三次元有限要素法を用いたはすば歯車の接触応力解析* (はすば歯車の PV 値を低減する歯形修整量)

大野 耕作^{*1}, 田中 直行^{*1}

Contact Stress Analysis for Helical Gear with 3-Dimensional Finite Element Method (The Profile Correction Amount to Reduce the PV Factor of Helical Gear Teeth)

Kousaku OHNO and Naoyuki TANAKA

The contact stress of helical gears is calculated with 3-dimensional finite element method. The relation between the contact stress and the profile correction amount is investigated and the followings were obtained; (i) The tooth stiffness of helical gears is able to be estimated with that of virtual spur gears. (ii) The stress decrease at the tooth tip results in partial increase of the stress at the correction starting point. (iii) About 1.5 times the tooth deflection amount of the virtual spur gear is reasonable for the profile correction amount of helical gear.

Key Words: Machine Element, Gear, Finite Element Method, Contact Problem, Helical Gear, Profile Correction

1. 結 言

高速大容量の歯車装置においては、歯面の焼付き損傷であるスコアリングに対する強度によって、伝達動力が決定されることが多い。スコアリング強度の評価基準としては、接触応力と歯面滑り速度の積であり、歯面における摩擦発熱量に比例する値である PV 値を用いるのが自然であるが、PV 値により推定されたスコアリング限界は、実際とあまりよく一致しないというのが定説であった。これは、歯先稜かみあいのような不連続部や歯形修整を含んで複雑化した問題に対し、同時接触線上の応力分布が適切に評価されていなかったためと考えられる。

一方、近年大規模問題に対しても実用的な計算速度が得られるようになってきた有限要素法においては、上記のような問題に対して特殊な境界条件を与える必要はなく、解析手法が複雑化することがないため、接触線上の応力分布を求めるのに好適である。

以上の理由から、本研究では三次元有限要素法をは

すば歯車の接触応力解析に適用した。メッシュの構成、境界条件の設定法、および接触応力の求めかたを工夫することにより、比較的小規模のモデルで接触線上の応力分布を得ることができた。また、歯形修整量が接触応力分布に及ぼす影響について検討するとともに、PV 値が歯面上で最大となる位置が、スコアリング発生の起点になり得るとの考えに基づき、歯形修整量の決定を試みた。

なお、解析には文献(1)による接触問題解析用有限要素法プログラムを用いた。本プログラムは線形静解析問題を対象としている。

2. 解 析 方 法

図1に解析に使用したモデルの一例を示す。境界条件として、A1, A2, A3面内にある節点を3軸方向に拘束し、B1, B2, B3面内にある節点に歯車周方向の強制変位を与えることにより、歯車の荷重負荷状態を模擬した。B1, B2面内の強制変位量は、歯車の半径方向位置に対応させて与えた。

歯面のメッシュは、図2に示すように接触線が必ず節点を通るように構成されており、強制変位に対する歯の分担荷重は相手歯面と接触した節点における反力として発生する。したがって、歯車軸回りに発生する

* 1996年9月22日 第74期全国大会において講演、原稿受付
1997年10月2日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所 (〒300-0013 土浦市神立町502)。

A1, A2, A3 plane : fixed
B1, B2, B3 plane : prescribed displacement

Fig.1 Boundary conditions

Fig.2 Nodes on tooth surface

Fig.3 Driving torque calculation

Fig.4 Contact stress calculation

トルクは、図3に示す節点反力 F の軸直角面内分力 F_{xyi} を接触線上で足し合せて、式(1)で表される。

$$T_q = r_g \sum F_{xyi} \quad (1)$$

ここで r_g は基礎円半径である。計算機容量および計算速度の問題から、現段階では解析の対象は一組の歯対に限定されている。そこで、2枚以上の歯が同時にかみあっている場合には、作用線上で一法線ピッチずつ離れたそれぞれのかみあい位置において、同一の強制変位を与えて計算する。各かみあい位置において同一の強制変位を与えると、変位量と歯の剛性に応じた反力がそれぞれの歯面に発生するので、かみあい位置で異なる歯の剛性の影響が自動的に計算結果に反映されることとなる。このときの歯車軸トルクは、かみあい位置に応じて得られたトルクをすべて足し合せることにより求める。

