磁気浮上物体に生じる係数励振の安定化*

藪野 浩 司^{*1}, 酒 井 宏^{*2}, 青 島 伸 治^{*1}Stabilization for the Parametric Resonance
of a Magnetically Levitated Body

Hiroshi YABUNO, Hiroshi SAKAI and Nobuharu AOSHIMA

This paper is devoted to the study of a stabilization for the parametric resonance of a magnetically levitated body subjected to periodically varying magnetic force. A pendulum, which is actuated under a proposed bifurcation control, is attached to the body. The dynamics of this control system is analyzed using the method of multiple scales, and the bifurcation set is derived from the amplitude equation. By the bifurcation control, the bifurcation set, i. e., the unstable region, is shifted and the parametric resonance is stabilized. Furthermore, it is experimentally verified that the parametric resonance is stabilized under the above control scheme. It is also clarified that this stabilization is effective on the passage through parametric resonance.

Key Words: Parametric Excitation, Nonlinear Vibration, Electromagnetic-Induced Vibration, Bifurcation, Bifurcation Control, Bifurcation Set, Amplitude Equation, Method of Multiple Scales

1. は じ め に

近年, 反発磁気浮上力を受ける物体の振動解析の研究が盛んに行われている. この系の特徴は磁気浮上力が等価的に非対称な非線形復元力として物体に作用する点にある. したがって, その解析法および解析結果は, 磁気力に限らず一般的な非対称非線形復元力を受ける物体 (例えば非対称な非線形ばねで支持された物体) のそれらに広く対応する. Yabuno らは, 復元力に 2 次の非線形成分が存在するとそれに起因して加振方向と物体の運動方向が同一であるにもかかわらず, 係数励振振動が発生することを理論的ならびに実験的に示した⁽¹⁾. 吉沢らは, 上下運動とピッチング運動が可能な磁気浮上物体について, その固有振動数比が 1:2 の場合に注目し, 内部共振発生時における定常状態を理論的ならびに実験的に検討している⁽²⁾. さらに吉沢らは, 同種の系に対して概周期振動の発生を理論的に予測し, ポアンカレ写像を用いてその特徴を実験

的ならびに理論的に明らかにしている⁽³⁾. また, Xu らは磁気浮上力を受ける物体のカオス振動を理論的ならびに実験的に明らかにしている⁽⁴⁾. 一方, 以上のような磁気浮上力の非線形性に本質的に起因して発生する非線形振動現象の解析に関する研究に比べ, その安定化法を検討した研究は非常に少なく, 著者らの知る限りでは, Yabuno らのオートパラメトリック吸振器を用いた 1/3 次分数調波共振の安定化に関する研究⁽⁵⁾があるにすぎない. そこで, 本研究では, 磁気浮上力を受ける物体に生じる係数励振振動の安定化法を理論的ならびに実験的に提案する. 安定化の手法としては, Yabuno らが理論的に提案した係数励振振動に対する分岐制御法⁽⁶⁾を適用し, 分岐集合の移動によりその安定化を試みる. 制御力の発生には振り子状のアクチュエータを用いる. まず制御システムの運動方程式を導出し, これを多重尺度法⁽⁷⁾を用いて解析することにより振幅方程式を導く. そして, 得られた振幅方程式をもとに, 浮上物体に生じる係数励振の安定化法を分岐制御理論を用いて構築する. さらに, 簡単な模型を用いて, 提案した手法によって係数励振の安定化が可能なことを実験的に確認する. 最後に本手法の共振点通過時における有効性について実験により言及する.

* 1997 年 7 月 26 日 D and D Conference において講演, 原稿受付 1997 年 10 月 20 日.

^{*1} 正員, 筑波大学構造工学系 (☎ 305-8573 つくば市天王台 1-1-1).

^{*2} 学生員, 筑波大学大学院.

