連結制振におけるダンパの最適配置に関する研究*

(同じ高さの2棟を多点で連結する場合)

蔭山 満^{*1}, 安井 譲^{*2}, 背戸 一登^{*3}

A Study on Optimum Design of Joint Dampers Connecting Two Towers (The Case of Connecting Two Same Height Towers at Multiple Points)

Mitsuru KAGEYAMA, Yuzuru YASUI and Kazuto SETO

A large number of ancient five-storied pagoda in Japan has survived strong earthquakes over centuries, proving its structural advantage. Typical structure of pagoda, consisted of self-supporting outer tower and inner core post, yields friction and collision between outer and inner structures. Similar mechanism can be applied to modern buildings excited by earthquakes or strong wind to absorb response energy efficiently. This paper presents a passive vibration control system which utilize the above-mentioned mechanism. The system consists of joint dampers which connected two high rise towers of the same height. The dampers locate every three to four stories between two towers. The method to obtain the optimum distribution of joint dampers is described. An example is presented through a numerical simulation showing the effectiveness of the presented scheme.

Key Words: Vibration Control, Damping, Seismic Motion, Optimum Design, Joint Dampers

1. はじめに

構造的に独立した塔屋と芯柱を持つ五重塔が耐震的に優れていることは、古来の五重塔が現存することで証明されている。五重塔は塔屋と芯柱との摩擦および衝突がダンパの役目を果たして来たと言われている⁽¹⁾。

著者らはこの原理に着目し、一つの建物を柔と剛の独立した二つの構造系で構成し、それらの系をダンパで連結することによって、建物に入った地震エネルギーを効率よく吸収させることを目指した制振手法の研究を行ってきた^{(2)~(8)}。

本手法をパッシブ型制振の代表的な動吸振器と比較すると、動吸振器の場合、制振対象の構造物に対する振動数の同調原理を用いているため、その制振効果は構造物の固有振動数の変動に対して非常に敏感となるが、本手法では同調原理を用いず、ダンパのみで構成されるため、構造物の固有振動数の変動に対してロバ

ストであること、さらに、本論文で提案する最適なダンパ分布を用いることによって、容易に高次モードまでの多モード制振が可能となることなどが、その長所としてあげられる。

著者らのこれまでの研究は、双方の構造系を1質点系とした基本的な連結制振に関するものであった。この方法を実際の構造物に適用する場合は、双方の系の一つのモードに着目することになり、複数のモードに対して最適な制振を行うことはできなかった。したがって一般的には、双方の一次モードを対象とした制振を行うことになる。

ところで、高層建物では、地震動で予測される卓越周期成分より一次固有周期を長くすることによって、一次の共振現象を回避する設計が行われている。これらの建物を耐震の見地から見た場合、建物二次以降の高次の固有周期が地震動の卓越周期帯に近づくため、これら高次モードの影響を無視できないこと、また建物内の居住性に関係する応答加速度を低減するためには、高次モードに対する制振が不可欠となることなどから、二次以降の高次モードに対する制振も重要な課題となる。

多モードを対象とした最適制振を実現するためには、複数階で連結することが必要となり、これらの連

* 原稿受付 1998年4月17日。

^{*1} 正員, (株)大林組技術研究所 (〒204-0011 清瀬市下清戸4-640)。

^{*2} (株)大林組技術研究所。

^{*3} 正員, 日本大学理工学部 (〒101-0062 東京都千代田区神田駿河台1-8)。

E-mail: kageyama@o-net.obayashi.co.jp

結ダンパをどのように配置するかが重要な課題となる。本論文の著者の一人の背戸らは、GA（遺伝的アルゴリズム）を用いた探索法で、その最適配置を求める手法⁽³⁾を提案している。この研究の対象は並立した3棟または4棟の超高層ビルの渡廊下を用いて連結制振を行おうとするものであり、連結個所の数については比較的少ない場合を対象としたものである。

本報では、一つの建物を同じ高さの独立した二つの構造系で構成し、その連結ダンパを数階置きに分散配置する場合を対象とする。この場合、連結個所の数が多く、それらの最適な組合せを探索法で行うと、その探索に時間が掛かることになる。そこで、双方の系を1質点系とした基本系での連結ダンパの最適解を基に、多質点系における連結ダンパの最適分布をモーダル解析と最小二乗の方法を適用して理論的に導出する方法を提案する。

双方の系を1質点系とした基本系での連結ダンパの最適解に関しては、すでに、著者および岩浪らの研究によって報告^{(2)(4)~(7)}されている。これらの最適解は、双方の伝達関数のピークの高さを等しくするという条件で求められている。この条件を連結ダンパのみで達成することを考えると、双方の系の質量比と剛性比の関係が反比例（ $m_b/m_a = k_a/k_b$ ：図1参照）であることが要求される。

この反比例の関係は連結制振を行う場合の理想条件であるが、この理想条件を常に実現することは、設計的に困難な場合が多いと考えられる。岩浪らは、質量比と剛性比が反比例の関係にない場合の調整法として、連結ばねを併用する方法を提案している。

