平行溝付シールの静および動特性に関する研究*

岩 壺 卓 三^{*1}, 石 丸 英 嗣^{*1}, 内 田 哲 彦^{*2}

A Study on Static and Dynamic Characteristics of Parallel-Grooved Seal

Takuzo IWATSUBO, Hidetsugu ISHIMARU, and Tetsuhiko UCHIDA

This paper proposes a method to calculate the static and dynamic characteristics of the parallel-grooved stator/smooth rotor and the smooth stator/parallel-grooved rotor seals used in turbopumps. In this analysis, the calculation domain is divided into three control volumes which are two clearance flows in land parts and groove parts and a groove flow in groove parts. The governing equations for two clearance flows are derived using continuity and momentum equations. These equations are solved numerically by using the perturbation method. The fluid force in each part is determined by integrating the perturbation pressure distributions in the axial and circumferential directions. The total dynamic seal force is determined by summing up the dynamic forces in each part. The calculated results are compared with the experimental results.

Key Words: Parallel-Grooved Seals, Fluid Force, Unstable Vibration, Three-Control-Volume Model, Leakage, Circumferential Velocity

1. 緒 言

現在, ポンプの運転条件は非常に高速・高圧化が進んでいる。このような高速化, 高圧化に伴い, ポンプのバランスピストン, ウェアリングなどの非接触シール部に発生する流体力が回転軸系に不安定振動を起こす一つの原因になっている。よってシール部での動的な挙動の解明, 不安定振動の予測および防止を目的とした安定な回転軸系の設計を行うために, シールの動特性について高精度のデータを提供する必要がある。

長方形断面の溝を付けた平行溝付シールは, 平行環状シールに比べ少ない漏れ量, ゴミ等の排出性等が良いため多くのポンプに使用されている。平行溝付シールの動特性について, 実験と理論両面の研究^{(1)~(6)}が行われているが, まだシールの特性について十分な知識が得られておらず, 精度の良い動特性は求められていないのが現状である。そこで本研究では, ステータ側平行溝付シールおよびロータ側平行溝付シールの静及び動特性を理論的, 実験的に解析する。実験的研究で

は, ロータ回転速度, ふれ回り回転速度, 回転方向および入口旋回流速をパラメータとしてステータ側平行溝付シールに働く流体力を測定する。理論的研究では, 平行溝付シール内を Land 部(うね部)と Groove 部(溝部)に分け, さらに Groove 部を吹き抜け流れが通過する領域と溝内部の二つに分けた三検査体積モデルを考えた。これら三検査体積のうち, Land 部と Groove 部吹き抜け流れ領域に対して支配方程式を導出し, 摂動法を適用して流体力を算出する。そして, 実験結果との比較により理論の検証を行う。

2. 使用記号

B	: シールの溝の深さ (m)
C	: シール半径隙間 (m)
D	: ステータ直径 (m)
F	: 流体力 (N)
h	: 流体層厚さ (m)
L	: シールの長さ (m)
L_l, L_g	: シールのランド幅, 溝幅 (m)
Δp	: シール入口出口圧力差
p	: シール内圧力

* 原稿受付 1998 年 4 月 27 日。

^{*1} 正員, 神戸大学工学部(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1)。^{*2} 学生員, 神戸大学大学院。

E-mail: iwatsubo @ mech.kobe-u.ac.jp

Q	: 漏れ量 (m^3/s)
R	: ロータの半径 (m)
r_0	: ふれまわり振幅 (mm)
u	: 平均周方向流速 (m/s)
w	: 平均軸方向流速 (m/s)
z	: 軸方向座標
α	: 広がり角
ε	: 偏心率
θ	: 周方向座標
ω	: ロータの回転速度 (rpm)
Ω	: ふれまわり回転速度 (rpm)
λ	: 摩擦係数
ν	: 動粘度 (m^2/s)
ξ	: 損失係数
ρ	: 流体密度 (kg/m^3)
τ	: 摩擦せん断力 (N/m^2)

添字

f	: 流体間
in,out	: シール入口, 出口
I,II,III	: 検査体積 I,II,III
r,s	: ロータ, ステータ
r,t	: 偏心方向, 接線方向
0,1	: 摂動後の 0,1 次成分