E-mail: yabuno@aosuna.esys.tsukuba.ac.jp

2. 制御系の理論解析

2・1 制御系のモデル 図1に示すような磁気浮上物体⁽¹⁾⁽²⁾を考える。物体の運動は鉛直方向のみに拘束され、静止直交座標系の原点Oを物体の静的平衡状態での振り子状のアクチュエータ（以下簡単に振り子と呼ぶ）の支点とする。初期状態すなわちモータの電流が零の状態では、振り子はモータのギヤの摩擦力により水平位置にあるものとする。またこのときの物体の線形の固有振動数を Ω_z とする。静的平衡状態での基盤と物体の磁石の間げきを z_{st} とし、振り子の角度 θ （微小とする）は y 軸まわりに z 軸から測定する。本研究では、基盤の磁石を $z_b = z_{b1} \cos Nt$ で上下に加振する場合を考える。

2・2 制御系を支配する運動方程式の導出 振り子を動かすモータのトルクを

$$\tau = -\tau_f - \tau_{st} \dots\dots\dots (1)$$

とおく。モータのギヤに存在する摩擦トルクは $-rm(\dot{z} + g)$ で表されるものと仮定し、 τ_{st} はこれを補償するためのトルクで、 τ_f はフィードバックによるモータのトルクであり、それぞれ

$$\tau_{st} = rm(\dot{z} + g), \tau_f = \tau_1 \frac{dz}{dt} + \tau_2 \theta + \tau_3 \frac{d\theta}{dt} \dots\dots (2)$$

とおく。なお以下に示される無次元運動方程式から明らかにようにフィードバック $\tau_1 dz/dt$ は z 方向の運動の減衰力と等価であり、 $\tau_2 \theta$ と $\tau_3 d\theta/dt$ は振り子を減衰振動系にする役割をもつ。係数励振の安定化において重要なのはフィードバック τ_1 であり、本章の主たる目的はゲイン τ_1 の設計法を理論的に明らかにすることにある。図1の系についてラグランジュの方法を用いて運動方程式を導出し、無次元運動方程式を求め

る。代表時間を $1/\Omega_z$ 、代表長さを z_{st} とし、 $t^* = \Omega_z t$ 、 $z^* = z/z_{st}$ とおく。さらに、無次元パラメータ $m^* = m/(m+M)$ 、 $r^* = r/z_{st}$ 、 $\omega^2 = g/(r\Omega_z^2)$ 、 $\nu = N/\Omega_z$ 、 $\varepsilon = z_{b1}/z_{st} (\ll 1)$ 、 $\tau_f^* = \tau_f/mrg = \tau_1^* \dot{z}^* + \tau_2^* \theta + \tau_3^* \dot{\theta}$ を用いると、無次元方程式は $O(z^{*2})$ および $O(\theta^2)$ の精度で以下のように書き表せる（ $\cdot$ は無次元時間に対する微分を意味する）。

$$\begin{aligned} \ddot{z}^* = & -(z^* - \varepsilon \cos \nu t^*) - a_{zz}(z^* - \varepsilon \cos \nu t^*)^2 \\ & + \frac{2}{3} m^* r^* \omega^2 \theta^2 - \varepsilon m^* r^* \omega^2 (\bar{\tau}_1 \dot{z}^* + \bar{\tau}_3 \dot{\theta}) \\ & - m^* r^* \omega_0^2 \theta - \varepsilon \bar{\mu}_z \dot{z}^* \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & -\omega_0^2 \theta - \frac{1}{2} \omega^2 \theta^2 - \varepsilon \omega^2 (\bar{\tau}_1 \dot{z}^* + \bar{\tau}_3 \dot{\theta}) - \varepsilon \bar{\mu}_\theta \dot{\theta} \\ & \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、静的平衡状態の無次元磁石間距離に対する、磁石間距離の無次元変化 $(z^* - \varepsilon \cos \nu t^*)$ のべき乗に比例した項はクーロンの法則によって得られた磁気力をテーラー展開することによって求められる項で上式では2次の非線形項まで考慮している。さらに、上式を $O(z^*)$ および $O(\theta)$ の精度で書き直すと、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{z}^* + (1 - 2\varepsilon a_{zz} \cos \nu t^*) z^* + m^* r^* \omega_0^2 \theta \\ = \varepsilon \cos \nu t^* - \varepsilon \bar{\mu}_z \dot{z}^* - \varepsilon m^* r^* \omega^2 (\bar{\tau}_1 \dot{z}^* + \bar{\tau}_3 \dot{\theta}) \\ \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = -\varepsilon \bar{\mu}_\theta \dot{\theta} - \varepsilon \omega^2 (\bar{\tau}_1 \dot{z}^* + \bar{\tau}_3 \dot{\theta}) \dots\dots (6)$$

