三次元 DEM による転動ボールミル内の衝突力の解析*

井 上 義 之^{*1}, 横 山 豊 和^{*2}
田 中 敏 嗣^{*3}, 辻 裕^{*3}

Three-Dimensional DEM Analysis of Collision Force in a Tumbling Ball Mill

Yoshiyuki INOUE, Toyokazu YOKOYAMA,
Toshitsugu TANAKA and Yutaka TSUJI

The three-dimensional motion of balls in a tumbling ball mill is analyzed numerically by using DEM (Discrete Element Method). The effects of the ball filling ratio and the rotational speed of the vessel on contact force acting on balls in contact is analyzed. The impulsive force caused by collision is characterized by the force corresponding to its peak. The normalized frequency of the impulsive force monotonously decreased with increasing collision strength in all cases. It is found that the ball filling ratio and the rotational speed of the vessel largely affect the characteristics of the impulsive force. The present study predicts the existence of optimum conditions in the ball filling ratio and the rotational speed of the vessel.

Key Words: Dynamics of Machinery, Industrial Machine, Tumbling Ball Mill, Numerical Simulation, Discrete Element Method, Three-dimensional Analysis, Collision Force

1. 緒言

粉碎機は古くから用いられている装置であり, その用途によって様々な形式のものがある. その一つに媒体ミルと呼ばれる装置がある. この装置は容器と媒体と呼ばれる多数のボールやロッドより成り, この中に粉碎したい原料(碎料)を入れて容器を運動させることによって粉碎を行う. この種の粉碎機は媒体の種類と容器の運動方式によって区分される. 運動方式は容器を自転させるもの(転動式), 容器を振動させるもの(振動式), 惑星の運動のように, 容器を自転させつつ公転させるもの(遊星式)の3種類に大別できる. このような装置の中で, 媒体としてボールを用い, かつ容器を自転させるタイプの粉碎機を転動ボールミルと呼び, 実験用の小型機から実機まで広く用いられている.

このような媒体を用いるタイプの粉碎機では, 媒体間や媒体-容器内壁間に挟まれた碎料が圧縮力や剪断力などの

力学的作用によって粉碎される. 従って粉碎機内での粉碎過程の解析を行うためには, 媒体が形成する層内部での碎料に作用する力についての知見を得ることが重要である. しかし, 実験によってこの様な力を測定することは困難であるため, わずかな実験例しか見られず, 詳細な実験データはほとんど得られていない. これに対して, DEM (Discrete Element Method)⁽¹⁾による粒状体の数値シミュレーションの発展はボールミル内の媒体の動力学的解析を大きく進展させた. 例えば Yokoyama ら⁽²⁾は容器が振動する振動ボールミル内の消散エネルギーやその頻度を媒体の衝突速度から求めた. また Inoue ら⁽³⁾は被粉碎物が存在する場合の接触力モデルを提案し, 転動ボールミル内のエネルギー消散の空間分布を求めた. Hashimoto ら⁽⁴⁾は転動・振動・遊星ミル内で消散するエネルギーを求めた. このように DEM を使うことにより, 実験では求めることが困難もしくは不可能であった, 媒体の衝突頻度や衝突エネルギーなどの情報を得ることができる.

しかし, 転動ボールミルに関して従来行われた DEM シミュレーションでは, 粉碎特性の解析に必要な衝突力を求めた結果はほとんど報告されていない. また, 従来の報告はほとんどが2次元計算によるものである. しかし筆者らは前報⁽⁵⁾において, 粉碎特性を考える上で重要な媒体層内の媒体変動速度の分布などに関して, 2次元と3次元の計算結果に差が見られることを報告している. そこで, 本研

* 原稿受付 1998 年 3 月 2 日.

^{*1} 正員, ホソカワミクロン(株) (☎ 573-1132 枚方市招提田近 1-9).^{*2} ホソカワミクロン(株).^{*3} 正員, 大阪大学大学院工学研究科 (☎ 565-0871 吹田市山田丘 2-1).

