玉軸受を使用したモータの異常振動に関する研究*

板垣 貴喜^{*1}, 五十嵐 昭男^{*2}, 関 友則^{*3}

Study on Abnormal Vibration of Motors with Ball Bearings

Takayoshi ITAGAKI, Teruo IGARASHI and Tomonori SEKI

When a small induction motor with ball bearings is running under no load, an abnormal axial vibration of the rotating shaft often occurs. This vibration was studied in order to elucidate the generating mechanism. The test motor was operated at constant temperature, and the rotating shaft speed was varied by changing the frequency of an inverter. The vibration was measured by an eddy current type gap sensor, and was analyzed by an FFT analyzer. From the experimental results and related considerations, the vibratory system and the exciting force and self-exciting force that act upon the system were examined. It is clear that the abnormal vibration is a forced self-excited vibration of the vibratory system with an axial nonlinear spring due to ball bearings.

Key Words: Rolling Bearing, Nonlinear Vibration, Rotary Machinery, Lubrication, Self-Excited Vibration

1. 緒 言

玉軸受を使用した小形誘導モータが無負荷運転される場合に、ときどき発生する回転軸のはなはだしい軸方向振動は、スラスト振動と呼ばれ1953年頃から問題にされてきた⁽¹⁾。しかも、この振動はそれ自体障害となるのみならず付随的に強いうなり音も発生し、振動の性質は非常に複雑である。この異常振動は、一般にグリース潤滑で発生し、油潤滑では発生しない。また、グリースの種類により発生に難易のあることや、低温で発生しやすい傾向があることなど、多くの経験的事実が知られている。このような異常振動については、いままでにも振動の現象について研究されているが⁽²⁾、振動の発生機構などその本質は40年以上たった現在でも明らかにされていない。

そこで、玉軸受を使用したモータに発生する回転軸の軸方向の異常振動を詳しく研究し、異常振動の発生

機構を明らかにすることにした。

2. 実 験

実験はすべて気温調節ができる実験室内で行った。実験装置および振動の測定方法を図1に示す。図1のように、実験用モータは据え付けボルトで定盤に固定し、モータの回転軸の端面と振動測定用のプローブの

a: Motor
b: Probe
c: Micrometer screw
d: Magnetic stand
e: Iron bed
GS: Gap sensor
FFT: Fast Fourier Transform analyzer
X-Y: X-Y Recorder
H: Measuring portion of temperature

Fig. 1 Experimental apparatus and measuring system

* 原稿受付 1998年5月18日。

^{*1} 正員, 木更津工業高等専門学校(〒292-0041 木更津市清見台東2-11-1)。

^{*2} 正員, 神奈川工科大学(〒243-0292 厚木市下荻野1030)。

^{*3} 長岡技術科学大学大学院(〒940-2188 長岡市上富岡町1603-1)。

E-mail: itagaki@maple.m.kisarazu.ac.jp

静的な間げきに変化しないようにした。

回転軸の軸方向振動の測定は、マイクロメータスクリューで調節されるプローブと回転軸端面の間げきの変化を渦電流式非接触変位計（電子応用：AEC-5708 PS）で電気変換して行った。そして、振動の電気信号を高速フーリエ変換（FFT）分析器（小野測器：CF 400）によって実時間周波数分析し、XY レコーダで記録した。モータは無負荷で運転し、モータの回転速度は電源のインバータの周波数を変えることにより変化させた。

実験用モータは 0.75 kW 4 極の三相交流誘導モータであり、これには単列深溝玉軸受 6303 CM が 2 個使用されている。玉軸受の潤滑には異常振動が発生しやすい Li 石けん-シリコン油グリースを用いた。そして、内輪と軸、および外輪とハウジングのはめあいは、いずれもきつめの中間ばめとした。このため、玉軸受には小さいアキシャル荷重が加わった状態で、内輪は軸、外輪はハウジングにそれぞれ固定されている。なお、玉軸受には波形ばねによる予圧（アキシャル荷重）を加えなかった。

3. 実験結果

3.1 回転速度特性 はじめに、異常振動の性質を詳しく調べるために、実験室内の気温を 15~16°C に保持してモータの回転速度を細かく変える実験を行った。その結果得られた異常振動の周波数スペクトルおよび振動波形の例を図 2 に示す。この周波数スペクトル

Fig. 2 Frequency spectrum and wave form of abnormal vibration (Rotational velocity: 16.7 rps)

