三次元座標測定機の精度に及ぼす温度環境の影響* (室温の異なる環境における誤差分布の変化とその補正)

大 矢 誠^{*1}

Thermal Effects on the Accuracy of Three-dimensional Coordinate Measuring Machine (Changes and its Compensation of Error Component Distribution in Various Thermal Environments)

Makoto OHYA

Thermally induced structural changes due to variations in the operating environment affect the measuring accuracy of three-dimensional coordinate measuring machine (CMM). The effects of temperature changes on the machine's structure and performance are very complex. It can often be difficult to find a complete relation between the change of error components of CMM and thermal effects because of the structural complexity of CMM. Various approaches have been taken by CMM manufacturers to cope with the problem of thermal error. One aim to compensate thermal effects is to guarantee the use of CMM not only in temperature controlled environments but also in workshop or workshop inspection area, where temperature variations are likely to be much greater. For the purpose of the compensation for thermal effects, it is necessary to have a clear grasp of the relation between changes of machine structure and temperature changes. In this paper the results of error component distribution measured in various thermal environments is shown and correction models to compensate the effects of temperature changes is proposed. The model assumes that the expansion/contraction of scales in each axis direction and the changes of squareness due to thermal changes are main causes of the changes in error components. Significant improvements in the accuracy of CMM can be achieved by the application of the proposed correction model.

Key Words: Accuracy, Measurement, Three-Dimensional Coordinate Measuring Machine, Temperature Change, Error Vector, Error Compensation, Correction Model, Positioning Error, Squareness

1. 緒 言

加工・計測において温度環境は大きな誤差要因である。工作機械の場合には、加工点における発熱や駆動部など多くの熱源があり、変形量も大きくなるため、温度変化の機械構造への影響やその補償に関して多くの研究が行われている^{(1)~(5)}。一方、形状計測に用いられる三次元測定機では、室温の変化が測定精度に大きく影響する。三次元測定機的设计段階においては熱的に平衡な構造が追求されているが、熱変形対策はそれぞれのメーカーによって異なる方法が採られているようである⁽⁶⁾。

三次元測定機は特に大きな熱源をもつわけではないので熱変形量は小さく、室温変化による測定機の変形を正確に捉えることが難しい。そのため、温度環境による精度の変化を補償する手法も十分確立しているとはいえない^{(7)~(9)}。そこで、本研究では、室温を大きく

変化させて測定機の変形挙動を拡大・強調し、これを捉えることを試みた。この結果を室温変化が小さい場合にそのまま当てはめることはできないが、温度の変化量と測定機の変形量にはある程度の線形関係が期待できるので、本測定結果は微少な室温変化に対する精度補償のための基礎資料としても意味をもつものと考えられる。

温度変化の影響が補償できれば、加工現場など測定室と異なる温度環境での使用も可能になり、三次元測定機の利用範囲を拡大できる。さらに、室温の変動は偶然誤差の大きな要因と考えられるが、より一層の高精度化のためには、この影響を補償する必要がある。最近では、温度変化による精度の変化をソフトウェア的に補償しているメーカーもあるが⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾、直角度なども含めた測定機の幾何学的な構造の変化をどのように補正しているかは明確にされていない。このような補正を行う場合にも、さまざまな幾何学的誤差要因のうち、温度環境によっておのおのの要因がどの程度変化するかを明らかにしておけば、支配的な誤差要因に配慮しながら測定機の校正や測定作業を行うことがで

* 原稿受付 1998年2月12日。

*1 正員、新潟大学工学部(〒950-2181 新潟市五十嵐2-8050)。
E-mail: oya@eng.niigata-u.ac.jp

き、より効果的な補正が可能になると思われる。

本研究では室温の異なる環境での三次元測定機の精度を補償することを目的として、室温変化と測定機の精度との関係を把握し、誤差の変化を補正する手法について検討する。そのために、測定室温を変えて三次元測定機の誤差分布を実測し、標準状態（20℃）との相違について調べた。また、軸方向の伸縮と直角度の変化を考慮した簡便な誤差補正モデルを提案し、実測結果に適用してその妥当性を検証した。

Fig. 1 Three-dimensional coordinate measuring machine (Type A) used in experiments