次に接触応力の計算方法について述べる。接触応力を有限要素法の解析結果として直接得るためには、0.1 mm のオーダーであるヘルツの接触幅を十分に細かくメッシュ分割する必要があるため、解析モデルの規模が非常に大きくなってしまふ。そこで本報では、接触応力は図4に示すように、強制変位により節点に発生した反力 F_i と、その節点が受け持つ接触長さ L_i から、式(2)により求めることにした。

$$\sigma_{H \max} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{F_i}{L_i} \frac{(1/R_1 + 1/R_2)}{(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2}} \quad (2)$$

$$R_1 = R_{s1} / \cos \beta_g$$

$$R_2 = R_{s2} / \cos \beta_g$$

ここで R_s は軸直角平面内での歯面曲率半径 (mm), β_g は基礎円筒ねじれ角 (度), E はヤング率 (N/mm²), ν はポアソン比である。また、添字の 1, 2 はそれぞれ駆動および被動歯車を表している。

接触線上の節点の配置状態を図5に示す。一方の歯面上の節点は●印で、相手側歯面の節点は○印で表してある。本解析に使用したプログラム⁽¹⁾においては、

Fig. 5 Nodes on line of contact

荷重を伝達する節点の対が $A-a'$ 、あるいは $C-c'$ のように、表面要素 $ABCD$ の内側に形成される場合は、 a' あるいは c' の位置に応じて節点反力を A, B, C, D の各節点に割り振る機能がある。この場合は節点 B 、および D の反力が非零となるため、節点 A 、および C の反力のみを用いて接触応力を求めることはできないが、ここで用いた有限要素モデルでは、節点の対が常に $A-a$ 、および $C-c$ のように互いに重なるように形成されているため、節点 B 、および D の反力は零となり、上述した方法が可能となる。

3. 解析結果および考察

3.1 解析モデル 表 1 に計算に使用した歯車の諸元を示す。各歯車対は、モジュール、歯数、歯幅が等しく、ねじれ角のみが 30, 20, 10° と異なっている。以下それぞれの歯車を $\beta 30$, $\beta 20$, $\beta 10$ と呼ぶことにする。

歯形修整は、駆動および被動歯車の歯先側に等量ずつ与えた。修整起点は正面歯形の二対→一対かみあい移行点とし、両歯車の歯先へ向かって修整量が直線的に増加するようにした。また、設定荷重における相当平歯車の歯のたわみ量 δ に対して、歯先での修整量 Δ がそれぞれ 0, 0.5, 1, 1.5, 2 倍の値となるように、修整量を決定した。

3.2 接触応力解析結果 $\beta 30 \sim \beta 10$ 歯車の同時接触線上の応力分布を図 6(a)～(c) に示す。歯面および作用平面上の接触線の位置を、図 6 中右側に併せて示してある。図 6 の X 軸は作用線上の位置（歯形方向）を表しており、Tip および Root は、駆動歯車の歯先、および相手歯車の歯先とかみあい位置に相当する。

解析は最も先行した歯がかみあいを終了した直後の、いわゆる外の最悪荷重点において行った。最悪荷重点では、荷重を分担する歯の数が最少となり、歯の荷重負荷条件が最も厳しくなるといわれている。供試歯車の全かみあい率はすべて 2 以上 3 未満であり、最悪荷重点においては、同時かみあい歯数は 2 枚となる。したがって、伝達荷重は前述したように、歯 1 お

Table 1 Specifications of gears

Normal Module m_n (mm)	3		
Normal pressure angle (deg)	20		
Helix angle (deg)	30	20	10
Number of teeth	30/45		
Face width (mm)	30/30		
Addendum modification	0.0/0.0		
Clearance coef.	0.25 m_n		
Cutter tip radius coef.	0.375 m_n		
Total contact ratio	2.97	2.64	2.21
Profile correction amount Δ (μm)	(0 ~ 2) $\times \delta$ δ : Tooth deflection amount of virtual spur gears		
Young's modulus (kN/mm^2)	206		
Poisson's ratio	0.3		
Tangential force (N)	6000		
Number of nodes	15465	10310	11128

よび歯 2 の各かみあい位置において個別に計算を行い、これらの反力を足し合わせるにより求めた。実際の計算においては、表 1 の設定荷重と、反力の和から求まる荷重とが一致するように強制変位量を決定した。

無修整歯形の場合には、図 6 中○印で示した歯先稜に接触線が現れている部位において、接触応力が最大となっている。歯を無限幅片持ちはりへ置き換えて接触線上の分布荷重を求めた例⁽²⁾や、端面を持つ円柱の平面への押し込み問題⁽³⁾などですでに検討されているが、歯先などの開放面においては、周囲よりも大きな接触応力が発生する。歯先の面取り形状などによっては、さらに大きな応力となる可能性もあるが、ここでのメッシュ分割は応力集中に対応するほど詳細ではないため、歯先の応力値は厳密なものではない。

次に歯形修整量を徐々に増加させていくと、歯先の接触応力は低下し、表 2 に示すように修整量が相当平歯車の歯のたわみ量 δ の 1.0 ~ 1.5 倍程度になると、歯先が接触しなくなる。歯先で分担されなくなった荷重はピッチ点方向へと移動し、歯形修整の起点付近に応力のピークが移動する。