3. 理論解析

3.1 モデル化

図 1 に示すステータ側平行溝付シールおよびロータ側平行溝付シールの静及び動特性の解析を行う。平行溝付シールは図 2 に示すように Land 部と Groove 部からなる。シール内の流れは、シール隙間を流れる隙間流れと溝内を流れる溝流れに分けることができる。隙間流れには、シール入口と出口の圧力差による軸方向の圧力流れとロータ回転および溝流れとの流体摩擦により生ずる周方向のせん断流れが存在する。一方溝流れには、軸方向に渦巻く渦流れとロータ回転および隙間流れとの流体摩擦により生ずる周方向のせん断流れが存在すると思われる。本研究では、解析の手順としてまず静特性としてロータが中心軸まわりを振れ回らずに回転している定常状態での圧力、速度分布を求める。次に、その定常量を用いてロータが静的偏心を有し、微小振れ回り運動している非定常状態量すなわち動特性を求める。そこで解析にあたり、図 2 のように Land 部隙間流れ(検査体積 I)と Groove 部隙間流れ(検査体積 II)および Groove 部溝流れ(検査体積 III)を一つの段として区切り、シールの最終段にさらに一つの Land 部がついているシールを考える。これら三

検査体積のうち、隙間流れ(検査体積 I,II)に対してのみ支配方程式を構築し、また解析の簡単化のため、溝流れは非定常量を考えず定常流れのときのみを考慮し、隙間流れと溝流れの定常流れから隙間流れの非定常流れを求めることによって流体力を算出する。

また次のようにいくつかの仮定をおく。

1. 作動流体は非圧縮性のニュートン流体である
2. シールすき間幅は非常に狭く、周方向、軸方向の諸寸法に比べて非常に小さく、周方向速度 u 、軸方向速度 w が支配的であるとす。
3. Groove 部に入った流体は一定の角度 α で広がり、次の Land 部に流れていく。
4. Journal が同心位置から微小振動するとき、溝内の流線もそのまま変動する。

これらの仮定を用いて各支配方程式の導出を行う。

3.2 支配方程式

Land 部、Groove 部隙間流れ(検査体積 I,II)の連続の式は、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(hu)}{\partial \theta} + \frac{\partial(hw)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

(a) Parallel-grooved-stator / Smooth-rotor Seal (PGS/SR Seal)

(b) Smooth-stator / Parallel-grooved-rotor Seal (SS/PGR Seal)

Fig.1 Parallel-grooved seals

Fig.2 Control Volume(PGS/SR Seal)

であり、軸方向運動量の式は、

$$\rho h \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{u}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -h \frac{\partial p}{\partial z} + \tau_z \Big|_R^{R+h} \quad (2)$$

周方向運動量の式は、

$$\rho h \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{h}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \tau_\theta \Big|_R^{R+h} \quad (3)$$

で表される。式(2), (3)の左辺は慣性項を表している。一方右辺の第1項と第2項は、それぞれ乱流の粘性による圧力ならびにせん断力を表している。以下の動特性解析において式(1), (2)を基礎方程式として用いる。

3.2 せん断応力項の導出

式(1)~(3)で得られた支配方程式において、せん断応力項は各々のロータ形状、検査体積によって異なるのでこの項について考える。

Land 部を考える場合、シール形状は平行環状シールとみなすことができるので、Land 部については Childs⁽⁷⁾の平行環状シールの理論を用いる。このとき、ステータ側およびロータ側平行溝付シール共に同じである。Land 部のロータ、ステータ壁面には図3に示すようなせん断応力が作用する。ステータ、ロータ壁面に作用するせん断応力は次のように定義される。

$$\tau_{s1} = -\frac{\rho}{2} \lambda_{s1} V_{s1}^2, \quad \tau_{r1} = -\frac{\rho}{2} \lambda_{r1} V_{r1}^2 \quad (4)$$

ここで、 V_{s1} , V_{r1} は平均流体速度と壁面との関係より次のように表す。

$$V_{s1} = \left(w_1^2 + u_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad V_{r1} = \left\{ w_1^2 + (u_1 - R\omega)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

また、 λ_{s1} , λ_{r1} は摩擦係数で Hirs⁽⁸⁾の式を用いて、

$$\lambda_{s1} = n_{s1} \left(\frac{2h_1 V_{s1}}{\nu} \right)^{m_{s1}}, \quad \lambda_{r1} = n_{r1} \left(\frac{2h_1 V_{r1}}{\nu} \right)^{m_{r1}} \quad (6)$$