Fig. 2 Temperature Change with Operating Time

2. 誤差分布の測定法

2・1 測定対象と測定環境 図1に示すようなブリッジ形構造の三次元測定機を測定対象とした。本機は、ガラス製リニアスケールをもつ、転がり軸受による送り案内方式のマニュアル機である。なお、比較のために、同様の構造をもつ金属製スケールの空気軸受案内方式の機種についても実験を行った。以後、両者を区別する際には、ガラススケールの機種をA機、金属スケールの機種をB機と呼ぶことにする。なお、各軸のスケールは両機とも図1に示した位置にあり、測定にはどちらもタッチプローブを用いた。

測定は恒温室で行い、空調機の温度設定を変更して室温を変化させた。このとき、空調機からの吹き出し流量・方向の調整や室内上下の温度差解消などは特に行っていない。

三次元測定機および室温の変化のようすを知るために、測定機のX軸スケールおよびXキャリッジの表面、測定空間の中央部と空調機の吹き出し口付近の計4箇所に熱電対を設置し、温度を測定した。図2は、測定機器類を立ち上げた時間から5時間経過までの温度変化のようすを示したものである。測定者の存在や機器の発熱のために、吹き出し口以外の温度は漸増する。この図では約1℃の温度上昇が見られるが、経過時間が長くなると、最大2℃程度温度が上昇する場合もある。また、測定機表面は室温に比べて温度変動は小さいが、漸増の傾向が大きい。以下に述べる測定結果は、これらの時間帯の中で繰り返し測定を行い、その結果を平均したものである。

図3は空調機の設定温度を20℃から25℃に変更した場合の温度変化を示したものである。空調機の吹き出し口と測定空間中央部の空気温度はすぐに設定温度まで変化するが、測定機表面は定常状態になるまでに5時間以上を要し、その時点でも空気温度との間には

Fig. 3 Temperature Change in the case of Adjusting Temperature Control System

約 1°C の差が見られる。なお、室温を変化させた場合には、測定機およびゲージ類の温度が一定になるまで十分な時間をかけて温度ならしを行い、その後 2.2 節に後述する方法によって誤差分布を測定した。A 機については、室温を $20, 23, 25, 30^{\circ}\text{C}$ の 4 段階に設定し、また、B 機については、 $17, 20, 23, 25^{\circ}\text{C}$ の 4 段階の温度レベルで測定を行った。

2.2 測定方法 図 4 に A 機の誤差分布を示したが、この図のように $(X;320, Y;240, Z;160)\text{mm}$ の測定範囲を各軸とも 80mm 間隔に分割した格子点における 3 軸方向の誤差成分を求めた。このとき、原点 P_0 は誤差のない基準点とし、これと X 軸上の点 P_1 を通る直線を X 軸、点 P_0, P_1 および XY 面上の点 P_2 の計 3 点を通る平面の法線を Z 軸とする座標系を定め、基準長さとしてブロックゲージやステップゲージを用いた寸法測定の結果から誤差分布を求めた⁽¹²⁾。

B 機については、いくつかの測定位置・方向に限って、温度変化による寸法測定誤差の変化を測定した。測定位置は、 X 軸方向 (P_0-P_1)、 Y 軸方向 (P_0-P_2)、 Z 軸方向 (P_0-P_4)、対角方向としては XY 断面における (P_0-P_3) と (P_2-P_1)、 XZ 断面における (P_0

$-P_6$)、 YZ 断面における (P_0-P_6)、および測定空間の対角方向 (P_0-P_7)、の計 8 箇所である。なお、寸法測定誤差は、測定に用いたゲージ類の 20°C における寸法を基準値として算出した。

3. 温度環境と誤差分布の変化

3.1 誤差分布の変化 図 4 は、室温を変えた場合の A 機の誤差の各軸成分を 3 箇所断面 ($X=0, Y=0, Z=160\text{mm}$) について示したものであり、温度変化に伴う誤差分布の変化が概観できる。

対象とした A 機の標準状態 (20°C) における誤差分布は、図 4(a) に見られるように、誤差の X 軸成分が大きい。それが Y および Z 軸方向にほぼ直線的に増加しているのは、 $X-Y$ 、 $X-Z$ 軸間の直角度によるものと考えられる。また、誤差の Z 軸成分はほとんど目立たない程度である。図 4(b)~(d) は測定室温が上昇したときの誤差分布である。これによれば、室温が 20°C の時に見られた分布の特徴が大きく変わることはないが、誤差が全体に増加していくことがわかる。