ルには、太い矢印で示す最も低い振動数 f_k をもつ大きい変位振幅の主成分のほかに、細い矢印で示す $2f_k$ および $3f_k$ の振動数をもつ成分が現れていることが分かる。この $2f_k$ および $3f_k$ の振動数をもつ成分の振幅は、主成分の振幅の 1/100 程度であり、非常に小さい。すなわち、異常振動は非常に少ない高調波振動を含んでいる。また、振動波形より、異常振動は正弦波に近い波形をもっていることも分かる。(a) のような異常振動の周波数スペクトルに現れる最も低い振動数のピークの振動数 f_k および振幅と回転速度の関係を図 3 に示す。図 3 には、縦軸にピークの振動数 f_k 、横軸に回転速度 f_r がとってある。図 3 中の○印の大きさは f_k の振動数をもつピークの振幅を示し、○印の大きいものほど振幅が大きいことを表す。また、図 3 中の直線は軸の回転速度 f_r または玉軸受の外輪に対する玉の通過の振動数 Zf_c の整数倍の直線を表す。ここで f_c は玉軸受の外輪に対する玉の公転速度、 Z は玉の個数を示す。なお、 $10f_r$ から $15f_r$ の直線の表示は、紙面の都合で f_r を省略した。図 3 より、以下のような異常振動の性質が得られる。

(1) 異常振動の振動数は、回転速度 f_r の整数倍の振動数 nf_r 、玉軸受外輪に対する玉の通過の振動数およびこの整数倍の振動数 nZf_c にほぼ相当している。ここで、 n は 1 以上の正の整数を表す。

(2) 異常振動の振幅は、その振動数が nf_r または nZf_c の線に良くのっているときに大きくなっている。

(3) おおまかに見ると、異常振動の振幅が大きいほど振動数が高くなる傾向がある。

上の(1)および(2)の性質より、異常振動は nf_r および nZf_c の振動数をもった強制力によって生ずると

Fig. 3 Vibration behavior at various rotational velocities

推定される。この強制力については、4・2節で考察する。次に、(3)の性質を詳しく調べるために、図3のデータより、異常振動の振幅と振動数 f_k の関係を求めた。その結果を図4に示す。図4より、異常振動の振幅は振動数の増加にしたがって増える傾向があることが分かる。

3・2 軸受部の温度の影響 緒言に述べたように、異常振動は温度の影響を受けることが知られている。そこで、実験室の気温を4段階に変化させ、玉軸受の温度を変えて実験を行った。各段階とも玉軸受の温度をほぼ一定に保つために、室内の気温を常に一定にし、モータの回転時間はできるだけ少なくした。モータの回転中における玉軸受の温度は直接測定できないので、軸受ハウジングの外周面(図1のH点)および軸受に近い回転軸の表面の温度を実験の前後に測定し、測定値の平均値を軸受部の温度とした。このような実験を行い、図4と同様に、異常振動の振幅と振動数 f_k の関係を求めた結果を図5に示す。異常振動の振幅が振動数の増加によって増える傾向は図4と同様であるが、軸受部の温度が低いほど振幅が大きく振動数が高い振動を発生する傾向があることが分かる。モータで温度の影響を大きく受けるものとして玉軸受に使用されている潤滑用のグリースが考えられる。したがって、異常振動の発生にはグリースの性質が関与していると推定される。

4. 解析および考察

4・1 異常振動の振動系 はじめに、異常振動の振動系を解明する。図6のように、実験用モータのロータは両側の単列深溝玉軸受6303 CMで支持されている。異常振動は回転軸の軸方向の振動なので、異常

Fig. 4 Relations of amplitude and frequency
(Room temperature: 15~16°C)

振動の振動系は、両側の玉軸受による回転軸の軸方向弾性をばねとし、ロータを質量とする軸方向の振動系であると推定される。この玉軸受による回転軸の軸方向のばねは、次の二つの異常振動の性質より、非線形ばねであると思われる。

(1) 振幅が大きいくほど振動数が高くなる傾向がある。

(2) おもな振動の成分の高調波振動の成分が存在する。

そこで、実験を行ったときと同じ状態でモータの回転軸の軸方向ばね特性を測定した。すなわち、図6における回転軸の左側の端面にフォースゲージで軸方向に右向きの力 F を加え、右側の端面の右向きの軸方向変位 x_s をダイヤルゲージで読みとった。その測定結果を示したのが図7である。図7では、明らかに硬い非線形ばねの特性が見られる。このような軸方向のばね特性は、軸方向のばね力を $F(x_s)$ とすれば、次式で表すことができる。

$$F(x_s) = kx_s + k_2x_s^2 + k_3x_s^3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