E-mail: inoue @ konalab.rd.hmc.co.jp

究では3次元DEMによる転動ボールミルのシミュレーションを行い、ミル内で発生する衝突力の解析を行った。実際の粉碎操作では被粉碎物の存在により媒体の運動が影響を受けるが、ここではまず被粉碎物がない場合について取り扱う。また、本報では媒体運動が十分発達した状態での衝突力について検討を行った。

2. 計算方法

2.1. 媒体の運動

媒体運動の計算方法は前報⁽⁵⁾と同じであるが、ここではその概略を述べる。DEMでは、互いに接触した粒子間に働く弾性反発力や摩擦力などの接触力をモデルで与え、そのような接触力が作用する個々の粒子の運動を求める。従って、媒体運動の基礎式は次に示す個々の媒体の運動方程式である。

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{\vec{F}_c}{m} + \vec{g} \quad (1)$$

$$\dot{\vec{\omega}} = \frac{\vec{M}_c}{I} \quad (2)$$

ここで $\vec{r}$ は媒体重心の位置、 m は媒体の質量、 $\vec{F}_c$ は接触力、 $\vec{g}$ は重力加速度、 $\vec{\omega}$ は媒体の角速度、 $\vec{M}_c$ は媒体に作用する接触力によるモーメント、 I は慣性モーメント、記号の上のドットは時間に関する微分を表す。式(1)および(2)を修正オイラー法を用いて数値積分することにより媒体運動を求めた。

接触力はCundallら⁽⁴⁾が提唱したモデルと類似のものをを用いて求めた。すなわち法線及び接線方向にバネ・粘性ダッシュポットを並列におき、これに接線方向の滑りと摩擦力を表すための摩擦スライダーを加えたモデルを用いた。モデル中の各要素の特性は田中ら⁽⁶⁾と同様のモデルにより与えた。すなわち、バネによって表される弾性反発力はHertzの公式で与え、ダッシュポットで表される粘性減衰力は、媒体の反発係数が一定となるように与えた。

2.2. 計算条件

表1に本研究で用いた計算条件を示す。ヤング率を除いてこの計算条件は前報⁽⁵⁾と同じである。媒体とミル容器は鉄製として各種物性値を与えた⁽⁷⁾。なお、摩擦係数は媒体

Fig.1 Schematic diagram of mill

間及び媒体-容器内壁間で等しいと仮定した。なお、ミル容器の形状は図1に示したように、両端が閉じられた単純な円筒形である。また、本報では図1に示した座標系を用いた。

ここで用いた田中ら⁽⁶⁾のモデルでは粘性減衰力は、反発係数から求められる無次元定数によって与えられている。そこで、実機のミル容器内で媒体を落下させ、高速度カメラを用いて衝突前後の速度を測定し反発係数を求めた。

次に、表中の N_c であるが、これは媒体が容器内壁に付着して回転を始める速度、すなわち臨界速度と呼ばれるものであり、次式で定義される。

$$N_c = \frac{60\sqrt{g(R_v - R_b)}}{2\pi(R_v - R_b)} \quad (3)$$

ここで R_v は容器半径、 R_b は媒体の半径、 π は円周率を表す。回転数は N_c を基準として表した。なお、 J は充填率であり、媒体群の見かけの体積と容器体積の比である。

計算は以下の手順で行った。最初に、容器内にボールをランダムに配置し、容器を回転させずに、自由落下させるDEMシミュレーションを行った。媒体群が静止したのち、十分発達した定常状態における媒体運動に対して検討するため、静止状態からミルを3回転させるシミュレーションを行った後、更に3回転分計算してデータのサンプリングを行い、これを分析した。なお、本計算条件ではミルを3回転させる間に十分発達した媒体挙動が得られることを確認している。

3. 結果及び考察

3-1. 媒体群のフローパターン

媒体の重心の軌跡を図2に示す。図2では、ミルが4分の1回転する時間内の全媒体の軌跡を表示した。図は各媒体のxy面内の軌跡を示している。なお、図中の太い実践で書かれた円はミル容器を表す。筆者らは前報⁽⁵⁾において時間平均的な媒体運動のパターンは軸方向にはほとんど変化しておらず、2次元的なパターンを示すことを明らかにした。そこで本報では軸方向の結果は省略した。

図2(a)では、充填率 J の変化に伴って媒体運動が変化する様子を示した。 $J=0.1$ では媒体群は周方向に揺動運動を

Table 1 Calculation conditions

Ball	Diameter, D_b (mm)	25.4
	Density (kg/m ³)	7870
	Filling fraction, J	0.1, 0.3, 0.5, 0.7
Vessel	Inner diameter, D_v (mm)	250
	Length, L (mm)	125
	Critical rotational speed, N_c (rpm)	89.2
	Rotational speed, N/N_c	0.3, 0.6, 0.9, 1.0, 1.2, 1.6, 2.0
Ball & Vessel	Young's modulus (Pa)	2.05×10^{11}
	Poisson's ratio	0.30
	Coefficient of friction	0.40
	Coefficient of restitution	0.26