しかし、双方の系の質量に大きな差のある場合、負の連結ばねが必要となり、連結ばねによる調整が不可能となる^{(4)~(6)}。本論文では、このような場合に対処するため、双方の伝達関数のピークの高さを等しくするという条件を取り除いて、ダンパのみで連結するとしたときの最適解を誘導して用いる。

この報告では、連結ダンパの最適配置に関する決定式を提案し、具体的な高層建物を対象とした例題計算によって、提案式の検証と、その制振効果について検

討した結果を報告する。

2. 連結ダンパの最適配置に関する理論式の誘導

2.1 基本系における最適連結ダンパの誘導

ここでは、図1に示すような双方の系を1質点系とした基本系における連結ダンパ c の最適値の考え方と設定方法を以下に示す。

式(1)と式(2)は地動入力に対する独立な系 a と系 b の振動方程式を表したものである。

$$m_a \ddot{x}_a + k_a x_a = -m_a \ddot{y} \dots\dots\dots (1)$$

$$m_b \ddot{x}_b + k_b x_b = -m_b \ddot{y} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 x_a , m_a , k_a および x_b , m_b , k_b は、それぞれ系 a と系 b の地盤に対する相対変位、質量、ばね定数を表し、 y は地動変位を表す。これら二つの系を粘性ダンパ c で連結した連成系の振動方程式は式(3)として表される。

$$\begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_a & 0 \\ 0 & k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ x_b \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_a \\ m_b \end{Bmatrix} \ddot{y} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)で、ダンパの粘性係数 c を無限大としたときの振動方程式は、式(1)と式(2)の系を剛結とした場合に相当し、次の式(4)で表される。

$$(m_a + m_b) \ddot{x}_\infty + (k_a + k_b) x_\infty = -(m_a + m_b) \ddot{y} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、時間関数の x_a , x_b , y のフーリエ変換をそれぞれ $\bar{X}_a$, $\bar{X}_b$, $\bar{Y}$ で表すと、式(3)の地動 y に対する応答 x_a と x_b の伝達関数は円振動数 ω の関数として、次の式(5)および式(6)で表される。

なお、式(1)と式(2)の伝達関数は下式において $c=0$ として求められ、式(4)に対する伝達関数は $c=\infty$ とすることによって求められる。

$$\left| \frac{\bar{X}_a}{\bar{Y}} \right| = \sqrt{\frac{C_a^2 + D^2}{A^2 + B^2}} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left| \frac{\bar{X}_b}{\bar{Y}} \right| = \sqrt{\frac{C_b^2 + D^2}{A^2 + B^2}} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、

$$A = \omega^4 - \eta_1 \omega^2 + \eta_2, \quad B = \eta_3 c \omega^3 - \eta_4 c \omega$$

$$C_a = \omega^4 - \omega_b^2 \omega^2, \quad C_b = \omega^4 - \omega_a^2 \omega^2, \quad D = \eta_3 c \omega^3$$

ここで、

$$\eta_1 = \omega_a^2 + \omega_b^2, \quad \eta_2 = \omega_a^2 \omega_b^2, \quad \eta_3 = \frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b}$$

$$\eta_4 = \frac{\omega_a^2}{m_b} + \frac{\omega_b^2}{m_a}, \quad \omega_a = \sqrt{k_a/m_a}, \quad \omega_b = \sqrt{k_b/m_b}$$

連結ダンパのない場合($c=0$)の式(1), (2)の伝

Fig.1 Concept of joint damping method

達関数と、連結ダンパ無限大 ($c=\infty$) の場合の式(4)の伝達関数の交点 P, Q は、式(3)のダンパの値 c に関わりなく、式(3)の伝達関数が必ず通過する定点となる。このことは伝達関数の定点定理として良く知られている。この定点定理より、式(3)の系の増幅を最も小さくする連結ダンパの最適値 c_{opt} は、この P, Q 点を伝達関数のピークとするとときの値となる。

ここで、P, Q の振動数と伝達率を $(\tilde{\omega}_A, R_A)$, $(\tilde{\omega}_B, R_B)$ とすると、

$$\tilde{\omega}_A = \sqrt{\frac{\omega_a^2 + \omega_\infty^2}{2}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\tilde{\omega}_B = \sqrt{\frac{\omega_b^2 + \omega_\infty^2}{2}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$R_A = \left| \frac{\omega_a^2 + \omega_\infty^2}{\omega_a^2 - \omega_\infty^2} \right| \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$R_B = \left| \frac{\omega_b^2 + \omega_\infty^2}{\omega_b^2 - \omega_\infty^2} \right| \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$\omega_\infty = \sqrt{(k_a + k_b)/(m_a + m_b)}$$

として表される。

次に、この連結ダンパの最適値 c_{opt} の誘導を行う。伝達関数の式(5)および式(6)を振動数 ω で微分し、それぞれの定点 P, Q の振動数で、その微分値を零とする粘性係数 c が、連結ダンパの最適値 c_{opt} の候補となる。