ここで、 $m_{s1}, n_{s1}, m_{r1}, n_{r1}$ は壁面の表面荒さに依存し実験により求まる。せん断応力の軸方向、周方向成分は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \tau_{sz1} &= \tau_{s1} \frac{w_1}{V_{s1}}, \quad \tau_{rz1} = \tau_{r1} \frac{w_1}{V_{r1}} \\ \tau_{s\theta1} &= \tau_{s1} \frac{u_1}{V_{s1}}, \quad \tau_{r\theta1} = \tau_{r1} \frac{u_1 - R\omega}{V_{r1}} \end{aligned} \quad (7)$$

式(4), (7)より軸方向運動量の式(2)のせん断応力項は、

$$\tau_{z1} \Big|_R^{R+h} = -\frac{\rho}{2} w_1 (\lambda_{s1} V_{s1} + \lambda_{r1} V_{r1}) \quad (8)$$

周方向運動量の式(3)のせん断応力項は、

$$\tau_{\theta1} \Big|_R^{R+h} = -\frac{\rho}{2} \{ \lambda_{s1} u_1 V_{s1} + \lambda_{r1} (u_1 - R\omega) V_{r1} \} \quad (9)$$

Groove 部では、吹抜け流れと溝流れに分けられる

(図2)。吹抜け流れは、仮定(3)により一定角度 α で広がり、この時溝内に渦が形成されるがこの渦による損失を吹抜け流れと渦流れ間の摩擦損失と考える。

まずステータ側平行溝付シールのせん断応力項を導出する。図4に示すようにロータ壁面と隙間流れ間にせん断応力 τ_{r11} が作用し、吹抜け流れと溝流れ間にせん断応力 τ_{f11} が作用する。せん断応力は、それぞれ次のように表される。

$$\tau_{r11} = -\frac{\rho}{2} \lambda_{r11} V_{r11}^2, \quad \tau_{f11} = -\frac{\rho}{2} \lambda_{f11} V_{f11}^2 \quad (10)$$

ここで、 V_{r11} , V_{f11} は平均流体速度と壁面との関係より次のように表す。

$$\begin{aligned} V_{r11} &= \left\{ w_{11}^2 + (u_{11} - R\omega)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ V_{f11} &= \left\{ w_{11} - w_{111} \right\}^2 + (u_{11} - u_{111})^2 \end{aligned} \quad (11)$$

w_{11} は、吹抜け流れと溝内に形成される渦流れの境界面における軸方向流速で、Morrison⁽⁹⁾のロータ側平行溝付シール内流速分布の測定値より、隙間流れ軸方向流速 w_{11} の1/2で表される。

$$w_{111} = 0.5 w_{11} \quad (12)$$

u_{11} は、隙間流れの周方向流れにより生ずる溝内の周方向せん断流れの流速であり以下のように導出される。周方向に関して、隙間流れが溝流れに与える運動量 U_1

Fig.3 Shear stress(C.V.I)

Fig.4 Shear stress(C.V.II)

は、流体間の摩擦係数を λ_f とすると⁽¹⁰⁾,

$$U_1 = \frac{\rho}{2} \lambda_f (u_{II} - u_{III})^2 \frac{L_g}{\cos \alpha} \quad (13)$$

また溝流れ全体を周方向に流れる矩形管と考えれば、その時溝流れ全体の平均流体深さ h_g ⁽¹¹⁾は、

$$h_g = \frac{L_g (2B - L_g \tan \alpha)}{2 \left\{ 2B + L_g \left(1 - \tan \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right) \right\}} \quad (14)$$

であり、溝壁面と流体との摩擦係数 λ_g は

$$\lambda_g = n_g \left(\frac{4u_{III} h_g}{v} \right)^{m_g} \quad (15)$$

従って、溝流れが溝壁面との摩擦で失う運動量 U_2 は、

$$U_2 = \frac{\rho}{2} \lambda_g u_{III}^2 \{ 2B + L_g (1 - \tan \alpha) \} \quad (16)$$

吹抜け流れが溝流れに与える運動量が U_1 、溝壁面との摩擦で失う運動量 U_2 に等しいと考えることにより、溝流れ周方向流速 u_{II} が導出される。また、 $\lambda_{r,II}$ はロータ壁面の摩擦係数で Land 部と同様に Hirs⁽⁸⁾の式を用いて、

$$\lambda_{r,II} = n_{r,II} \left(\frac{2h_{II} V_{r,II}}{v} \right)^{m_{r,II}} \quad (17)$$