ここで、式(5)の $\cos \nu t$ に比例した係数励振項は磁気力の物体の変位に関する二次の非線形項によって生じる項である⁽⁸⁾。 a_{zz} は、クーロンの法則による磁力の式を磁石間距離でテーラー展開したときの、二次の非線形成分の大きさを表す無次元係数⁽⁸⁾であり磁石の幅、厚さから決まる。ところで一般に係数励振では、前報⁽⁶⁾で議論されているように、振幅応答（Force response）の共振点通過（加振振動数：固定、加振振幅：スイープ）の場合を除いて、すなわち周波数応答（Frequency response）の共振点通過（加振振動数：スイープ、加振振幅：固定）の場合と振動数と振幅がともに固定されている場合には、安定化法の構築に際し運動方程式中の物体の変位に関する非線形項を無視できる。そこで本研究では係数励振の安定化制御法の基礎的知見を得るため、後者二つの場合を対象として、式(5)、(6)においては非線形項を無視している。減衰係数 μ_z 、 μ_θ を微小であるとみなして、 $\mu_z = \varepsilon \bar{\mu}_z$ 、 $\mu_\theta = \varepsilon \bar{\mu}_\theta$ とおき、さらに本研究ではフィードバックゲインのオーダーは以下のように定めている。 τ_1^* はその効果が2・4節で求められる振幅方程式に現れるように、 $O(\varepsilon)$ とし、 $\tau_1^* = \varepsilon \bar{\tau}_1$ とおいた。また、 τ_2^* は振り子を

Fig. 1 Analytical model

振動系にするため $O(1)$ とし, τ_3^* は振り子に微小な減衰効果を持たせるため $O(\varepsilon)$ として $\tau_3^* = \varepsilon \tau_3$ とおいた. 式(3), (4)において $\omega_\theta^2 = \omega^2 \tau_2^*$ であり, ω_θ は $\tau_2 \theta$ を与えることによって振り子を振動系にしたときの振り子の無次元固有振動数に相当する. 以下, 本章においては無次元量を表す*は省略する.

2.3 運動方程式のモード解析 式(5), (6)を行列の形式で表すと, 次のように表せる.

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} = \varepsilon \begin{bmatrix} f_z \\ f_\theta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで A, f_z および f_θ はそれぞれ以下の式で与えられる.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & mr\omega_\theta^2 \\ 0 & \omega_\theta^2 - 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$f_z = \cos \nu t + 2\alpha_{zz} \cos \nu t \cdot z - \hat{\mu}_z \dot{z} - mr\omega^2 (\hat{\tau}_1 \dot{z} + \hat{\tau}_3 \dot{\theta}) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$f_\theta = -\hat{\mu}_\theta \dot{\theta} - \omega^2 (\hat{\tau}_1 \dot{z} + \hat{\tau}_3 \dot{\theta}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

以下の行列 P を用い

$$\begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & mr\omega_\theta^2 \\ 0 & \omega_\theta^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ \equiv P \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

行列 A を対角化すると, 式(7)は x_1, x_2 を用いて以下のように線形の剛性部分が非連成化された式で書き直せる.

