom robot arm, optimized for high manipulability and low torque fluctuating, is also illustrated.

Key Words: Robot, Manipulator, Optimum Design, Game Theory, Nash Bargaining Model, Nash Product, Utility Function

1. 緒言

機械システムの設計は、様々な要因を考慮して行われる。例えば、設計目標物の置かれる環境条件や、構造物としての強度などである。これらの要因は設計仕様として与えられる。一般的に、設計仕様として与えられる条件には相反するものがあり、すべての要因を満たすような設計を行うことは非常に困難である。複数の評価指標についての最適化は従来から行われているが、その多くは、各評価指数の荷重和を最大化あるいは最小化するものであり、この場合、重み係数を決定するのはあくまで設計者であり、実機による試行錯誤や経験に頼るところが大きい。

ゲーム理論¹⁾は、物理的、技術的な制約条件下での、主に経済活動におけるさまざまな現象、特に利害関係のある場合の意思決定主体の振る舞いを数理的に取り

扱ったものである。プレイヤーと呼ばれるゲームの意思決定主体がお互いに協力することによって相互の利得を高める交渉ゲームモデル²⁾は Nash によって提案され、NASA の探査衛星の軌道選定に応用されている³⁾。また筆者らは、交渉ゲームモデルを適用することによって制御系の設計がゲーム的に捕らえられることを、PID コントローラの設計問題を例として示した⁴⁾。本論文では、機械システムの設計が、複数の制約条件の下で、それぞれが相互依存する設計パラメータの調整者が互いに競争したり協力したりするゲームとしてとらえることができることを示し、この交渉ゲームの解を求めることによって機械構造物の設計を行う手法を提案する。また、この手法の検証例として、複数の評価規範に対するロボットアームの設計を示す。

2. 機械システムの設計問題の交渉ゲーム

ゲーム理論では、プレイヤーのとりうる行動を戦略という。プレイヤーによる戦略の選択はプレイヤーの目的を達成するために合理的に行われる。プレイヤーがある戦略を選択し行動すると、その行動に対する利

* 原稿受付 1998 年 2 月 26 日。

^{*1} 正員, 姫路工業大学大学院 (〒671-2201 姫路市書写 2167)。^{*2} 正員, 姫路工業大学工学部。^{*3} 姫路工業大学工学部。

得を得る。利得は、ある戦略がどの程度プレイヤーの目的を満足するかを表す指標ともいえる。プレイヤーによる戦略の合理的な選択とは、できるだけ利得の高い戦略を選択することである。混合戦略を用いることにより、プレイヤーは利得を向上させることが可能であることが、ゲーム理論により示されている¹⁾。混合戦略とは、ある1つの戦略に従い行動するのではなく、複数の戦略とそれぞれの戦略をとる確率との線形結合によって表された戦略である。

複数のプレイヤーが存在し、それらが相互に影響しあって行動する場合に、交渉問題が発生する。全てのプレイヤーの利得ベクトルを内包する交渉領域 U を考えると、この集合の中で、各プレイヤーは自分自身の利得を向上しようと行動する。プレイヤー間の連携なしに実現できる利得の組み合わせ、すなわち交渉がまとまらなかった場合に得ることのできる利得を d とすると、交渉問題は (U, d) で表される。

交渉領域 U の中から、全てのプレイヤーの利得を改善するような交渉問題の解 u を求めるための、いくつかの方法が提案されている。なかでも、Nash 交渉解は全てのプレイヤーが妥協できる唯一の交渉解を与える。

プレイヤーの、ある戦略 s に対する選好度合いを効用という。任意の戦略 s に対する効用 u^* を与える実数値関数 $u(s)$ を効用関数¹⁾という。

$$u^* = u(s) \quad \dots\dots\dots (1)$$

交渉問題 (U, d) の解 u は、交渉に参加するプレイヤー $\{1, 2, \dots, n\}$ について、それぞれの戦略 s_i とその戦略を選択する確率 α_i 及び効用関数 u_i を用いて式(2)の解として与えられる。

$$\text{maximize } \prod_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j u_i(s_j) \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^n \alpha_j = 1, s_j \in U, \alpha_j > 0$$