この式の k , k_2 , k_3 は定数である。これらの定数を図7のばね特性について求めた値を図中に記入した。

このような軸方向のばね特性は右方向と反対の左方

Fig. 5 Relations of amplitude and frequency
(Effect of temperature at bearing portion)

Fig. 6 Cross section of test motor

Fig. 7 Axial spring characteristics of shaft

向にも同様に現れる。したがって、モータに組み込まれた玉軸受による回転軸の軸方向の非線形ばねは、図8に示すように、原点に対して対称な硬い非線形ばねである。このため、モータの回転軸の軸方向のばね特性は、回転軸の軸方向変位を x 、軸方向のばね力を $K(x)$ とすれば、次式のようになる。

$$K(x) = kx + \text{sgn}(x) \times k_2 x^2 + k_3 x^3 \dots \dots \dots (2)$$

式(2)の $\text{sgn}(x)$ は符号関数を表し、 $\text{sgn}(x)$ は $x > 0$ の場合に1、 $x < 0$ の場合に -1 である。この符号関数は原点に対して対称な非線形ばねを表すために用いた。

ここで、振幅が非常に小さい場合における、玉軸受による回転軸の軸方向の非線形ばねとロータの質量で形成される軸方向の振動系の固有振動数 f_n を計算する。ロータの質量を m とすれば、 f_n は次式で求められる。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \dots \dots \dots (3)$$

この式に図7の k の値を入れ、 m は実測値の3.1 kgを用いると、 f_n は44.7 Hzとなる。そこで、異常振動の振動系を確認するために、図1の装置を用いて、静止したモータの回転軸の右端を軸方向に軽く打撃し、このときに生ずる回転軸の軸方向振動を測定した。その結果、振幅が非常に小さい場合における回転軸の振動の振動数は47.4 Hzであることが判明した。この値は上に述べた f_n の計算値の44.7 Hzにほぼ一致している。これより、異常振動の振動系は、玉軸受による回転軸の軸方向非線形ばねとロータの質量で形成される軸方向の振動系であると考えられることができる。なお、参考のために、モータの回転軸を軸方向に軽く打撃して得た回転軸の軸方向振動の測定値を■印で図4に記入した。■印の振幅は0.45 μmである。

Fig. 8 Axial spring characteristics of motor shaft

4・2 振動系に働く強制力 3・1節で述べたように、異常振動の振動数は、回転速度 f_r の整数倍の振動数 nf_r および玉軸受の外輪に対する玉の通過の振動数とこの整数倍の振動数 nZf_c に相当している。したがって、異常振動は、上の4・1節で明らかになった軸方向の振動系のロータに、 nf_r および nZf_c の振動数をもった強制力が加わって発生すると考えられる。ここでは、この nf_r と nZf_c の振動数をもった強制力について考察する。

まず、 nf_r の振動数をもった強制力はこの振動数からモータの電磁力によって生ずると推定される。そこで、モータの電磁力によって発生する振動について調べた。その結果、 nf_r の振動数をもった振動はモータの主磁束の不平衡吸引力によって発生することが明らかにされている⁽³⁾。この不平衡吸引力による nf_r の振動数をもった軸方向の強制力の発生機構の説明図を図9に示す。この説明図は、分かりやすくするために、ロータの偏心およびステータの傾きを誇張して描いている。いま、ロータが軸心Oに対して偏心しており(重心G)、さらにステータが垂直面(Y-Y面)内で傾いている場合を考える。ただし、ここでは簡単のために電磁力は均一であると仮定する。図9の(a)のようにロータの偏心方向が上に来たときは、ロータとステータの空げきはAの方がBよりも小さくなる。このため、右方向の不平衡吸引力 F が生ずる。反対に、図9(b)のようにロータの偏心方向が下に来たときは、空げきはDの方がCよりも小さくなり、左方向の不平衡吸引力 F' が生ずる。このように、ロータが1回転するごとにロータ軸には左右に1回の軸方向の強制