ここで、 $m_{r,II}, n_{r,II}$ は壁面の表面荒さに依存し実験により求まる。平行溝付シールは、溝の凹凸によってシール全体でみると非常に荒い表面となる。しかしながら、Land 部同様に Groove 部のロータ壁面のみをみると平行環状シールと同じ滑らかな表面荒さと考えられる。せん断応力の軸方向、周方向成分を以下に示す。

$$\begin{aligned} \tau_{fz,II} &= \tau_{f,II} \frac{w_{II} - w_{III}}{V_{f,II}}, \quad \tau_{rz,II} = \tau_{r,II} \frac{w_{II}}{V_{r,II}} \\ \tau_{f\theta,II} &= \tau_{f,II} \frac{u_{II} - u_{III}}{V_{s,II}}, \quad \tau_{r\theta,II} = \tau_{r,II} \frac{u_{II} - R\omega}{V_{s,II}} \end{aligned} \quad (18)$$

よって、式(10)～(18)より、軸方向運動量の式(2)のせん断応力項は、

$$\tau_{z,II}|_R^{R+h} = -\frac{\rho}{2} \left\{ \lambda_f V_{f,II} (w_{II} - w_{III}) + \lambda_{r,II} V_{r,II} w_{II} \right\} \quad (19)$$

周方向運動量の式(3)のせん断応力項は、

$$\tau_{\theta,II}|_R^{R+h} = -\frac{\rho}{2} \left\{ \lambda_f V_{s,II} (u_{II} - u_{III}) + \lambda_{r,II} V_{r,II} (u_{II} - R\omega) \right\} \quad (20)$$

ロータ側平行溝付シールの場合も同様の考え方でせん断応力項は導出でき以下に示す。軸方向運動量の式(2)のせん断応力項は、

$$\tau_{z,II}|_R^{R+h} = -\frac{\rho}{2} \left\{ \lambda_f V_{f,II} (w_{II} - w_{III}) + \lambda_{s,II} V_{s,II} w_{II} \right\} \quad (21)$$

周方向運動量の式(3)のせん断応力項は、

$$\tau_{\theta,II}|_R^{R+h} = -\frac{\rho}{2} \left\{ \lambda_f V_{s,II} (u_{II} - u_{III}) + \lambda_{s,II} V_{s,II} u_{II} \right\} \quad (22)$$

3.4 摂動法の適用

ここでは、まずロータが同心に位置し静止している状態での定常圧力、定常流速を求め、次にその値を用いて一定のふれまわり半径でふれまわっている非定常状態量を求める。支配方程式が非線形であるので摂動法を適用して支配方程式を線形化する。これによって得られた微小項の常微分方程式により圧力等の変動量を求め、流体力および動特性係数を求める。摂動変数は、定常量と非定常量の和で次のように展開される。

$$\begin{aligned} h &= h_0 + \varepsilon h_1, \quad p = p_0 + \varepsilon p_1, \quad w = w_0 + \varepsilon w_1, \\ u &= u_0 + \varepsilon u_1, \quad \lambda = \lambda_0 + \varepsilon \lambda_1 \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、 $\varepsilon = r_0/C$ は微小偏心率、 h_0, p_0, w_0, u_0 および λ_0 は定常量、 h_1, p_1, w_1, u_1 および λ_1 は非定常量である。

したがって、式(23)を連続の式および運動量の式に代入し、 ε の 0 次、1 次の項にそれぞれ整理すると、

(a) Land 部

0 次軸方向運動量の式は、

$$\frac{dp_{10}}{dz} = -\frac{\rho w_{10}}{2h_{10}} (\lambda_{s,10} V_{s,10} + \lambda_{r,10} V_{r,10}) \quad (24)$$

0 次周方向運動量の式は、

$$\frac{du_{10}}{dz} = -\frac{1}{2h_{10}w_{10}} \left\{ (\lambda_{s,10} V_{s,10} + \lambda_{r,10} V_{r,10}) u_{10} - R\omega \lambda_{r,10} V_{r,10} \right\} \quad (25)$$

1 次連続の式は、

$$\frac{\partial h_{11}}{\partial t} + \frac{h_{10}}{R} \frac{\partial u_{11}}{\partial \theta} + \frac{u_{10}}{R} \frac{\partial h_{11}}{\partial \theta} + h_{10} \frac{\partial w_{11}}{\partial z} + A_{wc} w_{11} + A_{uc} u_{11} = A_{hc} h_{11} \quad (26)$$

1 次軸方向運動量の式は、

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial w_{11}}{\partial t} + \frac{u_{10}}{R} \frac{\partial w_{11}}{\partial \theta} + w_{10} \frac{\partial w_{11}}{\partial z} \right) + A_{wc} w_{11} + A_{uz} u_{11} = A_{hz} h_{11} \quad (27)$$