Fig.2 Trajectory of media

行った。 $J \geq 0.3$ で媒体群の循環運動(cascading mode)が見られる。さらに $J \geq 0.5$ になると、この図からだけでは明らかでないが、計算結果を動画にして観察した結果、媒体層表面を離れて空中を落下する媒体が確認された(catacting mode)。

図2(b)では、回転数の変化に伴って媒体運動が変化する様子を示した。 $N/N_c=0.3$ と 0.6 では動的安息角に差が見られるものの、それ以外には顕著な差は見られず、どちらの場合も cascading mode を示した。また、 $N/N_c \geq 0.9$ では catacting mode を示した。さらに回転数が増加すると、 $N/N_c=1.2$ では遠心力により、媒体が容器内壁に付着する centrifugation mode と catacting mode の間にある遷移状態になる。そして $N/N_c=2.0$ では centrifugation mode になった。

3-2. 衝突力の解析

媒体間の接触力の粉碎への寄与では、特に接触面の法線方向の圧縮力が重要と考えられている。このような立場から、単粒子破碎の実験でも法線方向圧縮力による破碎の実験が通常行われている。本シミュレーションでも、媒体間の法線方向圧縮力について分析を行った。本シミュレーションでは、各衝突毎に、全ての媒体について、法線方向の接触力 F_N と接線方向の接触力 F_T が求められるので、このような分析を行うことは容易である。

衝突が発生したとき、DEMでは接触している期間中 F_N

を計算する。ある1個の媒体に作用する F_N の時間変化の例を図3に示す。これは、媒体層中の隣接した2媒体間の F_N の変化を表している。図のように、接触力は波状の変化を示す。ここで波の各ピーク値をサンプリングし、 F_{NP} と表すことにする。以下ではこの F_{NP} の頻度分布について検討する。

図4に、回転数一定($N/N_c=0.9$)で充填率を変えた場合(a)と、充填率一定($J=0.5$)で回転数を変えた場合(b)における

Fig.3 Normal component of contact force acting on a medium

(a) Effect of J ($N/N_c=0.9$) (a) Effect of J ($N/N_c=0.9$) (b) Effect of rotational speed ($J=0.5$) (b) Effect of rotational speed ($J=0.5$)

Fig.4 Density distribution of collision force

F_{NP} の頻度分布を示す。縦軸は級間隔と全衝突回数で正規化したものである。どちらの場合でも、1N程度より小さな力の領域ではほぼ水平であるが、これより大きくなると頻度は減少する。この1Nという値は媒体2～3個の自重によって発生する力と同じであり、媒体群が静止していても発生する力の大きさである。従って媒体群の運動によって発生する力はこの大きさ以上の力であると考えられる。また、 $J=0.1$ の場合に1N以上の大きな力の発生回数が他の充填率の場合よりも少ないのは、媒体群が揺動運動を行うだけであり、激しい衝突が見られないためと考えられる。

以上のように、このピーク値には、媒体の衝突によって発生する力だけでなく、媒体の自重によって発生する力が含まれている。また、図3の4ms付近で見られるような持続的な接触の期間中での減衰振動により表れる力のピークも含まれる。

ここでは、媒体間衝突時に発生する大きな力のみに着目するため、このような媒体の自重や、減衰振動により表れる力のピークを除外して分析を行うことにする。図3に示すような、各媒体に対する接触力の変化を多くの媒体について調べたところ、媒体層中で持続的な接触を繰り返して

Fig.5 Total number of F_{NC} during on rotational period of the vessel

いるような場合に生じる比較的小さな力では、減衰振動によって複数のピークが観察され、その最大値は数10Nのオーダーであり、100N以上のピークは観察されなかった。また、この図では示されていないが、100N以上といった大きなピーク値の場合、接触した媒体がすぐに反発するため、減衰によって生じるピークはほとんど観察されなかった。そこで、100N以上の F_{NP} を F_{NC} と表し、衝突力 F_{NC} について分析を行った。

図5に衝突力 F_{NC} がミル1回転あたりに発生する回数を示す。(A)の場合、 $J=0.1$ では $J \geq 0.3$ の場合よりも2桁以上少ない。また $J \geq 0.3$ では充填率が増加しても大きな変化は見られなかった。一方、(B)の場合は回転数の増加とともに発生回数は減少した。