交渉問題の解として、Nash 解以外にもいくつか考案されているが、Nash 交渉解は一意であるため、多目的設計問題などの工学の問題に応用するには都合がよい。ただし、式(2)によって求められた交渉問題の解 u は混合戦略であり、複数の戦略とそれらが選択される確率によって表されるので、 u をそのまま設計問題の解として用いることはできない。このため、混合戦略 u の純戦略による近似解として、Nash 積を最大とする戦略を用いることとした⁴⁾。この近似解は式(3)により求め

られる。

$$\begin{aligned} &\text{maximize } \prod_{i=1}^n (u_i - d_i) \quad \dots\dots\dots (3) \\ &\text{Subject to } u \in U, u_i \geq d_i \end{aligned}$$

機械システムの設計問題をゲームとしてとらえた場合、設計者がプレイヤーに、また設計可能なパラメータの組み合わせが戦略に相当する。設計として可能な m 通りの戦略の集合を S とすると、プレイヤーは集合 S からもっとも利得の高い戦略を選択する。ある戦略を選択したことによりプレイヤーが得る利得は、設計者であるプレイヤーが目指す設計目標をどの程度満足するかを表す指標となる。通常、この評価指標については目標値があるので、この目標値を満足するような設計パラメータの組み合わせを逆算してやればよい。しかし、図1のように、一般に戦略と利得の関係は1対1に対応せず、同じ評価指標に対応する複数の設計パラメータの組み合わせがあり、このため、評価指数から設計パラメータを逆算することは不可能である。

Fig.1 Relationship between Design Parameters and Performance Indices

設計目標が複数ある場合は、1つの設計目標が1人のプレイヤーに対応する。プレイヤーは、それぞれが対応する設計目標を満足するように戦略を選択する。設計目標が n 通りあり、プレイヤー i が選択した戦略を s_i とすると、この集合 T は、

$$\begin{aligned} &T = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\} \quad \dots\dots\dots (4) \\ &\text{Subject to } s_i \in S \end{aligned}$$

このとき、すべての i について $s = s_i$ であれば設計可能であり、 s が求める設計パラメータの組み合わせとなるが、各プレイヤーが持つ設計目標は一般に相反するので s を求めることはできない。しかし、もしも各プレイヤーが交渉を行うことによって協力し、ある1つの妥協点となる戦略を見出すことができれば、この

戦略が求める設計問題の解 s となる。

プレイヤー i は自分の目的を満足する戦略を選択するために独自の効用関数 u_i をもつ。この u_i は、プレイヤー i がもつ設計目標から定義される実数値関数で、戦略に対するプレイヤーの選好度合いを表す効用値を求めるためのものである。

$$u_i^* = u_i(s) \quad \dots\dots\dots (5)$$

効用関数は、設計目標を満たす点における効用値を 1 とし、他の点においては、設計者の選好度合いに応じて効用値を配分することにより定義する。各々の効用関数を定義する段階では、プレイヤーがもつ設計目的に対応した評価関数のみを考えればよい。設計条件が増加した場合には、定義すべき効用関数の数が増加するが、それぞれの効用関数は簡単に定義することができる。

実現可能な交渉解として Nash 積を最大とする s を、式(3)により求める。このとき、交渉の妥協点がなかった場合の利得 $d_i = 0$ であるので、全てのプレイヤーの交渉による妥協点は式(6)の解として求めることができる。

$$\text{maximize}_{s \in S} \prod_{i=1}^n u_i(s) \quad \dots\dots\dots (6)$$

通常 s は多次元変数となるため、式(6)の解を解析的に厳密解を求めることは難しい。式(6)では元々 Nash

Fig.2 Design Flow of Proposal Method

解の実現可能な近似解を求めているので、ここでは交渉解 s を遺伝的アルゴリズム (GA) によって求めることにした。遺伝的アルゴリズムは、設計パラメータなどの表現型パラメータをビット列である遺伝子型へ変換した個体に対して、交叉、突然変異、選択といった操作を繰り返し、より適応度の高い個体を確率的に残していくことにより、最適解を近似的に求めるアルゴリズムである。式(6)の解を GA によって求める際には、1 組の設計パラメータをビット列に変換したものが遺伝子になる。この遺伝子を持つ個体の適応度として Nash 積を用いることにより、交渉解 s を求めることができる。図 2 は以上の手順を図式化したものである。

本手法をより複雑な設計問題に应用する場合、求める設計パラメータの数が多くなり、制約条件や性能指標の増加に応じて効用関数も増えるが、このような場合においても Nash 交渉解は一意に存在するため、本手法は有効である。