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega_\theta^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ = \varepsilon P^{-1} \begin{bmatrix} f_z \\ f_\theta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで, $1, \omega_\theta^2$ は行列 A の固有値であり, $\tau_1 = \tau_3 = 0$ における線形の固有振動数は 1 と ω_θ である.

2.4 多重尺度法による振幅方程式の導出 まず δ を固有振動数 1 の 2 倍からの離調パラメータ (定数) として $\nu = 2 + \varepsilon \delta$ とする. 二つの時間尺度をそれぞれ $t_0 = t, t_1 = \varepsilon t$ とし, x_1, x_2 を $O(\varepsilon^{1/2})$ とみなして, x_1, x_2 を以下のように置く⁽¹⁾.

$$x_1 = \varepsilon^{1/2} x_{11} + \varepsilon x_{12} + \varepsilon^{3/2} x_{13} + O(\varepsilon^{3/2}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$x_2 = \varepsilon^{1/2} x_{21} + \varepsilon x_{22} + \varepsilon^{3/2} x_{23} + O(\varepsilon^{3/2}) \quad \dots\dots\dots (14)$$

そして, 多重尺度法を用いると解析解は $O(\varepsilon^{1/2})$ の精度で以下のように得られる.

$$x_1 = \varepsilon^{1/2} (B_1 e^{i\frac{\nu}{2}t} + C.C.) + O(\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$x_2 = \varepsilon^{1/2} (B_2 e^{i\omega_\theta t} + C.C.) + O(\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで $C.C.$ は右辺第 1 項の共役複素項を表す. 複素振幅 B_1, B_2 の時間変化は x_{13}, x_{23} に永年項が生じないための条件すなわち以下の振幅方程式に支配される.

$$\frac{dB_1}{dt} = -\frac{i}{2} \sigma B_1 - \frac{i}{2} \varepsilon \alpha_{zz} \bar{B}_1 \\ - \frac{1}{2} \left(\mu_z - \frac{mr\omega^2 \tau_1}{\omega_\theta^2 - 1} \right) B_1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{dB_2}{dt} = -\frac{1}{2} \left(\mu_\theta + \omega^2 \tau_3 + \frac{mr\omega^2 \omega_\theta^2}{\omega_\theta^2 - 1} \tau_1 \right) B_2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

2.5 節で提案する分岐制御を実行する場合, ω_θ の値にかかわらず式(18)右辺の括弧内の第 3 項目すなわち $mr\omega^2 \omega_\theta^2 \tau_1 / (\omega_\theta^2 - 1)$ は負の値をとる. しかしながら, フィードバックゲイン τ_3 を適切に選ぶことにより, 式(18)右辺の B_2 の係数を負の値にすることが可能である. このとき, 式(18)で示される複素振幅 B_2 は時間とともに減衰し, 係数励振の共振特性は式(17)のみによって表される. そこで, 次節では振幅方程式(17)について詳しく解析する.

2.5 分岐制御による係数励振の安定化 $B = B_r + iB_i$ (B_r, B_i は実数) とし, 式(17)を実部と虚部に分けると以下の式を得る.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} B_r \\ B_i \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mu_z + \frac{mr\omega^2 \tau_1}{\omega_\theta^2 - 1} & \sigma - \alpha_{zz} \varepsilon \\ -\sigma - \alpha_{zz} \varepsilon & -\mu_z + \frac{mr\omega^2 \tau_1}{\omega_\theta^2 - 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_r \\ B_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

上式の特異指数 λ は以下の式を満足する.

$$\left(-\mu_z + \frac{mr\omega^2 \tau_1}{\omega_\theta^2 - 1} - \lambda \right)^2 + (\sigma - \alpha_{zz} \varepsilon)(\sigma + \alpha_{zz} \varepsilon) = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

固有値が零となる条件は $\varepsilon > 0$ であることを考慮すると

$$\varepsilon = \frac{1}{|\alpha_{zz}|} \left\{ \left(\mu_z - \frac{mr\omega^2 \tau_1}{\omega_\theta^2 - 1} \right)^2 + \sigma^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (21)$$