図 5 は、室温 30°C と 20°C における誤差の差を示し

Fig. 4 Error component distribution (Type A)

Fig. 5 Difference of error components between the environment of 30°C and 20°C (Type A)

Fig. 6 Changes of errors in distance measurements on each axis directions (Type A)

たものである。各軸の誤差成分はその軸の座標値にほぼ比例して増加しているが、それぞれの軸によって比例定数は異なるようである。測定範囲が X, Y, Z について $4:3:2$ であることを考えると、 Y 軸方向の変化は X 軸方向に比べて大きく、さらに Z 軸成分の変化が大きくなっている。

3・2 寸法測定誤差の変化 測定室温を4段階に変え、測定空間内のさまざまな位置・方向に長さの基準ゲージを置いて寸法を測定した。図6と7はA機についての28箇所での寸法測定誤差をおおのこの室温について示したものである。図6は座標軸に沿う方向の測定誤差を、図7は対角方向の測定誤差を示している。両図の横軸は測定位置に付けた通り番号であり、その位置は図中下部に通し番号とともに太い実線で示してある。

軸に沿う方向の寸法測定誤差を示す図6によれば、 Y 軸方向は X 軸方向よりも測定長さが短いにもかかわらず伸びが大きく、 Z 軸方向の測定長さは X 軸方向の半分であるが伸びは同程度であり、方向によって伸縮の割合が大きく異なっている。 X 軸方向では測定番号1, 2 ($Z=0$ mm 断面) と3, 4 ($Z=160$ mm 断面) の寸法測定誤差に大きな違いがある。図2からわかるように、この変化は Z 軸方向に直線的に表れ、 Y 軸方向には変化しない。したがって、 X キャリッジの移動に伴うピッチングによるものと考えられる。高さ (Z) 方向の差160 mmに対して両端の指示精度に約12 μmの差があるので、15秒程度の角度誤差に相当するが、室温が変化してもこの差は同じように現れている。

図7は対角方向の寸法測定誤差を示したものであ

Fig. 7 Changes of errors in distance measurements on diagonal lines (Type A)

Fig. 8 Changes of positioning error on each axis direction at intervals of 80 mm (Type A)

Fig. 9 Change of squareness versus room temperature (Type A)

り、2軸以上の誤差の変化を同時に観測していることになる。誤差の値そのものは測定位置・方向によって大きく異なっているが、図6と同様に室温が高くなるにつれて誤差は増加する。

3・3 指示精度の変化 図8はA機の各軸の指示精度を80mm間隔に測定した結果をそれぞれの室温ごとに示したものである。指示精度は温度差にほぼ比例して変化し、各軸方向の分布のようすが変わることはない。また、いずれの軸方向でも20°Cと23°Cにおける差が小さく、特に測定位置80mmと160mmでその傾向が強い。それに対して20°Cからの温度差が大きい25°C、29°Cの場合、および測定長さが長い場合は、指示精度は温度差に比例した変化を示している。

3・4 直角度の変化 先に求めた誤差分布より、各2軸のそれぞれ2箇所での誤差の値に基づいて直角

Fig. 10 Changes of positioning error versus room temperature (Type A)

Fig. 11 Changes of positioning error versus room temperature (Type B)

度を求めた。図9は、横軸に測定室温をとり、A機の直角度の変化を示したものである。室温変化に伴う直角度の変化が最も大きいのはY=240mmの断面におけるX-Y軸間の直角度であり、その変化の幅は168(μm/100mm)である。このときの温度差が10°Cであるから、直角度の変化はよく抑えられているということが出来るが、温度変化に対して必ずしも直線的に変化していないことも事実である。

3・5 平面度の変化 精密定盤を基準平面として、室温を変えて各軸直角断面における平面度を調べた結果、どの断面についても大きな変化は見られなかった。平面度の変化が比較的大きいのはY軸断面であったが、その最大値は約2μmであった。その他の断面ではさらに変化が小さく、測定のばらつきと同程度である。したがって、検査対象とした機種では室温が変わっても平面度の変化はないと判断して良い。