1 次周方向運動量の式は、

$$\frac{1}{\rho R} \frac{\partial p_{11}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_{11}}{\partial t} + \frac{u_{10}}{R} \frac{\partial u_{11}}{\partial \theta} + w_{10} \frac{\partial u_{11}}{\partial z} + A_{w\theta} w_{11} + A_{u\theta} u_{11} = A_{h\theta} h_{11} \quad (28)$$

ここで、式(26)～(28)の $A_{(X)}$ はそれぞれ定常量によって求まる定数である。

(b) Groove 部

溝流れ軸方向流速 w_{II} 、周方向流速 u_{II} は、微小変動成分を無視して定常速度のみを考慮する。

また、Groove 部に入った流体は一定の角度 α で広がるため、 w_{II0} 、 h_{II0} が次のように軸方向に変化する。

$$h_{II0} = C + z \tan \alpha, \quad w_{II0} = \frac{C}{C + z \tan \alpha} w_{10} \quad (29)$$

(c) ステータ側平行溝付シール(PGS/SR Seal)の場合

0 次軸方向運動量の式は、

$$\frac{dp_{u0}}{dz} = \frac{\rho}{h_{u0}} \left[\tan \alpha w_{u0}^2 - \frac{1}{2} \{ \lambda_f V_{f,u0} (w_{u0} - w_{m0}) + \lambda_r V_{r,u0} w_{u0} \} \right] \quad (30)$$

0 次周方向運動量の式は,

$$\frac{du_{u0}}{dz} = -\frac{1}{2h_{u0}w_{u0}} \{ \lambda_f V_{f,u0} (u_{u0} - u_{m0}) + \lambda_r V_{r,u0} (u_{u0} - R\omega) \} \quad (31)$$

(d) ロータ側平行溝付シール(SS/PGR Seal)の場合

ロータ側平行溝付シール(SS/PGR Seal)についても、同様に以下ようになる。

0 次軸方向運動量の式は,

$$\frac{dp_{u0}}{dz} = \frac{\rho}{h_{u0}} \left[\tan \alpha w_{u0}^2 - \frac{1}{2} \{ \lambda_f V_{f,u0} (w_{u0} - w_{m0}) + \lambda_s V_{s,u0} w_{u0} \} \right] \quad (32)$$

0 次周方向運動量の式は,

$$\frac{du_{u0}}{dz} = -\frac{1}{2h_{u0}w_{u0}} \{ \lambda_f V_{f,u0} (u_{u0} - u_{m0}) + \lambda_s V_{s,u0} u_{u0} \} \quad (33)$$

1 次方程式については, Land 部と同様に式(26)~(28)になり, ステータ側平行溝付シール, ロータ側平行溝付シールで $A_{(X)}$ が異なる。

3.5 漏れ量および周方向定常流速の導出

軸方向の定常流速は, Land 部における定常流速 w_{10} で代表し, その計算は各部での圧力損失から求められる。それらはそれぞれ次のように求められる。

(1) Land 部入口圧力損失

Land 部入口での圧力損失は

$$\Delta p_{in}^{(i)} = p_{in}^{(i-1)}(L_g) - p_{in}^{(i)}(0) = \frac{\rho}{2} \xi_{in} w_{10}^2 \quad (34)$$

で表される。ここで ξ_{in} は入口損失係数で, シール入口(1 段目)での値は $\xi_{in}(1)$ とする。2 段目以降の i 段目における Land 部入口圧力損失は, 次のように表される。

$$\xi_{in} = 1 - \left(\frac{C}{C + L_g \tan \alpha} \right)^2 \quad (35)$$

式(34)を摂動展開した 0 次成分について整理すると,

$$\Delta p_{in0}^{(i)} = p_{u0}^{(i-1)}(L_g) - p_{10}^{(i)}(0) = \frac{\rho}{2} \xi_{in} w_{10}^2 \quad (36)$$

(2) Land 部での壁面による摩擦損失

0 次軸方向運動量の式(24)より,

$$\Delta p_{10}^{(i)} = p_{10}^{(i-1)}(0) - p_{10}^{(i)}(L_l) = \frac{\rho w_{10}}{2h_{10}} (\lambda_{s,10} V_{s,10} + \lambda_{r,10} V_{r,10}) L_l \quad (37)$$