のように得られる. これが, 分岐集合すなわち ε と σ についての安定領域と不安定領域との境界曲線を表す式で, 分岐集合の右側が係数励振の不安定領域, 左側が安定領域である. 式(21)から分岐集合の頂点は, 以下のようになる.

$$(\varepsilon, \sigma) = \left(\frac{1}{|\alpha_{zz}|} \left| \mu_z - \frac{mr\omega^2 \tau_1}{\omega_\theta^2 - 1} \right|, 0 \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

分岐集合の頂点を右側に動かすには τ_1 を適切に選んで $-mr\omega^2 \tau_1 / (\omega_\theta^2 - 1)$ を正の値にする必要がある (すなわち $\omega_\theta^2 > 1$ の場合 $\tau_1 < 0, \omega_\theta^2 < 1$ の場合 $\tau_1 > 0$). なおこのとき式(17)の右辺括弧内の $-mr\omega^2 \tau_1 / (\omega_\theta^2 - 1)$ で表される速度フィードバックによる効果は τ_1 の正負にかかわらず正の値を持ち正の減衰効果として働く. 図2に非制御時 (振り子を静的平衡位置に固定) と制御時の分岐集合を示す. ここで用いた無次元パラメー

タ a_{zz} , m , r , ω , ω_θ , μ_z は、後述の実験値に相当する値で、 $a_{zz} = -0.650$, $m = 0.063$, $r = 4.05$, $\omega = 0.498$, $\omega_\theta = 0.463$, $\mu_z = 0.0254$ である。同図および式(22)より、 τ_1 によって分岐集合の頂点を右方向へ移動できることがわかる。例えば無次元加振振幅が $\varepsilon = \varepsilon_0$ の場合、直線 $\varepsilon = \varepsilon_0$ は制御しない場合 ($\tau_1 = 0$) の分岐集合と交わる [図 2(a)]。したがって、分岐集合の右側の直線部分 (太線で示した) に相当する加振振動数で加振した場合、非制御時には係数励振が発生する。これに対してフィードバック $\tau_1 z$ により制御を行った場合 [図 2(b)] は、分岐集合は右側へ移動し直線 $\varepsilon = \varepsilon_0$ は分

岐集合とは交わらず、どんな加振振動数に対しても係数励振は発生しないことになる。すなわち、加振振幅を表す直線と分岐集合が交わらないようにフィードバックゲイン τ_1 を選べば係数励振は回避できることになる。

3. 実験

本章では、磁気浮上物体の模型を用いて実験を行い、2章で提案された安定化法の妥当性を示す。

3.1 実験方法 実験装置の全体図を図3に示す。実験装置は、振り子を取付けた磁気浮上物体と、動電式加振器で加振される基盤部からなっている。磁気浮上物体の下側、および基盤部にはそれぞれフェライト磁石が取付けてある。物体側の磁石は $50 \times 30 \times 20$ mm、基盤側の磁石は $280 \times 30 \times 20$ mm である。また浮上物体および加振される基盤部の運動方向はスライドベアリングにより鉛直方向のみに拘束されている。浮上物体および基盤部の運動は非接触変位計で、振り子の角度はロータリエンコーダで検出する。浮上物体の上下方向の微小振幅の自由振動から求めた固有振動数は $\Omega_z/2\pi = 4.05$ Hz、浮上物体を静的平衡状態に固定し式(2)のフィードバック制御下での振り子の微小振幅の自由振動から求めた固有振動数は 1.875 Hz、静的平衡状態における磁石の間げきは $z_{st} = 15.0$ mm である。

3.2 実験結果 まず振り子を水平位置に固定し、初期値を $z = 0.0$ mm, $\dot{z} = 0.0$ mm/s に設定し、加振の振幅を $z_{b1} = 1.8$ mm ($\varepsilon = 0.12$)、振動数を $N/2\pi = 8.3$ Hz として実験を行った。このときの時刻歴波形を図4に示す。また、その定常状態をFFTにより周波数分析した結果 ($t = 19.2$ s 後からサンプリングタイム