3・6 寸法測定誤差の変化要因 図10と11は、

A機とB機についての6箇所(測定位置番号1, 5, 13, 17, 21, 25)の寸法測定誤差を示したものであり, 横軸は室温である。図10(A機)では誤差がほぼ平行な右上がりの直線状の分布になっているが, 図11(B機)では温度変化に対する誤差の変化は小さく, 測定位置によってはほとんど変化しないこともある。

図10に見られた寸法測定誤差の変化の原因として, A機に用いられているガラススケールの線膨張係数($7.8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)と測定機本体の値($11.5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)の違いが考えられる。このガラススケールは2箇所の取付部でキャリッジに固定され, 測定機本体とは空間的に離れている。A機の測定結果より各軸の伸縮割合を求めてみると, X, Y, Z についてそれぞれ0.23,

0.35, $0.38(\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C})$ となり, Z 軸については測定機本体とスケールの線膨張係数の差がそのまま測定結果に現れている。一方, B機の金属スケールは各軸の案内面に直接貼り付けてあるので, スケールと測定機本体がほぼ同じように伸縮するものと考えられる。

4. 誤差補正法と補正結果

4・1 誤差ベクトルの表現 位置 $X(X, Y, Z)^T$ における誤差の各軸成分を誤差ベクトルとして扱うことにし, これを $\Delta X(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T$ と表現する。直交型構造の三次元測定機の誤差ベクトルは, 各軸の位置決め誤差, 直角度, キャリッジの移動に伴う角度誤差(ロール, ピッチ, ヨー)によって次のように表すことができる⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1(X) & +K_2 \cdot Y & +K_3(X, Y, Z) \cdot Z \\ K_4(Y) \cdot X & +K_5(Y) & +K_6(X, Y, Z) \cdot Z \\ & & K_7(Z) \end{bmatrix} \cdots \cdots (1)$$

ここに, 右辺対角の係数 K_1, K_5, K_7 はそれぞれ X, Y, Z 軸の位置決め誤差であり, 後続の $(X), (Y), (Z)$ はこれらの係数がそれぞれの位置の関数であることを示している。係数 K_2 は X 軸に対する Y 軸の直角度を表し, これは定数である。また, X 軸に対する Z 軸の直角度と Y 軸に対する Z 軸の直角度は位置によらない定数としてそれぞれ K_3 と K_6 に含まれるが, 両係数はさらに各軸の角度誤差の影響も含む。例えば, K_3 には X 軸ピッチング, Y 軸ローリング, Z 軸の XZ 面内での角度誤差が含まれる。したがって, K_3 と K_6 はキャリッジの位置の関数となる。 K_4 はキャリッジのヨーイングであり, これは Y 軸に沿って変化する。なお, 式(1)には含めていないが, 誤差の各軸成分には, その軸以外の2軸方向の真直度も影響を及ぼす。

4・2 誤差補正法 室温の変化による誤差の変化を補正するために式(1)をそのまま用いようとすれば, 測定機が用いられる温度環境ごとに位置決め誤差や角度誤差などを測定点位置の関数としてあらかじめ求めておく必要があり, 煩雑である。本研究では, 標準状態における誤差分布を既知として, 測定室温の変化による誤差の変化分だけを補償することを考えて補正方法の簡略化を図る。

室温の変化でまず考えられるのは, 測定機の伸縮である。また, 測定機の構造の変化に伴う直角度の変化も大きな誤差要因となる。一方, 各軸の真直度やキャリッジの移動に伴う角度誤差は, おもに測定機各軸の案内面を構成する部材の形状に依存すると考えられる。室温が変化しても部材の局所的な形状変化は少ないと思われるので, これらの変化は小さいことが期待できる。そこで, ある温度レベル($T^{\circ}\text{C}$)と標準温度($S^{\circ}\text{C}$)におけるおのおのの誤差ベクトルの差(ΔT)をとれば, 式(1)の係数に含まれる角度誤差および真直度の影響は相殺されるので, ΔT は次のようにモデル化できる。

$$\Delta T = \begin{bmatrix} \Delta X_T - \Delta X_S \\ \Delta Y_T - \Delta Y_S \\ \Delta Z_T - \Delta Z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \cdot X + C_2 \cdot Y + C_3 \cdot Z \\ C_4 \cdot Y + C_5 \cdot Z \\ C_6 \cdot Z \end{bmatrix} \cdots \cdots (2)$$