3. ロボットアームの設計問題

本手法の有効性を確認するために、2 自由度ロボットアームの設計を行った。ロボットアームの設計は、ワークの重量、作業空間の大きさや位置及びモータの出力などを考慮して行われる。これらの設計仕様として与えられる各種の条件を満たすような、具体的な設計解を実際に求めることは容易なことではない。

図 3 は、2 組のリンクアームとモータからなる簡単な 2 自由度ロボットアームの模式図である。ロボットアームを評価する 1 つの指標として可操作度⁶⁾が提案されている。図 3 において $\theta_2 = 0$ あるいは π である姿勢では、リンク 1 とリンク 2 は一直線上に並ぶため、手先をこの方向に移動することができなくなる。この姿勢を特異姿勢と呼ぶが、可操作度はこの特異姿勢か

Fig.3 Diagram of Simple 2-Degree of Freedom Robot Arm

Fig. 4 Target Path and Witch Characteristic Points

らの近さを表す指標である。可操作度が大きくなるように設計すれば、ロボットアームの姿勢については望ましい設計となるが、現実の設計問題の場合、姿勢の他にも複数の設計仕様を同時に満たすような設計解を求めなければならないことが多い。

図3中の L_j , Lg_j , m_j はそれぞれリンク j の長さ、根元からの重心位置及びリンクの質量である。リンク1及びリンク2の角度を、反時計回りを正として θ_1 , θ_2 とするとき、手先位置の座標 $r = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ は式(7)により与えられる。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = L_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} + L_2 \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここでのロボットアームの設計とは、設計仕様として与えられたロボットアームに求められる特性を満足するように、リンク長の組み合わせを何らかの指標に基づいて求めることである。アームの密度が均一であるとすると、図3の場合では設計できる変数は、

$$\{L_i, m_i | i=1,2\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。

ある設計パラメータが設計仕様をどの程度満足した

Fig. 5 Target Path to Design Example Robot Arm

かは、指標により評価する。ロボットアームの静特性を評価する指標として可操作度を用いる。手先位置が特定できる場合、可操作度が大きくなるようにリンクの組み合わせを選定すればよい。図3の2自由度ロボットアームの可操作度 w は式(9)により求めることができる。

$$w = L_1 L_2 |\sin \theta_2| \quad \dots\dots\dots (9)$$

ロボットアームの移動経路があらかじめわかっている場合、この経路上の各点において可操作度が大きくなるようなリンクを設計すればよい。例えば、図4で示した作業経路 R 上で動作する場合、この経路 R を特徴付ける m 個の特徴点 $r_m \in R$ の各点について可操作度 $w(r)$ の和を最大とするようなリンクの組み合わせを求める。

$$\text{maximize } \sum_{r_m \in R} w(r_m) \quad \dots\dots\dots (10)$$

今回の設計例では図5に示した円形の経路を考えた。設計するロボットの手先位置は、図5の円形の経路を反時計回りに移動する。この経路での可操作度を評価する特徴点は、円形の経路を8分割する点とした。

可操作度はある手先位置に対するロボットアームの姿勢に対する静的な評価であり、この指標に対する最適化では、アームの動作速度などの動的な要因についての設計仕様を満たすとは限らない。ロボットアームの力学的な特性を評価する簡単な指標として、ロボットアームを動かすのに必要なモータの動力や、ロボットアームの運動に従う動力の変動の幅などが考えられる。図3のロボットアームのLagrange運動方程式は、式(11)で表すことができる。

$$\begin{aligned} M(q)\ddot{q} + h(\dot{q}, q) + G(q) &= u \\ q &= \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \\ u &= \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \\ M(q) &= \begin{pmatrix} m_1 Lg_1^2 + I_1 + m_2 (L_1^2 + Lg_2^2 + 2L_1 Lg_2 \cos q_2) + I_2 & m_2 (Lg_2^2 + L_1 Lg_2 \cos q_2) + I_2 \\ m_2 (Lg_2^2 + L_1 Lg_2 \cos q_2) + I_2 & m_2 Lg_2^2 + I_2 \end{pmatrix} \\ h(\dot{q}, q) &= \begin{pmatrix} -m_2 L_1 Lg_2 \sin q_2 (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2) \\ m_2 L_1 Lg_2 \sin q_2 \dot{q}_1^2 \end{pmatrix} \\ G(q) &= \begin{pmatrix} m_1 g Lg_1 \cos q_1 + m_2 g (L_1 \cos q_1 + Lg_2 \cos(q_1 + q_2)) \\ m_2 g Lg_2 \cos(q_1 + q_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで q_i はリンク i の一般座標系における位置, u_i はモータ i への一般力の入力であり, この場合それぞれ, リンク i の角度, モータ i のトルクである. モータの出力できるトルクに限界があるのは当然であるが, 減速機を用いることで見かけ上, 大きなトルクを得ることは難しくない. そこで, 今回はこのロボットアームが図5に示す作業経路 R を移動する場合に, 必要とされるモータの出力トルクを数値演算し, この変動幅を小さくするよう設計した.