Fig. 2 Bifurcation set

Fig. 3 Experimental apparatus

Fig. 4 Time history
(Without control)Fig. 5 Spectral analysis
(Without control) Fig. 6 Time history
(With control)Fig. 7 Spectral analysis
(With control)

48 ms で 2 048 点とった) を図 5 に示す。図 5 より浮上物体の変位 z は加振振動数の 1/2 の成分が卓越していることから、係数励振が起きていることがわかる。

これに対し、2 章で得られた方法に従って振り子を駆動しフィードバック制御した場合の実験結果を図 6 に、周波数分析結果を図 7 に示す。 z に関する初期状態は非制御時と同じであり、有次元のフィードバックゲインはそれぞれ $\tau_1 = 1.1 \times 10^{-3}$ Ns, $\tau_2 = 0.70$ Nm, $\tau_3 = -0.10$ Nms である。なおこのとき振り子は安定 [式 (18) の右辺の B_2 の係数が負] であることを付録に示す方法により確認している。図 7 から、浮上物体の変位 z について、加振振動数の 1/2 の成分はほぼ零になり係数励振振動が安定化されていることがわかる。なお、 z には係数励振が安定化された状態でも強制振動による加振振動成分が残る。そのため、振り子は微小ではあるが強制振動成分で振動している。また、浮上物体の変位 z について周波数分析結果を制御時と非制御時とで比較すると、制御することにより直流成分もほぼ零になり、また加振振動数成分も減少している。このことは理論解析において無視した運動方程式の非線形項の影響を考察することによって説明できる。すなわち係数励振の発生に伴って、今回の解析では無視した z^2 に関する非線形成分に起因して、直流

成分や加振成分が図 5 の周波数分析結果に見られるように発生する。従って、係数励振が安定化された場合には、これらの成分も係数励振成分と同様、図 7 の周波数分析結果のように減少するものと考えられる。

最後に加振振幅を $z_{b1} = 1.4$ mm ($\varepsilon = 0.093$) で一定とし、加振振動数を $N/2\pi = 7.8228 + 0.000795t$ Hz のように変化させたときの共振点通過実験の波形データを図 8, 9 に示す。図 8 が非制御時、図 9 が制御時の時刻歴波形である。非制御時には、加振振動数を変えていくと浮上物体の変位 z の振幅が大きくなり、 $t = 40.28$ s 付近で基盤と物体の磁石が接触してしまい共振点を通過できないが、制御時には振幅の成長を抑えられ、共振点を通過できることがわかる。

4. おわりに

本研究では、磁気浮上物体に生じる係数励振振動に対して、分岐制御理論を用いた安定化法を理論的に提案し、その妥当性を模型実験により検証した。得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1) 制御系の運動方程式から多重尺度法により振幅方程式を導出し、分岐制御理論を適用することにより係数励振が安定化できることを理論的に示した。

(2) 実験から得られた時刻歴波形と周波数分析結果を制御時と非制御時とについて比較し、理論的に提

Fig. 8 Passage through resonance (Without control)

Fig. 9 Passage through resonance (With control)

案した安定化法によって係数励振が安定化できることを実験的に確認した。

(3) 本制御法が係数励振の共振点通過に有効であることを実験により示した。

最後に本研究は平成9年度文部省科学研究費補助金[基盤研究(c)(09650454)]の援助を受けて行われたものであることを付記して謝意を表す。

付 録

$z=0$ に振り子を固定して以下のような予備実験を行い、制御実験時に振り子が安定な系になることを確認した。

(1) まず用いたモータの特徴を示す。 $\tau_2=0.70$ Nm, $\tau_3=0$ として初期角度を与えて振り子の過渡応答を実験によって調べたところ、図10のような過減衰の状態であった。本研究では制御時において振り子は振動系であるとして制御則を導出しているの、 $\tau_3(\tau_3 < 0)$ によって等価的な粘性減衰力を下げた。