平歯車と比較して、はすば歯車の歯のばねこわさを求めるのは容易ではないが、設定荷重に対する歯のたわみ量は、相当平歯車の歯のたわみ量と比較的に一致していた。この値は厳密なものではないが、設計的には十分な精度であり、歯のこわさ概算法として有用であると考えられる。

3.3 PV 値による歯形修整量の評価 次に、歯形修整量とスコーリング強度の関係について検討す

る。スコアリングは、摩擦発熱に起因する瞬間的な油膜破断現象であり、歯面上で最も摩擦発熱量の大きな部位で発生するものと考えられる。接触応力と滑り速度との積である PV 値は、歯面における単位時間当たりの摩擦仕事量に比例する値であり、スコアリング限界に対する評価指標としてこれを用いるのは自然であ

Table 2 Correction amount which allows no tooth tip contact

	Root	Tip
β 30	1.0δ	1.5δ
β 20	1.0δ	1.0δ
β 10	1.0δ	—

δ : Tooth deflection amount of virtual spur gears

(a) $\beta 30$

(b) $\beta 20$

(c) $\beta 10$

Fig. 6 Contact stress distribution

Fig. 7 Scoring factor PV

る。そこで、ここではPV値を指標として、歯形修整量の適正値を検討してみた。

かみあい周速を40 m/sと仮定し、これによる歯面滑り速度を図6の接触応力分布に乗じて、図7(a)～(c)に示す。歯形修整量が1.0 δ 未満のときは、歯先側および歯元側でPV値が最大となり、修整量が増

Fig. 8 PV_{max} on line of contact

加するに従って、PV値のピークはピッチ点方向へと移動し、その最大値は低下する。修整量を1.5 δ 以上に増やしても、PV値の最大値はあまり減少しない。

これらの結果を整理して図8に示す。X軸は、歯形修整量を設定荷重に対する相当平歯車の歯のたわみ量で除した値であり、Y軸は同時接触線上のPV値の最大値を表している。ここでは、歯形修整量を相当平歯車の歯のたわみ量で除した値を比修整量、同時接触線上のPV値の最大値を PV_{max} と呼ぶことにする。

PV_{max} を低減するという観点から歯形修整量を考えると、歯のたわみ量と同程度の修整で PV_{max} はほぼ最小となり、それ以上の修整はあまり効果がない。歯形無修整時の PV_{max} は、比修整量1.0～1.5における値と比べて2～3倍の値であり、荷重換算では4～9倍に達する。歯が高温になるほど周囲への熱放散量は増大するため、単純には換算できないが、歯形無修整歯車と、わずかでも歯形修整を与えた歯車では、すでに論じられているとおり、スコーリング強度に著しい差が生じると考えられる。

$\beta 30$ 歯車だけは、比修整量1.5以上で PV_{max} が再び上昇しているが、これは $\beta 30$ 歯車の歯形修整起点がピッチ点から最も遠いためである。修整量の増大により、接触応力のピークは歯先からピッチ点方向へと移動し、 PV_{max} の発生位置もこれに伴って移動するが、接触応力のピーク値には各歯車で有意差がないため、応力のピーク発生位置が PV_{max} に対する支配要因となり、上述の結果となった。修整量をさらに増加させると、 $\beta 20$ 、 $\beta 10$ 歯車も同様の傾向を示すと考えられる。

以上の検討から、スコーリング強度の観点より歯形

修整量を決定すると、比修整量 1.0 でも修整量としては十分であるが、誤差および前述した歯先稜かみあいによる応力集中の可能性を考慮して、比修整量 1.5 程度が適当であると考ええる。

4. 結 言

三次元有限要素法をはすば歯車の接触応力解析に適用し、歯形修整量の接触応力に対する影響を検討して以下の結果を得た。

- (1) はすば歯車の歯のばねこわさは、相当平歯車の歯のばねこわさより比較的精度よく概算できる。
- (2) 歯形修整により減少する歯先の荷重は、おも

に修整起点近傍で分担する。

- (3) スコーリング強度の観点からは、歯形修整量は相当平歯車の歯のたわみ量の 1.5 倍程度が適当である。

文 献

- (1) 長嶋利夫・江澤良孝・岡本紀明, 機論, **57**-536, A(1991), 871-878.
- (2) Matsunaga, T., *ASME mech. conf. int. symp. gearing transmissions*, (1972), 72-PTG 1.
- (3) 山崎光悦・坂本二郎・巧将司, 機論, **57**-540, A(1991), 1858-1864.