ここで候補としたのは、微分値を零とする条件は極大をもつための必要条件であるが十分条件ではないためである。この必要条件を満たす解は式(11)となる。

この解は式(5)の a と式(6)の b の二つの系に対して、それぞれの定点を対象とした 2 種類の解が導かれるが、式(5), (6)は、係数 C を除き共通式で表されることから、 C_a と C_b で異なる ω_b と ω_a の部分に選択子 g を用いて、式(11)では共通式の形で $c_{opt}(g, \omega)$ として表す。

$$c_{opt}(g, \omega) = \sqrt{\frac{-\phi_2 \pm \sqrt{\phi_2^2 - 4\phi_1\phi_3}}{2\phi_1}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 2\eta_3^2\eta_4^2\omega^4 - 2\eta_3^3\eta_4\omega^6 \\ \phi_2 &= (3\eta_2^2\eta_3^2 + \eta_4^2g^2)\omega^2 - 4(\eta_1\eta_2\eta_3^2 + \eta_4^2g)\omega^4 \\ &\quad + (\eta_1^2\eta_3^2 + 2\eta_2\eta_3^2 + 3\eta_4^2 + 4\eta_3\eta_4g - \eta_3^2g^2)\omega^6 \\ &\quad - 4\eta_3\eta_4\omega^8 \\ \phi_3 &= 2(g - \omega^2)(\eta_2 - \eta_1\omega^2 + \omega^4)\{\eta_2g - 2\eta_2\omega^2 \\ &\quad + (\eta_1 - g)\omega^4\} \end{aligned}$$

式(11)を用いて、P, Q 双方の定点を同時にピークとすることはできない。それゆえ、P 点と Q 点で、伝達率の高いほうの定点をピークとする連結ダンパを最適連結ダンパとする。その理由は、式(11)で定点の低いほうを対象とした場合、その定点の振動数で伝達関数の傾斜は零となるが、伝達関数の極大とはならないこと、また、高いほうの定点をピークとする連結ダンパを用いた場合は、この高いほうの定点が双方の系の伝達関数の最大値となるためである。

上記の最適連結ダンパ算出に当たって、まず式(9)と式(10)の R_A と R_B を比較し、次に式(11)で変数とした (g, ω) に下記の値を用いることによって最適連結ダンパ c_{opt} が求められる。

定点 P(R_A)のほうが高い場合： $g = \omega_b^2$, $\omega = \tilde{\omega}_A$

定点 Q(R_B)のほうが高い場合： $g = \omega_a^2$, $\omega = \tilde{\omega}_B$

ただし、式(11)の±の符号の選択は、 $c_{opt}(g, \omega)$ が正の実数を取る方(ルートの中が正)の符号が正解となる。

ちなみに、定数 P, Q の伝達率が等しい場合は、式(11)の選択子 (g, ω) に上記の 2 種類の値を用いた場合の平均値を最適ダンパ c_{opt} として用いる。ここで、次の二つのケースに対し、それらの最適ダンパ c_{opt} を用いた場合の伝達関数を図 2 と図 3 に示す。

Case 1 (理想系)： $m_a=2$, $m_b=1$, $k_a=1$, $k_b=2$

Case 2 (非理想系)： $m_a=2$, $m_b=1$, $k_a=1$, $k_b=1$

図 2 は、Case 1 に示すように、双方の系の質量比と剛性比が反比例の関係にある理想的な系に対し、最適ダンパ c_{opt} を用いたときの伝達関数を示したものである。図 2 より、最適連結ダンパ c_{opt} を用いることによって、伝達率の高さの等しい双方の定点をほぼピークとしていることがわかる。

Fig. 2 Transmissibility (Case 1)

Fig. 3 Transmissibility (Case 2)

図3は、Case 2 の場合を示し、理想的な系の Case 1 に対して k_b の剛性が不足する場合の系に、その最適連結ダンパ c_{opt} を用いたときの伝達関数を示したものである。図3より、一方の伝達関数は定点の高い P 点をピークとし、他方の系の伝達関数のピークは Q 点を上回るが、P 点より低く抑えられていることがわかる。

なお、図2と図3には、定点 (P, Q) をわかりやすくするため、連結ダンパを零とした場合と無限大とした場合の伝達関数も併記した。

2.2 多質点系における連結ダンパの最適配置法

2.2.1 多質点系のモード分解 ここでは、制振対象を双方の構造物が同じ高さの多質点系構造物とし、それらを多点で連結する場合を考える。その連結制振の概念を図4に示す。