Fig. 9 Generating mechanism of magnetic exciting force

力が作用する。すなわち、ロータ軸の回転速度 f_r をもった軸方向の強制力が発生する。さらに、この不平衡吸引力は f_r の高調波すなわち n が 2 以上の nf_r の振動数をもったものもあることが知られている⁽³⁾。なお、図 9 ではステータが $Y-Y$ 面内で少し傾いている場合を考えたが、ステータがほかの面内で少し傾いている場合にも同様に nf_r の振動数をもった軸方向の強制力が発生することになる。したがって、ロータが偏心しており、さらにステータがある面内で少し傾いている場合には、モータの不平衡吸引力によって nf_r の振動数をもった軸方向の強制力が発生すると考えられる。

次に、 nZf_c の振動数をもった強制力を取り上げる。3・1 節で述べたように、この強制力は、玉軸受の外輪に対する玉の通過の振動数 Zf_c に関係しているので、玉軸受が原因で生ずると思われる。モータに組み込まれた 2 個の玉軸受には、それぞれロータの重量の 1/2 のラジアル荷重と小さいアキシャル荷重、すなわち合成荷重が加わっている。合成加重が加わる場合の玉軸受の振動については Yhland によって明らかにされている。表 1 に、Yhland の研究⁽⁴⁾ によって得られた、玉軸受の外輪軌道面の正弦波状のうねりによって生ずる振動の振動数を示す。表 1 の n および q は 1 以上の正の整数を表す。表 1 より、合成荷重が加わる場合には、外輪軌道面の 1 円周に nZ または $nZ \pm q$ 山の半径方向および軸方向の正弦波状のうねり（図 10 参

照）があると nZf_c の振動数をもった軸方向および半径方向の振動（Combined mode）が生ずることが分かる。したがって、 nZf_c の振動数をもった軸方向の強制力は玉軸受外輪軌道面の nZ または $nZ \pm q$ 山のうねりによって生ずると考えられる。

4・3 異常振動の発生とグリースの性質について
3・2 節の実験より、異常振動の発生は軸受部の温度に大きく依存するので、その発生には玉軸受の潤滑用グリースの性質が関与していると推定された。玉軸受が回転すると、合成荷重を受ける玉と軌道輪の接触面の間にはグリース油膜が生ずる。回転軸が軸方向に微小振動すれば、玉と軌道面との間に軸方向のすべりを生ずる⁽⁵⁾。このため、グリース油膜中に軸方向のせん断速度 $\dot{\gamma}$ が発生すると考えられる。そこで、使用したグリースのせん断応力 τ とせん断速度 $\dot{\gamma}$ の関係を温度を変えて測定した。測定には平行円板形レオメータ（Rheometric Scientific F. E. Ltd 製 ARES 100）を用いた。その測定結果を図 11 に示す。温度は三つの場合がのせてある。図 11 から、このグリースの τ は、 $\dot{\gamma}$ が約 3 (1/s) 以上になると、 $\dot{\gamma}$ の増加にしたがって減少する傾向があることが分かる。図 11 中の矢印は異常振動が発生していないときの f_n に近い振動（微小振動）の速度振幅から推定した $\dot{\gamma}$ の値を示す。この推定には、玉軸受単体の異常振動に関する研究⁽⁵⁾ の実験データを使用した。図 11 の矢印付近では、 $\dot{\gamma}$ の増加による τ の減少のこう配は温度が低いほど大きく

なる傾向が見られる。この減少のこう配は 10~15°C 付近で最も大きい。図 5 でも、温度が低いほど異常振動が発生しやすい傾向がある。したがって、異常振動は $\dot{\gamma}$ の増加による τ の減少のこう配が大きいほど発生しやすいと思われる。このような $\dot{\gamma}$ の増加による τ の減少は、 $\dot{\gamma}$ に比例する回転軸の振動速度によって負の減衰力（負性抵抗）が振動系に加わることを意味する。つまり、上のようなグリースの性質により、異常振動の軸方向の振動系に負の減衰力すなわち自励力が作用することになる。

4.4 異常振動の運動方程式および理論計算

以上の 4.1 節から 4.3 節より、異常振動は、式(2)で表される回転軸の軸方向の非線系ばねとロータの質量で形成される軸方向の振動系に、 $n f_r$ および $n Z f_c$ の振動数をもった強制力、とグリースの負の減衰による自励力が作用して発生すると考えられる。そこで、まず異常振動の運動方程式を導くことにする。

いま、回転軸の軸方向振動の変位振幅を x 、ロータ

の質量を m 、強制力の振幅を P 、強制力の角速度を一般に ω 、時間を t とし、 C_1 および C_2 を正の定数とすれば、異常振動の運動方程式は次式で表すことができる。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} - (C_1 - C_2 x^2) \frac{dx}{dt} + kx + \text{sgn}(x) \times k_2 x^2 + k_3 x^3 = P \cos \omega t \quad (4)$$