異なる室温における誤差の差を取ることで, 軸方向の伸縮を示す右辺対角項は各軸の距離に比例する形となり, 非対角項には直角度の変化だけが残る。したがって, 式(2)右辺の係数はすべて一定値となり, 誤差の補正を単純化できる。

4・3 補正係数の決定 式(2)の係数 $C_1 \sim C_6$ は各温度レベルでの位置決め誤差と直角度を直接測定することによって得られるが, 長さの基準ゲージを測定した結果からも知ることができる。すなわち, それぞれの室温($T^{\circ}\text{C}, S^{\circ}\text{C}$)で, ブロックゲージなどのゲージの端面を点 $X_i(X_i, Y_i, Z_i)^T$ と点 $X_j(X_j, Y_j, Z_j)^T$ の位置において寸法を測定し, 寸法測定誤差 d_{ij} を求めておく。基準温度($S^{\circ}\text{C}$)と $T^{\circ}\text{C}$ の温度レベルにおける同位置・同方向の測定誤差の差 $(d_{ij})_T - (d_{ij})_S$ を $(\delta_{ij})_T$ とおけば, 係数 $C_1 \sim C_6$ を測定値(未知数)とする次の測定方程式が得られる。

$$l\{C_1(X_j - X_i) + C_2(Y_j - Y_i) + C_3(Z_j - Z_i)\} + m\{C_4(Y_j - Y_i) + C_5(Z_j - Z_i)\} + nC_6(Z_j - Z_i) = (\delta_{ij})_T \dots\dots\dots (3)$$

ここに、ベクトル $(l, m, n)^T$ は $\overline{X_i X_j}$ 方向の単位ベクトルである。測定方向を変えて6とおり以上の測定結果から得られる式(3)を連立させて解くことによって、係数 $C_1 \sim C_6$ を定めることができる。

4.4 誤差補正の結果 4.3節に述べた寸法測定による方法を用いて、A、B両機について係数 $C_1 \sim C_6$ を求めた。A機では28とおりの寸法測定の結果を用い、B機では8とおりの寸法測定の結果を用いて、おのおの20°Cを基準温度としてほかの室温における式(2)の補正係数を求めた。A機についてはB機と同様に8とおりの寸法測定の結果からも係数を求めてみたが、28とおりの場合と大きな差はなかった。

図12と13は、A機とB機について求めた係数 $C_1 \sim C_6$ を、室温を横軸として示したものである。両図を比較すると、A機はB機に比べて温度変化の影響が大きく、特に軸方向の伸縮を示す係数 C_1 、 C_4 、 C_6 の変化が大きいことがわかる。これに対して直角度の変化は両機とも小さい。A機の係数 C_5 にはやや凹凸が見られるが、そのほかは両機とも温度に対してほぼ

直線的な変化を示している。

図14は、式(2)右辺の非対角項を無視して、軸方向の伸縮だけを考慮した場合のA機の補償精度を示したものである。この図では寸法測定誤差の実測値 $(d_{ij})_T$ を横軸に取り、式(2)より求めた誤差の変化分から計算した推定値を縦軸に取っている。したがって、プロット点が原点を通る傾き1の直線上にあれば誤差の変化を完全に補償できていることになる。図14から、誤差の推定値は実測値をやや上回る傾向にあり、多少のばらつきも見られるが、軸方向の伸縮を補正するだけでも十分な精度で誤差の補償ができることがわかる。なお、 $C_1 \sim C_6$ をすべて用いた場合、実測値と推定値の差は表1に示すように偏りもなくなり、補償精度はさらに向上する。

5. 結 論

測定室温が標準状態と異なる場合の三次元測定機の誤差に関して実験を行い、誤差の変化を補正する方法について検討した結果、以下のことが明らかになっ

Table 1 Accuracy of error compensation of Type A (difference between measured value and estimated value)

Room Temperature (°C)	Average of Difference (μm)	Standard Deviation (μm)	Maximum of Difference (μm)	Minimum of Difference (μm)
22.8	0.0	0.4	1.3	-0.7
25.3	0.0	0.5	1.3	-0.9
29.5	0.0	0.6	1.1	-1.1