ここでは、制振の目標を双方の系の複数のモード次数とし、それらの目標次数に対する連結ダンパの最適配置の誘導を、2.1 節の基本系の最適解を基にした、モーダル的手法によって行う。式(12)と式(13)は、先の式(1)と(2)を多質点系として表したものである。

$$[M_a]\{\ddot{X}_a\} + [K_a]\{X_a\} = -[M_a]\{1\}\ddot{y} \quad (12)$$

$$[M_b]\{\ddot{X}_b\} + [K_b]\{X_b\} = -[M_b]\{1\}\ddot{y} \quad (13)$$

ここに、 M_a, K_a, X_a は a の系の、 M_b, K_b, X_b は b の系の質量マトリックス、剛性マトリックス、地盤に対する相対変位ベクトルを表す。

ここでは、式(1)および式(2)の1質点系による最適連結定数をモード座標上での最適解であるとして用いる。そのためには、式(12)、(13)で示される多質点系の振動方程式を、式(1)、(2)で示される1質点系の振動方程式の形にモード分解する必要がある。

ここでは、以下に、式(12)に対する直交分解の例を代表して示すが、式(13)に対しても同様に行うものとする。式(12)の固有モード形 U_a を用いて、式(12)を直交分解し、モード座標ベクトル $\{q_a\}$ で表すと次の式(14)となる。このとき、各次の有効質量と有効剛性は対角化された形で現れる。

$$U_a^T[M_a]U_a\{\ddot{q}_a\} + U_a^T[K_a]U_a\{q_a\}$$

$$= -U_a^T[M_a]\{1\}\ddot{y} \quad (14)$$

この直交分解された式(14)の右辺と左辺に現れる質量項を、式(1)の1質点系の場合と同じように、等しいとすると、

$$U_a^T[M_a]U_a = \text{diag}(U_a^T[M_a]\{1\}) \quad (15)$$

を満足するモード座標変換を行う必要がある。

式(15)の関係を満足するように基準化されたモード形 U_a は、一般的な地動入力に対する刺激関数の形となり、任意な固有モード U_a を用いて、

$$U_a = U_a(U_a^T[M_a]U_a)^{-1}\text{diag}(U_a^T[M_a]\{1\}) \quad (16)$$

として表される。

この基準化されたモード形 U_a を用いて、式(12)の系に対する各次の有効質量と剛性は

$$[M_a] = U_a^T[M_a]U_a \quad (17)$$

$$[K_a] = U_a^T[K_a]U_a \quad (18)$$

として求まる。式(13)の系に対する基準化された各次の有効質量 $[M_b]$ と剛性 $[K_b]$ も同様に求めて求められる。

これらの $[M_a]$ と $[K_a]$ および $[M_b]$ と $[K_b]$ から求める一次の等価質量と等価剛性を、それぞれ $m_a^{(1)}$ と $k_a^{(1)}$ および $m_b^{(1)}$ と $k_b^{(1)}$ とする。これらを式(1)と式(2)の m_a, k_a, m_b, k_b に置き換えたときの最適な連結ダンパ c_1 を式(11)から求める。二次以降の高次モードに対しても同様にして、各次の有効質量と剛性から、モード座標上で各次の最適な連結ダンパ $c_{i(i=1,2,\dots,n)}$ を求める。

このように、双方の系の同一次数の有効質量と剛性を一対として用いる理由を簡単に述べると、次のように説明される。図4に示す多質点モデルのすべての連結ダンパを無限大としたときの固有振動数と、式(17)および式(18)から求める双方の系の各次の等価質量と等価剛性 $m_a^{(i)}$ と $k_a^{(i)}$ および $m_b^{(i)}$ と $k_b^{(i)}$ を無限大のダンパで連結したときの固有振動数はほぼ一致する。このことより、モード分解された双方の系の各次の等価質量と等価剛性を用いて求めた解は、モード座標上での各次の最適な連結ダンパ $c_{i(i=1,2,\dots,n)}$ として用いることができる。このことは、図4のモデルにおいて、非連結時の双方の系のモード形が等しく、双方の同じ階の質点を連結する場合には、厳密に言える。

ここでは、双方の同じ高さの階で連結することを前提としていること、また一般的な構造形式の場合、双方の系のモードの形は近いものとなることから、この解析方法は有効となる。

ここで、物理座標上での各階の連結ダンパの減衰係数を $c_{i(i=1,2,\dots,n)}$ とし、双方の変形を $x_{ai(i=1,2,\dots,n)}$, $x_{bi(i=1,2,\dots,n)}$ とする。その場合の拡大系の変位ベクトル

Fig. 4 Multiple joint connecting model for the method of vibration control

ルを X とすると, X は式(19)で表される.

$$X^T = (x_{a1} \ x_{a2} \ \cdots \ x_{an} \ x_{b1} \ x_{b2} \ \cdots \ x_{bn}) \quad (19)$$

X を用いて, 各階ごとにダンパで連結された場合の式(12)と式(13)は次の式(20)で表される.

$$[M]\ddot{X} + [C]\dot{X} + [K]X = -[M]\{1\} \ddot{y} \quad (20)$$

ここで,

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_a] & [0] \\ [0] & [M_b] \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_a] & [0] \\ [0] & [K_b] \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_0 & -C_0 \\ -C_0 & C_0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

ただし,

$$C_0 = \text{diag}(c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n) \quad (24)$$