図6に衝突力 F_{NC} の頻度分布を示す。縦軸は図4と同様に正規化したものである。なお、図6では、プロットされた点が重なって見え難くなることを防ぐため、各パラメーター毎に縦軸方向に10倍ずつ平行移動した結果を示した。

まず、充填率の影響について調べた結果(図6(a))につ

(a) Effect of J ($N/N_c=0.9$)

(b) Effect of rotational speed ($J=0.5$)

Fig.6 Normalized distribution of collision force

Fig.7 Relationship between rotational speed and gradient of distribution line in Fig.5(b)

いて述べる。どの充填率でも、 F_{NC} の頻度分布は両対数グラフ上で、 F_{NC} が大きくなるに従って直線的に減少した。 $J=0.1$ では300 N以下の小さな力のみ発生している。また、図2(a)から、この充填率では、媒体が空中や媒体群の表層を落下するような現象は見られない。このことから、300N程度の力は、媒体の落下等による激しい衝突がなくても発

(a) Effect of J ($N/N_c=0.9$)

(b) Effect of rotational speed ($J=0.5$)

Fig.8 Maximum collision force

生することが分かる。また $J=0.3$ と $J=0.7$ では頻度分布は1000～2000 N付近で急激に減少している。一方、 $J=0.5$ ではそのような傾向は認められず、6000 N以上といった大きな力も発生している。

次に回転数の影響について調べた結果を図6(b)に示す。この図ではグラフを見やすくするため、結果の一部のみをプロットした。なお、図中の直線は最小二乗法によって求めたものである。どの回転数でも、頻度分布曲線は両対数グラフ上ではほぼ直線状になることが分かる。この勾配を α で表し、 α と回転数との関係を図7に示す。図中の曲線は、プロットされた点から最小二乗法によって求めたガウス分布関数であり、(4)式で表される。

$$\alpha = -2.86 + 0.530 \exp \left[- \left(\frac{N}{N_c} - 1.12 \right)^2 / 0.437 \right] \quad (4)$$

この曲線はプロットされた点と非常に良い一致を示した。図7から、勾配が最も緩やかになる、すなわち、大きな衝突力の発生している割合が多くなる回転数は、 $1.0 < N/N_c < 1.2$ の範囲にあることがわかる。

衝突力の最大値 F_{NCmax} を調べた結果を図8に示す。回転数一定で充填率を変化させた場合(a)、充填率一定で回転数を変化させた場合(b)、どちらの場合でも上に凸な曲線を示した。従って大きな F_{NCmax} を得るためには $J=0.5$ 、 $N/N_c=0.9$

Fig.9 Normalized frequency fraction λ of collision force greater than F_{th} (N)

Fig.10 Localization of collision force

という条件が望ましいことが分かる。

この条件のうち、回転数については実際の粉砕操作での条件とはほぼ同じ値である。しかし、充填率は0.3付近で運転されることが多い。この差は本計算が碎料の非存在下で行われていることが原因であると考えられる。また、媒体が多いと所要動力も大きくなり、コストパフォーマンスが低下するため、実際の運転では媒体を減らしているという

面がある。

衝突力の充填率または回転数依存性をRolfら⁽⁸⁾の実験結果と比較するため、図6を図9の形に整理し直した。このグラフの縦軸 λ は、 F_{th} N以上の力が発生した回数を、100 N以上の衝突力が発生した回数で割った値である。 λ と J の関係は、 F_{th} の値によって4種類に区分できる。すなわち、(1) $F_{th}=200$ Nでは、 λ は充填率の大小に関わらず、ほぼ一

定である。(2) $600 \text{ N} \leq F_{th} < 2000 \text{ N}$ の範囲では、充填率の増加に伴って λ は増加する。(3) $F_{th} = 2000 \text{ N}$ では、 $J=0.5$ と $J=0.7$ で λ はほとんど変わらない。(4) $J=0.5$ のみ、 $F_{th} > 2000 \text{ N}$ の力が発生している。また、回転数を変化させた場合については、 N/N_c が $0.9 < N/N_c < 1.2$ の範囲にあるとき、 λ が最大値を持つことが明らかである。また、 F_{th} が大きくなるにつれてそのピークは N/N_c が小さくなる方向にシフトした。この傾向は、実験によって転動ボールミル内の衝突力を求めた Rolf らの結果と定性的に一致する。