Fig. 12 Coefficients of eq. (2) versus room temperature (Type A)

Fig. 13 Coefficients of eq. (2) versus room temperature (Type B)

Fig. 14 Accuracy of Error Compensation of Type A (Relation between Measured Error Value and Estimated Error Value)

た。

(1) 測定対象とした A 機は寸法測定誤差が室温に比例して変化し、変化の割合はそれぞれの軸によって異なる。一方、B 機では寸法測定誤差の変化はほとんど見られず、機種によって明確な違いがある。この原因として、スケールの材質や本体への取り付け方法の違いが考えられる。

(2) 測定対象とした機種では、測定室温が変化しても、その温度がほぼ一定に保たれていれば、測定機の構造に関わる直角度・平面度・キャリッジ移動に伴う角度誤差などは室温変化の影響を受けにくいことがわかった。

(3) 誤差ベクトルを幾何学的な誤差要因によって表現し、それに基づいて誤差の補正方法を検討した。そして、標準温度と任意の温度における誤差の差を表現する簡潔な誤差補正式を得た。また、長さの基準ゲージを測定して補正式の係数を求める方法を示した。

(4) 実測結果を用いて補正式の係数を求め、補償精度を調べてみた。その結果、異なる温度環境での寸法測定誤差を標準偏差 $1\mu\text{m}$ 以下の精度で推定することができた。

以上述べたように、測定室温がほぼ一定であれば、それが標準状態と異なる温度であっても、簡単な補正方法で誤差の変化を予測できることが確認できた。構造が直交形であれば、本報で測定対象としたブリッジ型構造以外の場合にも同様の手法で対応できる。組立て調整時と異なる温度環境で三次元測定機を使用するような場合には有効な方法であると考えられる。

本報では室温一定の場合についての検討を行ったが、実用上は時間的に変動する温度環境への対応が重

要になる。その場合には式(2)の補正係数を温度の関数として扱うことで対応できるのではないかとと思われる。ただし、これらの係数は室温のほかに、その変動周期や変化率等にも依存し、さらに測定機と被測定物の熱容量の違いなども考慮する必要があるもので、これについては今後の課題であると考えている。

文 献

- (1) 幸田盛堂・ほか2名, レーザ光の反射光点変位検出による工作機械コラムの熱変位制御, 精密工学会誌, **55**-9(1989), 1706-1711.
- (2) 松尾光恭・ほか2名, マシニングセンタの温度分布測定による熱変位補正, 精密工学会誌, **57**-3(1991), 550-555.
- (3) 是田規之・ほか3名, 熱平衡壁板を利用した室温変動による工作機械の熱変位抑制に関する研究, 精密工学会誌, **60**-6(1994), 853-857.
- (4) 森脇俊道・ほか2名, ニューラルネットワークによる工作機械の熱変形予測, 機論, **61**-584, C(1995), 1691-1696.
- (5) 堀三計・ほか2名, 工作機械の熱変形量推定に関する研究, 機論, **63**-608, C(1997), 1391-1396.
- (6) 上野滋, 三次元測定機に求められる機能, 機械と工具, **10**, (1990), 18-21.
- (7) Harvie, A., Factors affecting component measurement on coordinate measuring machine, *Precision Engineering*, **8**-1(1986), 13-18.
- (8) Kunzmann, H. and Waldele, F., Performance of CMMs, *Ann. CIRP*, **37**-2(1988), 633-640.
- (9) Balsamo, A., Marques, D. and Sartori, S., A Method for Thermal-Deformation Corrections of CMMs, *Ann. CIRP*, **39**-1(1990), 557-560.
- (10) 伊藤嘉朗, 3次元測定機の動向, 機械技術, **39**-11(1991), 45-49.
- (11) 三浦信行, ワークショップでの三次元計測“SWIFT”, 機械と工具, **10**(1990), 29-31.
- (12) 大矢誠・ほか2名, 三次元座標測定機の精度向上に関する基礎的研究(誤差ベクトル分布の測定法), 機論, **52**-473, C(1986), 336-343.
- (13) Zhang, G. X., A Study on the Abbe Principle and Abbe Error, *Ann. CIRP*, **38**-1(1989), 525-528.