いま, 連結ダンパの減衰係数 $c_{i(i=1,2,\dots,n)}$ は未定定数であり, 次にその算出法について考える. 式(12)と式(13)の系に対し, 式(16)で示される規準化された固有モード形をそれぞれ U_a と V_b で記し, これらのモード形が連結によって変わらないものとする, 式(11)に対するモード形は

$$U = \begin{bmatrix} U_a & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & V_b \end{bmatrix} \quad (25)$$

で表される. 式(25)のモード形を用いて, 式(20)のモード分解を行うと,

$$U^T[M]U\{\ddot{q}\} + U^T[C]U\{\dot{q}\} + U^T[K]U\{q\} = -U^T[M]\{1\} \ddot{y} \quad (26)$$

ただし,

$$\{q\}^T = (q_a^T \ q_b^T) \quad (27)$$

として表される. ここで,

$$U^T[M]U\{\ddot{q}\} = \begin{bmatrix} [M_a] & [0] \\ [0] & [M_b] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_a \\ \ddot{q}_b \end{Bmatrix} \quad (28)$$

$$U^T[K]U\{q\} = \begin{bmatrix} [K_a] & [0] \\ [0] & [K_b] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} \quad (29)$$

であり, 式(17)と式(18)で求めた各次の有効質量と剛性を意味するものとなる. 減衰項に対しては

$$U^T[C]U\{\dot{q}\} = \begin{bmatrix} U_a^T C_0 U_a & -U_a^T C_0 V_b \\ -V_b^T C_0 U_a & V_b^T C_0 V_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_b \end{Bmatrix} \quad (30)$$

として表される.

2・2・2 減衰項の対角化 式(30)の減衰項は対角化されているとは限らない. 最適ダンパの設計には対角化が必須の条件である. そこで, 以下にその方法を考察する.

いま, q_a と q_b がそれぞれ一次モードから高次モードへ順番に配列されたモード座標ベクトルであるとすると,

$$U_a^T C_0 U_a = \text{diag}(c_i) \quad (31)$$

$$V_b^T C_0 V_b = \text{diag}(c_i) \quad (32)$$

$$U_b^T C_0 V_b = \text{diag}(c_i) \quad (33)$$

$$V_b^T C_0 U_b = \text{diag}(c_i) \quad (34)$$

を満たす c_0 が最も望ましいダンパの配置となる. しかし, この c_0 を一意的に求めることはできない. ここで, 式(31)から式(33)の要素を陽な形で示すと以下のようになる.

$$U_a^T C_0 U_a = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n C_i u_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n C_i u_{i1} u_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i u_{i1} u_{in} \\ & \sum_{i=1}^n C_i u_{i2}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i u_{i2} u_{in} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{SYM} & & & \sum_{i=1}^n C_i u_{in}^2 \end{bmatrix} \cong \text{diag}(c_i) \quad (35)$$

$$V_b^T C_0 V_b = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n C_i v_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n C_i v_{i1} v_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i v_{i1} v_{in} \\ & \sum_{i=1}^n C_i v_{i2}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i v_{i2} v_{in} \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{SYM} & & & \sum_{i=1}^n C_i v_{in}^2 \end{bmatrix} \cong \text{diag}(c_i) \quad (36)$$

$$U_a^T C_0 V_b = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n C_i u_{i1} v_{i1} & \sum_{i=1}^n C_i u_{i1} v_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i u_{i1} v_{in} \\ \sum_{i=1}^n C_i u_{i2} v_{i1} & \sum_{i=1}^n C_i u_{i2} v_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i u_{i2} v_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n C_i u_{in} v_{i1} & \sum_{i=1}^n C_i u_{in} v_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n C_i u_{in} v_{in} \end{bmatrix} \cong \text{diag}(c_i) \quad (37)$$

なお, 式(34)の条件式は式(37)に含まれる. なぜなら, $V_b^T C_0 U_b$ の転置は $U_b^T C_0 V_b$ に等しいためである.

ここでは, 式(35)と式(36)のそれぞれの対角要素から上の三角要素と, それに対応する $\text{diag}(c_i)$ の要素との差, および式(37)の $U_b^T C_0 V_b$ と $\text{diag}(c_i)$ の要素間の差を最も小さくするという条件で, 未定定数 $c_{i(i=1,2,\dots,n)}$ を求めることになる. 以上の操作は全モード次数を制振対象とする場合の考え方である.