$$\tau = \text{minimize} \{ \max_{r \in R} \{u(r)\} - \min_{r \in R} \{u(r)\} \}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで $\max_{x \in X} \{f(x)\}$ 及び $\min_{x \in X} \{f(x)\}$ は, 変数 x が拘束条件 X にある時の関数 $f(x)$ の最大値, 最小値を意味する.

複数の評価指標を同時に用いて最適化する場合式(13)に示すように, 重み係数を掛けて足し合わせる方法が従来から多用されている. 式(13)の W_w 及び W_τ が, それぞれ可操作度に対する重み係数とトルク変動に対する重み係数を表す.

$$\text{minimize} (W_w w^2 + W_\tau \tau^2) \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(13)のような操作を行うことで, 異なる評価指標についての同時最適化が可能ではあるが, 重み係数を決定するのには設計者の経験や勘, 実機による試行錯誤

Fig.6 Utility Function for Manipulability

Fig.7 Utility Function for Torque Fluctuation

誤に頼るのが現実であり, 大きな問題となっている.

4. ゲーム理論による多目的同時最適化問題

複数の評価指標に対するロボットアームの同時最適化問題は, Nash 交渉モデルに当てはめて考えることができる. この場合, 設計者がプレイヤーであり, 式(8)で表される設計変数の組み合わせが戦略に相当する. プレイヤーにとって, ゲームの目的は設計仕様を満たす戦略を選び出すことである. 1人のプレイヤーは1つの設計仕様に対応し, この設計仕様を満たすような戦略を選択する. プレイヤー i が選択した戦略 s_i は, 次式で表される.

$$s_i = \{L_j, m_j \mid j=1,2\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ロボットアームの長さの合計及び質量について次の拘束条件を設定する.

$$L_1 + L_2 \leq L \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$m_{\min} \leq m_1, m_2 \leq m_{\max}$$

ロボットアームの多目的最適化問題では, 可操作度とモータのトルク変動について最適化するので, これら2つの設計仕様を2人のプレイヤーに対応づける.

ゲーム理論においてプレイヤーは, どのような戦略を選択すれば, 自身に対応する設計仕様をどの程度満足することができるかどうかを効用によって見積もる. つまり, プレイヤーは効用が最大となる戦略を選択する. このプレイヤーの戦略 s_i に対する効用値を与える実数関数 $u_i(s_i)$ をそれぞれ定義する. プレイヤーにとって最悪の状況である, 交渉の妥協点が見出せない場合に対する効用は0となる. 一方, あるプレイヤーについて最も望ましい状態となる戦略があるとき, そのプレイヤーの, この戦略に対する効用は1となる¹⁾.

図6は可操作度に関する評価指標である式(16)に対応するプレイヤーの効用関数であり, 戦略である設計パラメータの組がある場合に, ロボットアームの可操作度を計算し, この可操作度に対する効用値を与える. 図6中の可操作度は, 拘束条件内で最高の可操作度 $w_{\max}$ によって正規化したものである.

可操作度が大きくなるのに比例して効用が増加するため, プレイヤーは可操作度を大きくするような戦略を好する.

$$w_r = \frac{w}{w_{\max}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$w_{\max} = \frac{1}{4} L \sin \frac{\pi}{2}$$

図7はモータのトルク変動に対する効用関数である.