3-1 節で、充填率や回転数が増加すると媒体群のフローパターンが変化することを示した。従って、充填率や回転数の変化によって衝突力の頻度分布が変化する現象は、媒体群のフローパターンの変化と関係していると考えられる。そこで衝突力の空間分布の変化を調べた結果を図 10 に示す。図 9 より、充填率や回転数の影響が顕著に見られたのは $F_{th} \geq 600 \text{ N}$ の場合であった。そこで図 10 では 600 N 以上の場合についてプロットした。

図 10 の (a) では回転数一定 ($N/N_c = 0.9$) で充填率を変化させた場合の結果を、(b) では充填率一定 ($J=0.5$) で回転数を変化させた場合の結果を示す。図 10 から、全体的な傾向として 2000 N 未満の力が発生する位置は分散しているが、 2000 N 以上の力は特定の位置において発生している。また、(a) の場合、 4000 N 以上の力は $J=0.5$ の場合のみ発生し、その場所は壁面であることが分かる。図 2(a) を参照すると、この場所はミルの最上部から空中を落下した媒体が衝突する位置である。また $J=0.7$ では第 1 象限にあたる領域にある壁面で衝突力が発生していることが示されている。この場所は図 2(a) から、容器壁面に固着するように運動する媒体が壁面と衝突する場所であることが分かる。

一方、(b) ではどの場合でも 4000 N 以上の力が発生している。図 2(b) を参照すると、 $N/N_c \geq 1.0$ の場合、媒体が第 2 ～ 第 1 象限の部分まで持ち上げられ、その後容器内壁に沿ったまま、あるいは内壁から離れて直線的に跳躍し、第 1 象限部分の内壁に衝突している。これは回転数が増加し、媒体が遠心力によって容器内壁に押さえつけられる為である。

4. 結言

3 次元 DEM による転動ボールミルのシミュレーションを行い、媒体の接触力の法線方向成分に着目し、このピーク値 F_{NP} に着目して解析を行った。解析は、媒体の充填率が一定 ($J=0.5$) で回転数を変化させた場合 (A) と回転数一定 ($N/N_c = 0.9$) で充填率を変化させた場合 (B) について行った。また、自重や減衰振動による影響を除去するため、本実験条件では 100 N 以上の大きさの F_{NP} を衝突力 F_{NC} と表して解析を行った。得られた結果は以下の通りである。

- (1) F_{NP} の頻度は (A)(B) どちらの場合でも、 1 N 以下ではほぼ一定であったが、 1 N 以上で減少した。
- (2) (A) の場合、 F_{NC} の発生回数は $J=0.1$ では $J \geq 0.3$ の場合よりも 2 桁以上少なく、また $J \geq 0.3$ では充填率が増加しても大きな変化は見られなかった。

(3) (B) の場合、 F_{NC} の発生回数は回転数の増加とともに減少した。また、 F_{NC} の頻度分布は両対数グラフ上で単調に減少し、頻度分布は直線状になった。その直線の勾配と回転数の関係を調べると、ガウス分布関数で近似できた。

(4) F_{NC} の最大値 F_{NCmax} はミルの運転条件ごとに異なり、(A) の場合 $J=0.5$ 、(B) の場合 $N/N_c = 0.9$ で最大となった。

(5) ある大きさ F_{th} 以上の F_{NC} の発生回数を調べたところ、その結果は Rolf らの実験結果と定性的に一致した。

(6) これらの結果と F_{NC} の空間分布は、媒体のフローパターンと密接に関係していた。

文献

- (1) Cundall, P. A. and Starck, O. D. L., Geotechnique, 29 (1979), 47.
- (2) Yokoyama, T., Tamura, K. and Jimbo, G., Proc. Second World Congress on Particle Technology, (1990), 455.
- (3) Inoue, T. and Okaya, K., Proc. the XIX IMPC, (1995), 191.
- (4) 橋本・渡辺, 金属, 65-12(1995), 1137.
- (5) 井上・横山・山根・田中・辻, 機論(C), 63-606(1997), 356.
- (6) 田中・石田・辻, 機論(B), 57-534 (1991), 60.
- (7) 日本機械学会編, 機械工学便覧改訂 6 版, (1977), 4-7, 日本機械学会.
- (8) Rolf, L., Zement Kalk Gips, 46-3 (1993), 117.