しかし, 一般的には全モード次数を対象とした最適分布を求める必要はなく, 低次のモードに対してできるだけ大きな減衰を期待する場合が多い. 一次から m 次までを制振対象とする場合は, 式(35)と式(36)の三角要素の内の 1 行から m 行までが計算の対象とな

る。式(37)では、1行から m 行までのすべての要素と1列から m 列までのすべての要素が計算の対象となる。

ここで、モード・マトリックス U_a と V_b の j 次のモードを列ベクトルとして $u^{(j)}, v^{(j)}$ で表し、ベクトルの要素ごとの積を $*$ と定義し、新たに制振対象モードを I 、全モードを J とすれば、式(35)と式(36)で計算の対象となる条件式は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} u^{(1)} * u^{(1)} \\ \vdots \\ u^{(I)} * u^{(J)} \end{bmatrix} \{C_0\} \cong \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} \\ \vdots \\ \bar{c}_{IJ} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$\begin{bmatrix} v^{(1)} * v^{(1)} \\ \vdots \\ v^{(I)} * v^{(J)} \end{bmatrix} \{C_0\} \cong \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} \\ \vdots \\ \bar{c}_{IJ} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (39)$$

ただし

$$\begin{matrix} (I=1, 2, \dots, m) \\ (J=1, 2, \dots, n) \end{matrix}, \quad \begin{cases} \bar{c}_{IJ} = c_I & (I=J) \\ \bar{c}_{IJ} = 0 & (I \neq J) \end{cases}, \\ \{C_0\}^T = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n)$$

ここで、 $\{C_0\}$ は、対角行列 C_0 の対角要素を列ベクトルとして表したものである。

式(37)で計算の対象となる条件式は、次の式(40)と式(41)を合わせたものとなる。

$$\begin{bmatrix} u^{(1)} * v^{(1)} \\ \vdots \\ u^{(I)} * v^{(J)} \end{bmatrix} \{C_0\} \cong \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} \\ \vdots \\ \bar{c}_{IJ} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} I=1, 2, \dots, m \\ J=1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$\begin{bmatrix} u^{(1)} * v^{(1)} \\ \vdots \\ u^{(J)} * v^{(I)} \end{bmatrix} \{C_0\} \cong \begin{bmatrix} \bar{c}_{m+11} \\ \vdots \\ \bar{c}_{ij} \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} I=1, 2, \dots, m \\ J=1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad \dots\dots\dots (41)$$

式(38)から式(41)を行方向に加えて、一つの式に統

Fig. 5 Concept of joint damping method connected two structures

合した結果を式(42)として表す。

$$\bar{U}\{C_0\} \cong \{\bar{C}\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

式(42)の未定定数ベクトル $\{C_0\}$ は、一意的には決まらず、ここではこれを最小二乗問題として求める。

式(42)に対する最小二乗式は

$$\bar{U}^T \bar{U}\{C_0\} = \bar{U}^T \{\bar{C}\} \quad \dots\dots\dots (43)$$

として表される。この式(43)より、ダンパの最適分布 $\{C_0\}$ は、式(44)として求まる。

$$\{C_0\} = (\bar{U}^T \bar{U})^{-1} \bar{U}^T \{\bar{C}\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

式(44)は非連結時の双方の規準化されたモード形 U_a と V_b を用いて求めている。このことより、式(44)は非連結時の双方のモード形を大きく変えないことを条件として求めたことになる。

連結される双方の系の剛性および質量の分布形状が相似形の場合、双方のモード形は同じとなる。この場合、式(42)として式(38)または式(39)の片方のみを用いることによって、他の三つの式は自動的に満たされる。一般的な構造形式で高さが同じ構造物の場合、それらの低次のモード形は近似しており、この方法を近似解として用いても大きな誤差は生じない。

2.3 モード重みの変更とダンパ有無の設定方法

式(42)の $\bar{U}$ は、式(38)から式(41)で示されるように、対象とするモード次数 I と、その次数に干渉する J 次のモード形をそれぞれ要素ごとに掛け合わせたベクトルから構成される。そのモード形は式(16)の刺激関数の形で規定されているため、モード形のノルムは一次が最も大きく、高次になるに従って小さくなっている。このことは、モード座標上での最適ダンパ c_I についても同じことが言える。これらを用いた最小二乗式(44)は、自動的に一次が大きく、高次になると小さくなる重みが掛かっていることになる。したがって、2.2節から得られるダンパ分布 $\{C_0\}$ を用いた場合、一次モードに対して最も最適なダンパ配置を実現し、高次になるに従って、徐々にその保証が小さくなる。地震に対する構造物の刺激関数のことを考えると、式(44)から求まるダンパ分布が最も合理的であるといえる。

しかし、これを善しとしない場合、例えば特定のモードに対して任意に重みを付けたい場合は、モード次数 I に対して、モード重み $Q(I)$ を定義し、式(38)から式(41)の両辺にモード重み $Q(I)$ を掛けることによって、任意に重みを設定することが可能である。

式(38)を例にとり示すと、式(45)となる。

$$\begin{bmatrix} Q(1)u^{(1)} * u^{(1)} \\ \vdots \\ Q(I)u^{(I)} * u^{(J)} \end{bmatrix} \{C_0\} \cong \begin{bmatrix} Q(1)\bar{c}_{11} \\ \vdots \\ Q(I)\bar{c}_{IJ} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (45)$$