(2) 制御実験で用いた $\tau_3=-0.10$ Nms の場合の過渡応答 ($\tau_2=0.70$ Nm) は、図11のように振動系になる。同図が粘性減衰によるものと仮定すると式(18)の右辺 B_2 の係数のうち

$$c_1 = -\frac{1}{2}(\mu_\theta + \omega^2 \tau_3^*) \dots \dots \dots (23)$$

Fig. 10 Motion of the pendulum ($\tau_3=0$ Nms)

Fig. 11 Motion of the pendulum ($\tau_3=-0.10$ Nms)

の値が以下の式より実験的に求まる。

$$c_1 = \frac{\omega_\theta}{2\pi} \ln \frac{\theta(t_{n+1})}{\theta(t_n)} \quad (24)$$

上式で t_n は図 11 の波形で n 番目の極大値 (または極小値) を与える時刻, t_{n+1} は $n+1$ 番目の極大値 (または極小値) を与える時刻を表す。 $t=0.33$ s での極小値と $t=0.79$ s での極小値より $c_1 = -0.18$ が得られる。一方, 実験システムのパラメータ, フィードバックゲイン τ_1 を無次元化して式(18)の右辺の係数のうち

$$c_2 = -\frac{m^* r^* \omega^2 \omega_\theta^2 \tau_1^*}{2(\omega_\theta^2 - 1)} \quad (25)$$

を求めると $c_2 = 8.0 \times 10^{-5}$ を得る。したがって, 本実験でのフィードバックゲインの値 $\tau_1 = 1.1 \times 10^{-3}$ Ns, $\tau_2 = 0.70$ Nm, $\tau_3 = -0.10$ Nms において, 式(18)の右辺の B_2 の係数 $c_1 + c_2$ は負値をとると判断し, 制御実験を行った。

なお, 実験的に同定した係数 c_1 と実験のパラメータを無次元化して求めた $\omega^2 \tau_3^*$ を用いて式(23)より μ_θ を導くと $\mu_\theta = 18$ になる。

文 献

- (1) Yabuno, H., Takabayashi, Y., Yoshizawa, M. and Tsujioka Y., Bouncing and Pitching Oscillations of a Magnetically Levitated Vehicle Caused by Guideway Roughness, *Proc. IEEE, Int. Conf. Maglev '89*, (1989), 405-410.
- (2) 吉沢正紹, 鈴木透, 藪野浩司, 辻岡康, 磁気浮上力を受ける物体の非線形振動, 機論, **57**-540, C(1991), 2158-2523.
- (3) 吉沢正紹, 鈴木透, 長沢和哉, 磁気浮上力を受ける物体の非線形振動(非定常な上下・ピッチング振動), 機論, **59**-562, C(1993), 1626-1632.
- (4) Xu, Z. and Tamura, H., Two Group of Chaotic Vibration in a Single-Degree-of-Freedom Maglev System, *Proc. of DETC'97, ASME Design Engineering Technical Conf.*, (1997), CDROM.
- (5) Yabuno, H., Endo, Y. and Aoshima, N., Stabilization of 1/3-order Subharmonic Resonance Using an Autoparametric Absorber, *Proc. of DETC'97, ASME Design Engineering Technical Conf.*, (1997), CDROM.
- (6) Yabuno, H., Bifurcation Control of Parametrically Excited Duffing System by a Combined Linear-Plus-Nonlinear Feedback Control, *Nonlinear Dynamics*, **12**-3, (1997), 263-274.
- (7) Nayfeh, A. H. and Balachandran, B., *Applied Nonlinear Dynamics*, (1995), 88-95, Wiley-Interscience Pub.
- (8) Yabuno, H., Fujimoto, N., Yoshizawa, M. and Tsujioka, Y., Bouncing and Pitching Oscillations of a Magnetically Levitated Body due to the Guideway Roughness, *JSME Int J., Ser. III*, **34**-2(1991), 192-199.