(3) Groove 部での壁面および流体間の摩擦損失

(a) ステータ側平行溝付シールの場合

0 次軸方向運動量の式(30)より,

$$\begin{aligned} \Delta p_{u0}^{(i)} &= p_{u0}^{(i)}(0) - p_{u0}^{(i)}(L_g) \\ &= \frac{\rho L_g}{h_{u0}} \left[\tan \alpha w_{u0}^2 - \frac{1}{2} \{ \lambda_f V_{f,u0} (w_{u0} - w_{m0}) + \lambda_r V_{r,u0} w_{u0} \} \right] \end{aligned} \quad (38)$$

(b) ロータ側平行溝付シールの場合

0 次軸方向運動量の式(32)より,

$$\begin{aligned} \Delta p_{u0}^{(i)} &= p_{u0}^{(i)}(0) - p_{u0}^{(i)}(L_g) \\ &= \frac{\rho L_g}{h_{u0}} \left[\tan \alpha w_{u0}^2 - \frac{1}{2} \{ \lambda_f V_{f,u0} (w_{u0} - w_{m0}) + \lambda_s V_{s,u0} w_{u0} \} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

(4) シール出口圧力損失

シール出口部における圧力損失は, 次のように表され

$$\text{る. } \Delta p_{out} = p_{out} - p_1^{(n+1)}(L_l) = \frac{\xi_{out}}{2} \rho w_{10}^2 (L_l) \quad (40)$$

ここで, ξ_{out} は圧力損失係数である。式(40)を摂動展開し 0 次成分について整理すると,

$$\Delta p_{out0} = p_{out} - p_{10}^{(n+1)}(L_l) = \frac{\xi_{out}}{2} \rho w_{10}^2 (L_l) \quad (41)$$

以上の圧力変化が入口と出口の圧力差と釣り合うので, n 段のシールの場合では,

$$p_{in} - p_{out} = \sum_{i=1}^{N+1} \Delta p_{in0}^{(i)} + \sum_{i=1}^{N+1} \Delta p_{10}^{(i)} + \sum_{i=1}^N \Delta p_{u0}^{(i)} + \Delta p_{out} \quad (42)$$

となる。また, 式(29) $w_{u0} = \frac{C}{C + z \tan \alpha} w_{10}$ を式(42)に代入

し, 収束計算により w_{10} が求められる。

周方向定常流速 u_{10} , u_{u0} は, 0 次周方向運動量の式(25), (31), (33)を, シール入口よりルンゲクッタ法により計算することにより求まる。また漏れ量(流量)は以下の式で表される。

$$Q = \left\{ \pi(R+C)^2 - \pi R^2 \right\} w_{10} = \pi C(2R+C) w_{10} \quad (43)$$

3.6 非定常流体力

ロータが微小同心運動をしているとすると, すき間幅 h は次のように定義できる。

$$h = h_0 + \varepsilon h_1 = h_0 - (x \cos \theta + y \sin \theta) \quad (44)$$

すき間幅 h と同様にして, w_1 , u_1 および p_1 を次のように仮定する。

$$\{\mathbf{X}(z, \theta, t)\} = \{\mathbf{X}_c(z, t)\} \cos \theta + \{\mathbf{X}_s(z, t)\} \sin \theta \quad (45)$$

ここで, $\{\mathbf{X}\} = \{w_1, u_1, p_1\}^T$ 。

式(44), (45)を Land 部, Groove 部 1 次方程式(26)~(28)に代入し $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の項について整理するとそれぞれの検査体積で六つの連立常微分方程式を得ることができる。さらに, 次のような複素変数を用いることにより六つの連立常微分方程式を三つの連立常微分方程式に減らすことができる。

$$\bar{h}_1 = -(x + jy), \quad \bar{w}_1 = w_{1c} + jw_{1s} \quad (46)$$

ここで、ロータが角速度 Ω で調和ふれまわり運動していると仮定すると、速度と圧力は次のように表すことができる。

$$\bar{e}h_1(t) = -r_0 e^{j\Omega t}, \quad \bar{w}_1(z, t) = \underline{w}_1(z) e^{j\Omega t} \quad (47)$$

式(47)によって Land 部, Groove 部 1 次方程式の時間依存がなくなり、次のような z に関する一階常微分方程式を得ることができる。

$$\frac{d\{\mathbf{X}\}}{dz} = [\mathbf{A}]\mathbf{X} + \{\mathbf{F}\} \quad (48)$$