また、数階おきにダンパを用いると言う設定の場合は、式(38)から式(41)において、ダンパを用いない階の $\{C_0\}$ 要素と、モード形の乗算マトリックスの対応する列ベクトルを削除した式を用いて、そのときの最適ダンパ配置 $\{C_0\}$ を求めることになる。

3. 例題による連結制振効果の検討

3.1 検討モデル 一つの建物を独立した内部コアと外周建家に分離し、その間をダンパで連結する構造形式の高層建物を検討モデルとして考える。その場合にコア部が曲げ変形によって、その水平剛性が低下することを防止するため、コア部の頂部にハットトラス等の剛域構造を設けて、水平滑り機構を介して、外周建家にコア部の曲げ鉛直力を伝える構造形式を持つものとする。この構造概念を図5に示す。

この検討では、現実性を持たせる意味で、図6の基準平面プランを持つ42階建の超高層ビルを想定し、これを11質点の等価せん断モデルに置換したものを検討用モデルとして用いる。図7と表1にモデル概念と建物の短辺方向の諸元を示す。

Fig. 6 Grand plan of Supposed structure

Fig. 7 Dynamical model

このモデルの各質点は、最下部(2層分)の質点を除いてその他は4層分を代表するものである。構造系自身(非連結時)の減衰性能として、ここでは、一次から高次の全モードに対して、コア部3%、外周建家2%とする。

なお、コア部の構成は鋼板コンクリート構造(SC構造)を、外周建家は一般的な鉄骨フレーム構造を想定したものであること、さらに、表1のコア部の等価せん断剛性はFEM解析の結果から置換したものであることなど、付記しておく。

3.2 数値解析による効果の検討 ここでは、連結制振のダンパの最適分布の計算に、2.3節のモード重みを変更する方法は用いず、2.2節の地動入力に対する各次の刺激関数が自動的にモード重みとして設定される方法を用いた場合の検討を行う。

この検討では入力地震波として、BCJ(L2)波を用いる。この地震波は、高層建物の応答に関して、考えられる最大級の地震波(レベル2)として、(財)日本建築センターによって策定され、高層建物の性能評価の基準として推奨されている人工地震波である⁽⁹⁾。

この地震波を入力として用いた場合、構造体が塑性化しても、最終的な建物崩壊に至らなければ構わない

Table 1 Mass and stiffness of the model (shorter side direction)

No	Height (m)	Outer structure To=6.28 sec		Inner core To=3.32 sec	
		Mass (10 ³ Kg)	Stiffness (10 ⁶ N/m)	Mass (10 ³ Kg)	Stiffness (10 ⁶ N/m)
11	189	4500	82.3	2250	160.8
10	171	4500	106.5	2250	168.7
9	153	4500	120.4	2250	184.9
8	135	4500	138.1	2250	204.4
7	117	4500	171.0	2250	236.0
6	99	4500	237.7	2250	280.2
5	81	4500	215.3	2250	342.7
4	63	4500	220.2	2250	453.8
3	45	4500	239.4	2250	655.2
2	27	4500	301.6	2250	1165.4
1	9	2250	1053.5	1125	3220.7

Fig. 8 Relationship between optimum distributed damper and modeling point No.

とされている。ここで、この地震波を用いる理由は、応答レベルで建物の性能が評価が容易にできると言うことのほかに、この地震波は特定の振動数で卓越成分を持たないことから、制振効果の検討に適していると考えられるためである。

上に述べた設定条件の基で、数値解析を行った。その結果を以下に示す。

制振対象の次数を双方の系の三次まで ($m=3$) とした場合と、制振対象を全次数を ($m=11$) とした場合に求まる連結ダンパのそれぞれの最適分布の比較を図8に示す。図8より、建物上部階の両者の顕著な差は見られないが、建物下部での連結ダンパの最適粘性係数は、制振対象を三次までとした場合に比べ、制振対象を全次とした場合の最適粘性係数の値は大幅に大きくなっていることがわかる。

両者の連結ダンパ分布を用いた場合の地動に対する建物頂部の伝達関数を図9に示す。同図には、図2と

Fig. 9 Frequency response at the top of the structure under ground motion

Fig. 10 Distribution of maximum acceleration response at each modeling point subjected to BCJ(L2) wave

図3と同様に定点をわかりやすくするため、連結ダンパをすべて無限大とした場合、すなわち双方の構造系を剛結とした場合と、連結ダンパの係数をすべて零、すなわち独立系とした場合の伝達関数を併記した。図9で、高次の定点についてはわかりにくいですが、定点が比較的わかりやすい低次モードに着目すると、それらの定点（剛結系と独立系の伝達関数の交点）が伝達関数のピークとなっていることがわかる。このことより、2章で示した連結ダンパの最適分布を求める計算法の妥当性が証明されていると考える。図9からは、先の連結ダンパ分布の違いによる両者の相違はほとんど認められない。

しかし、BCJ(L2)波を入力したときの最下部（質点1）には大きな差が生じている。この外周建家の最大応答加速度分布を図10(a)に示す。外周建家の質点1の位置は11次モードで大きな刺激関数を持ち、図8の制振対象を三次までとしたダンパ配置ではこのモードが適切に対処されないが、全次を対象としたダンパ配置では、適切に対処されているためであると考えられる。