今回は単純にモータのトルク変動が小さいほど、大きい効用が得られるようにした。

ロボットアーム設計の交渉ゲームにおいて、交渉の妥協点が見出せなかった場合は、設計不能であるので、交渉に参加したプレイヤーの選られる利得は0となる。よって、交渉で妥協しないという戦略に対する各プレイヤーの効用 d_1 、 d_2 は0である。求める設計変数の組み合わせは、式(6)より、

$$\text{maximize}\{u_1(s) \cdot u_2(s)\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

の解となる s を求めることで与えられる。このとき、手先の移動速度は $\omega = 0.4\pi \text{ rad/s}$ 、リンクの長さの合計 L が最大で2000mmとなると設定し、リンクの直径は30mmとした。また、リンクの密度は $2.71 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ で一定とした。

遺伝的アルゴリズムを以下に示す手順により適用した。

(1) 設計パラメータの遺伝子型への変換 1組の設計パラメータをビット列へ変換し、これを1個体とする。ここで1個体が1つの戦略に相当する。個体群には200個の個体を生成し、これらを乱数で初期化した。

(2) 突然変異 個体群に対して、20%の確率で遺伝子の一部を書き換えることで突然変異を行う。突然変異は、遺伝子パラメータに含まれる設計パラメータのいずれか1つを乱数で再初期化することで行った。

(3) 交叉 個体群から抜き出した任意の2個体間で遺伝子の交叉を行う。交叉には一様交叉を用いた。これは、個体群に含まれる設計パラメータの一部を相互に交換し、新しい戦略を作成することに相当する。

(4) 選別 各個体の適応度を計算し、適応度に応じて個体の選別を行った。各個体が環境に対して持つ適応度 F はNash積、すなわち各個体がもつ戦略 s について全プレイヤーの効用値の積で定義する。

$$F = \prod_{i=1}^2 u_i(s) \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上の手順を繰り返すことにより適応度 F が最大となる個体を求める。この個体がもつ遺伝子がもつデータを表現型データに変換したものが、求める設計パラメータの組み合わせである。

5. 計算結果

表1(a)は本手法により求めた設計パラメータの組み合わせである。図8はこの設計パラメータによるロ

Fig.8 The Movement of Designed Robot Arm

Fig.9 Torque Fluctuating of Designed Robot Arm

Fig.10 Torque Fluctuating of Reference Designed Robot Arm

Table 1 Specifications of Robot Arm

(a) Designed by Proposal Method

i	Length (m)	L_i	Mass M_i (Kg)
Link 1	0.572		1.10
Link 2	0.742		1.42

(b) Reference Design

i	Length (m)	L_i	Mass M_i (Kg)
Link 1	1.00		1.92
Link 2	1.00		1.92

ロボットアームが、目標軌道を移動した場合の様子である。図9は、このときにリンク1及びリンク2に加わるトルクの変化である。

図10は、比較のために表1(b)にあるような2本の長さの等しいリンクにより、ロボットアームを構成したときの各リンクに加わるトルクの変化である。このロボットアームは、拘束条件内において、可操作度を最大とするものである。

表1(a)と(b)の比較から明らかなように、本手法を用いて求めたロボットアームは、リンク1に比べてリンク2が長くなっている。このとき、本手法によるロボットアームのリンク1とリンク2のトルク変動幅はそれぞれ 10.0 Nm と 1.04 Nm であり、表1(b)にある設計によるトルク変動幅 18.8 Nm 及び 4.89 Nm と比較して、より望ましい設計となっている。

6. 結言

本研究では、機械システムの構造設計を行う新しい手法として、交渉ゲームを用いる方法を提案した。この手法の適用例として、可操作度と必要なトルク変動を最小化することを目標としたロボットアームの設計を行い、提案した手法の有効性を示した。本研究によって得られた結果を以下に要約する。

(1) 機械構造物の設計問題は交渉ゲームを用いてモデル化することができ、Nash 積を最大とする戦略を求めることにより望ましい設計パラメータを得ることができる。

(2) 交渉ゲームを用いる本手法は、複数の設計目標をもつ設計問題に対して有効である。

参考文献

- 1) 岡田章：ゲーム理論，有斐閣，1996。
- 2) Nash, J.F.: The Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol.18, Jan. 1950, pp.155-162
- 3) James Bonnardeaux, Jean-Pierre Dolait and James S.Dyer: The Use of the Nash Bargaining Model in Trajectory Selection, *MANAGEMENT SCIENCE* Vol.22, No.7, March. 1976
- 4) 中本邦博，小西康夫，近藤克哉，石垣博行：交渉ゲーム理論を用いたPIDコントローラの多目的最適設計，日本機械学会論文集，C編，64-626，1998，128-134。
- 5) 有本卓：ロボットの力学と制御，システム制御情報学会編，朝倉書店，1994。
- 6) 吉川恒夫：ロボット制御基礎論，コロナ社，1990。