ただし、

$$\{\mathbf{X}\} = \{w_1, u_1, p_1\}^T \quad (49)$$

$$\{\mathbf{F}\} = \frac{r_0}{\varepsilon C} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}, \quad [\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (50)$$

マトリクスの各成分は、既に求めている定常量により決定でき、Land 部と Groove 部で異なる値となる。このマトリクス成分に既に求めている定常量の値を代入し、解ベクトルを求めることによって、シール各段の非定常圧力を求めることができる。式(48)を解くために、以下の境界条件を適用する。

1. 圧力に関する境界条件

Land 部入口圧力変動は式(34)の 1 次摂動成分より次のように表される。

$$p_{11}^{(i-1)}(L_g) - p_{11}^{(i)}(0) = \rho \xi_m w_{10}(0) w_{11}(0) \quad (51)$$

シール出口における圧力変動は式(40)の 1 次摂動成分より次のように表される。

$$p_{11}^{(n+1)}(L_l) = -\rho \xi_{out} w_{10}(L_l) w_{11}(L_l) \quad (52)$$

2. 流速に関する境界条件

シール入口(一段目の Land 部入口)における周方向流速変動は、次のように仮定する。

$$u_{10}^{(i)}(0) = 0 \quad (53)$$

また、Land 部入口の流速変動は前段の Groove 部出口の軸方向流速変動を引き継ぎ、Land 部出口における流速変動は Groove 部にそのまま引き継がれるとする。

以上の境界条件を用いて式(48)を解くことで、圧力変動分布をシール入口より順次算出することができる。各段でこの圧力変動を軸および周方向に積分することにより各段それぞれに生ずる流体力が求まる。最後に、それらの流体力を足し合わせることでシール全体

に生ずる流体力が以下のように求まる。

$$F_r = -\pi R \left(\sum_{i=1}^{n+1} \int_0^{L_i} p_{11c}^{(i)}(z) dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} p_{11s}^{(i)}(z) dz \right) \quad (54)$$

ここで、 F_r は偏心方向に働く半径方向流体力、 F_t はそれに垂直方向に働く接線方向流体力である。

4 実験及び理論結果

本研究では、理論解析だけでなく実験によりステータ側平行溝付シールの漏れ量と流体力を測定した。この章では、平行溝付シールの理論解析結果を実験結果と比較しながら考察する。実験で用いたステータ側平行溝付シールのシール諸元を表 1 に、理論計算で用いた変数を表 2 に示す。また実験装置の詳細は文献(12)に示す。

Table.1 Dimension of PGS/SR Seal

D (mm)	L/D	C (mm)	L_l (mm)	L_g (mm)	B (mm)
70.35	0.5	0.175	1.6	1.6	1.2

Table.2 Values of parameters

λ_f	m	n	$\xi_{in}(1)$	ξ_{out}
0.1	-0.25	0.079	1.5	1

4.1 静特性

図 5 にロータ回転速度に対するシールの漏れ量の実験結果と理論結果を示す。

この図よりロータ回転速度が増加すると漏れ量はやや減少する。これは回転によって生ずる周方向流速の増加により軸方向流速が減少したためである。また、実験結果と理論結果はよく一致している。ステータ側平行溝付シールとロータ側平行溝付シールの漏れ量の計算結果はほぼ同じである。

これまでのシール動特性の研究より、接線方向流体力 F_t は周方向定常流速 u_0 に非常に敏感であり、周方向流速の減速が接線方向流体力 F_t の減少につながりシール安定性が向上すると考えられている。このため、周方向定常流速 u_0 を正確に計算することが重要である。図 6 は、ロータ側平行溝付シールの各段の隙間流れと溝流れの周方向定常流速 u_{10} , u_{100} の Morrison による測定結果⁽¹⁰⁾と理論結果を示す。この図より、理論結果は測定結果にかなりよく一致している。

図 7 にステータ側平行溝付シールとロータ側平行溝付シールの隙間流れ周方向定常流速の軸方向分布を示す。流体が、ロータの周速度でシールに進入する場合(入口旋回流あり)と、周速度が 0 でシールに進入す

る場合(入口旋回流なし)の2通りの計算を、各シールに対して行った。両シールともに、入口旋回流速に関わらずロータの回転速度の半分に周方向流速が収束している。また、ステータ側平行溝付シールのほうがロータ側平行溝付シールよりやや収束値が小さい。これは、ロータ側平行溝付シールの溝流れがロータ回転によってロータ回転方向に加速され、それに伴い隙間流れも溝流れに引きずられロータ回転方向に加速されると考えられる。また周方向定常流速の変化は、シール前半部分で激しく、シール中間部以降は周方向流速変動はなだらかになる。これは、シール前半部分、特にランド部入口での圧力変動が激しく、その圧力変動が周方向流速を大きく変動させていると思われる。