コア部の最大応答加速度分布の結果を図10(b)に示す。コア部の最下部に同様な傾向が見られるが、(a)ほど顕著な結果とはなっていない。図10には、比較のため、非制振の一般建物の場合、すなわち双方の系を剛結とした場合の結果を併記した。この比較で、連結制振を用いた場合は、非制振の一般建物に比べ、その加速度応答を1/2から1/3に低減可能であることがわかる。

図11に外周建物、コア部、および双方を剛結とした一般建物の地盤に対する最大相対変位応答分布を示す。図11には、制振対象を三次までとした場合と、制振対象を全次とした2種類の連結ダンパ分布に対する結果を併記した。図11より、両者の最大相対変位応答分布の結果はほとんど同じであることがわかる。これは、低次モードが建物の変形に対して支配的である

Fig. 11 Distribution of maximum displacement response at each modeling point subjected to BCJ(L2) wave

ためと考えられる。建物の変形量を問題する耐震的観点から見た場合、両者のダンパ配置に関する性能は変わらないと言える。

この地震に対する耐震性の概算の判定方法として、建物高さに対する頂部変位の比率を見た場合、双方の系を剛結とした一般ビルでは1/133となっているのに対し、連結制振時の外周建家が1/236、コア部が1/295となっている。この結果を弾性限界の概算目安、鉄骨構造1/150、コンクリート構造1/250と比較すると、双方の系を剛結とした一般ビルの場合、レベル2規模のBCJ(L2)地震に対して、鉄骨系の外周建家、コンクリート系のコア部とも構造体のひずみが弾性範囲を超え、特にコンクリート系のコア構造はき裂破壊が危惧される領域に達すると予想される。これに対し、連結制振構造を用いた場合、レベル2規模の地震に対して、鉄骨系の外周建家はもちろん、コンクリート系のコア部も、それら構造体の弾性範囲に留めることが可能となり、建物の安定性が大幅に改善されることがわかる。

4. ま と め

(1) 双方の系を1質点系としたとき、それらの系の質量比と剛性比が反比例の関係にある場合が連結制振の理想系となるが、これを実現できないときの連結ダンパの最適値の誘導方法を示した。

(2) 多モードの制振を目的として、双方の高さが等しい二つの多質点系を多点で連結する場合の連結ダンパの最適分布を、上記(1)の基本解を基に、モーダル解析法と最小二乗法を適用して誘導する方法を示した。

(3) 検討用モデルを用いた検討によって、上記(1)と(2)の解析法の妥当性を検討した。

(4) 検討用モデルに連結制振手法を用いた場合

と、用いない在来工法(双方の系を剛結としたケース)の場合について、予想される最大級の標準人工地震BCJ(L2)波を用いて、それら建物性能に関する比較を行った。

(5) ここで提案する連結制振手法を用いた場合、在来工法の一般建物に比べその応答レベルを半分以下に抑制でき、上記(4)で述べたレベル2の地震に対して、コンクリート系のコア部を含め、建物構造体の変形を弾性域に留めると言う大幅な安全余裕の確保が可能であることを示した。

実規模の建物モデルの作成に快く協力していただいた(株)大林組大阪本店設計部の田中耕太郎氏に対し謝意を表す。

文 献

- (1) 谷村明彦・石田修三, 心柱型骨組におけるエネルギー散逸・消費構造, 構造工学論文集, 43, B (1997), 143-150.
- (2) 岩浪孝一・鈴木浩平・背戸一登, ダンパーとばねで連結された並列構造物の制振法, 機械力学・計測制御講演論文集, B (1992-7), 504-509.
- (3) 杉野茂・Sourav Kundu・鎌形健太郎・背戸一登, GAを用いた連結ビル模型の地震応答制御, 第5回「運動と振動の制御」シンポジウム, (1997-11), 76-77.
- (4) 蔭山満・ほか4名, 複合構造物の最適制振に関する研究(その1~その3), 日本建築学会大会講演学術講演集, (1993-9), 725-730.
- (5) 蔭山満・ほか2名, 複合構造物の最適制振に関する研究, 第9回日本地震工学シンポジウム, (1994-12), 1855-1860.
- (6) Kageyama, M., Yoshida, O. and Yasui, Y., 'A study on optimum damping systems for connected double frame structures', *First World Conference on Structural Control*, (1994), (WP4)32-39.
- (7) 蔭山満・ほか2名, 連結構造物の最適制振に関する研究(その4~その5), 日本建築学会大会講演学術講演集, (1995-9), 1001-1004.
- (8) 蔭山満・ほか1名, 連結構造物の最適制振に関する研究(その6), 日本建築学会大会講演学術講演集, (1996-9), 845-846.
- (9) 建設省建築研究所・財団法人日本建築センター, 設計用入力地震動作成手法技術指針(案), (1992-3).