この式において、左辺第 2 項の $-C_1 dx/dt$ は自励力、第 3 項の $C_2 x^2 dx/dt$ は減衰力を示す。

式(4)を次の諸式を使用して無次元化し、整理をすると

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= C_1 / m \omega_n, \quad \lambda = C_2 / C_1, \quad \omega_n = \sqrt{k/m} \\ \alpha &= k_2 / k, \quad \beta = k_3 / k, \quad \Omega = \omega / \omega_n \\ \tau &= \omega_n t, \quad s = P / k \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} - \varepsilon(1 - \lambda x^2) \frac{dx}{d\tau} + x + \text{sgn}(x) \times \alpha x^2 + \beta x^3 = s \cos \Omega \tau \quad (6)$$

が得られる。

次に、式(6)の異常振動の運動方程式を用いて理論計算を行った。計算には、数値解析ソフトウェア MATLAB を使用した。式(6)の中の ε は、振動波形に関係するので、異常振動の正弦波状の波形より 0.1 とした。また、 λ は実験で得た C_1 と C_2 より求めた値

Table 1 Vibration frequencies excited by outer ring waviness

Type of imperfection	Order of waviness	Vibration frequencies	
		Radial mode	Axial mode
Outer ring waviness (radial and axial)			
Axial load	nZ		nZf_c
	$nZ \pm 1$	nZf_c	
Radial load	nZ	nZf_c	$nZf_c^{(*)}$
	$nZ \pm q$	nZf_c	$nZf_c^{(*)}$
Combined load	nZ	nZf_c (Combined mode)	
	$nZ \pm q$	nZf_c (Combined mode)	

Z : Number of balls f_c : cage rotational frequencies

$n \geq 1, q \geq 1$: arbitrary integers

(*) Only axial waviness will excite axial motion.

(a) Radial waviness (b) Axial waviness

Fig. 10 Kind of waviness

Fig. 11 Flow curves of Li soap/silicone oil grease (Effect of temperature)

を目安として変化させた。なお、 C_1 は異常振動が発生し始めるときの時間に対する振動波形より求め、 C_2 は図 2(a) のような異常振動の周波数スペクトルにおける主成分の形より求めた。非線形ばね特性を表す α と β は図 7 の k, k_2, k_3 より求め、 s は異常振動が発生していないときの f_n 付近の振動数をもった振動の振幅の値を参考にした。そして、 Ω は異常振動が発生する範囲内で変えた。このようにして異常振動の理論計算を行った結果を図 4 および図 5 に実線で記入した。両図において、計算値は実験値の傾向とほぼ一致している。したがって、異常振動は、モータに組み込まれた玉軸受による回転軸の軸方向の非線形ばねとロータの質量より形成される軸方向の振動系の強制自励振動⁽⁶⁾であることが明らかになった。

5. 結 言

以上の実験結果、解析および考察より、玉軸受を使用したモータに発生する回転軸の異常振動について次のような結論を得る。

(1) 異常振動は、モータに組み込まれた玉軸受による回転軸の軸方向の非線形ばねとロータの質量より

形成される軸方向の振動系の強制自励振動である。

(2) (1) の軸方向の振動系に加わる強制力はモータの電磁力および玉軸受の外輪軌連面のうねりによって生ずると考えられる。また、軸方向の振動系に作用する自励力は、玉軸受に使用されているグリースのせん断応力がせん断速度の増加にしたがって減少するグリースの性質によって発生すると考えられる。

終わりに、本研究に助言と協力をいただいた長岡技術科学大学機械系助教授 太田浩之先生、協力された長岡技術科学大学大学院学生 堀内哲也君および学部学生サファリサアド君に深く感謝します。

文 献

- (1) Lohmann, G., *Konstruktion*, 5-3(1953), 85-90.
- (2) 五十嵐昭男・飯田幸作, 機論 (第 1 部), 25-155(1959), 675-680.
- (3) 倉橋俊彦・石井康義, 機械設計, 12-6(1968), 31-41.
- (4) Yhland, E., *Trans. ASME, J. Tribology*, 114-4(1992), 348-359.
- (5) 五十嵐昭男・板垣貴喜・ほか 3 名, 機論, 63-616, C (1997), 250-256.
- (6) 古屋茂・南雲仁一, 岩波講座現代応用数学非線型振動論 (1957), 98, 岩波書店.