Fig.5 Leakage versus rotating speed

Fig.6 Circumferential velocities in each groove

Fig.7 Comparison of circumferential velocities for PGS/SR and SS/PGR

4.2 動特性

図8にステータ側平行溝付シールの入口旋回流速をパラメータとしたふれまわり振動数比に対する流体力を示す。半径方向流体力 F_r は入口旋回流速の影響を受けない。また入口旋回流速がロータ回転方向に速く

なると、接線方向流体力 F_t は正方向に大きくなり、この力は不安定振動を発生させる力となる。これは、入口旋回流によりシール内周方向流速がロータ回転方向に加速されることによると考えられる。理論結果は、実験結果と定性的に一致しており、また定量的にも近い値を示している。

Fig.8 Effect of Preswirl velocity on force coefficient

これらの理論結果において、図9に示すように流体力はLand部からGroove部に進入する隙間流れの広がり角 α に敏感に反応する。この結果より、広がり角 $\alpha=6^\circ$ の場合に本実験結果と理論結果はよく一致している。そこで本研究では、広がり角 $\alpha=6^\circ$ で理論解析をした。

図10にステータ側平行溝付シールとロータ側平行溝付シールの流体力の理論結果を示す。この図より、半径方向流体力 F_r はほぼ同じであるが、ロータ側平行溝付シールの接線方向流体力 F_t はステータ側平行溝付シールに比べ正方向に大きい。すなわち、ステータ

側平行溝付シールのほうがロータ側平行溝付シールに比べシール安定性が良いといえる。この結果を図 7 の周方向定常流速の計算結果と比較して考察してみる。図 7 においてステータ側平行溝付シールのほうがロータ側平行溝付シールに比べ周方向流速 $u_{\theta 0}$ が小さい。これから、周方向流速の減速が接線方向流体力 F_t の減少につながり、シール安定性が向上すると考えらる。

Fig.9 Effect of diverging α on force coefficient

Fig.10 Comparison of force coefficients for PGS/SR and SS/PGR

5. 結 言

本研究では、平行溝付シールの静および動的特性について、実験的および理論的に研究を行い以下のような結果を得た。

- (1) ロータ回転速度 ω が増加すると漏れ量はやや減少する。また、ステータ側平行溝付シールとロータ側平行溝付シールの漏れ量はほぼ同じといえる。

- (2) 周方向定常流速 $u_{\theta 0}$ は、シール前半部分で大きく変動し、ロータ側平行溝付シールの周方向定常流速 $u_{\theta 0}$ は、ステータ側平行溝付シールより大きい。
- (3) 半径方向流体力 F_r は、入口旋回流速の影響を受けない。入口旋回流速がロータ回転方向に増加すると、接線方向流体力 F_t が増加しシール安定性が悪化する。
- (4) ステータ側平行溝付シールのほうがロータ側平行溝付シールに比べシール安定性が良い。
- (5) 静特性の理論結果は、実験結果と定性的、定量的によく一致しており、動特性の理論結果は、実験結果と定性的に一致しており定量的にも近い値となる。

参考文献

1. 岩壺ほか 2 名, 機論, 50-460, C(昭 59), 2319-2329
2. Iwatsubo, T., et al., NASA CP 2443, (1986) pp. 99-127
3. Kilgore, J., and Childs, D.W., Trans. ASME J. of Fluids Engineering, 112, 250-256 (1990)
4. Nordmann, NASA CP 2443, (1986) pp. 129-153
5. Marquette, O. R., Childs, D. W., Trans. ASME J. Tribology, 276-285. (1996)
6. Dietzen, F., Nordmann, R., NASA CP 2443, (1986) pp. 77-98
7. Childs, D., and Kim, C.-H., Trans. ASME J. Tribology, 296-306. (1985)
8. Hirs, C. C., Trans. ASME. J. Lubr. Technol., January 1974, pp. 118-126.
9. Morrison, Upstream Swirl Effects on the Flow Inside a Labyrinth Seal, Proc. of the 8th workshop : Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery (1996)
10. Hauck, L., IFTbMM Paper (1976), pp. 361-369
11. 生井ほか 3 名, 演習水力学, 森北出版 pp.118
12. 岩壺ほか 2 名, 機論, 55-510, C(1989), pp.310-316