アクティブ・サスペンションの l_1 状態フィードバック制御*杉 山 和 徹^{*1}, 大 塚 敏 之^{*2} l_1 State Feedback Control of Active Suspension

Kazuaki SUGIYAMA and Toshiyuki OHTSUKA

In this paper, a disturbance rejection problem of an automotive active suspension is formulated as an l_1 control problem. i.e., minimization of the effects of disturbances in terms of the l_∞ -induced norm. Since l_1 control theory minimizes the maximum possible amplification of signal magnitude, l_1 controller can specify the maximum magnitude of outputs in the time domain, regardless of the frequency of road disturbances. Shamma's l_1 near-optimal control theory is applied with a certain approximation. To design a simple static full state feedback controller, a nonlinear controller is designed for a linear active suspension model of a quarter vehicle. Finally, satisfactory performances are confirmed by numerical analysis.

Key Words: Vibration Control, Automobile, Comfortability in Rinding, Active Suspension, l_1 Near-Optimal Control Theory, Nonlinear Static Full State Feedback, Discrete-Time System

1. 緒 言

車両のサスペンション設計において重要なことは、乗員の乗り心地のためにボディの鉛直方向加速度を最小にすること、操縦安定性を確保するためにタイヤと路面の接地性を最大にすることである。従来からの車両に用いられてきたパッシブ・サスペンションは、ばねとダンパの受動要素から構成されるため、乗り心地と操縦安定性にはトレード・オフがある。それに対しアクチュエーターを持つアクティブ・サスペンションは、サスペンション・ストロークを能動的に制御することができるためにこれらの両方の特性を改良することができる。したがって、その制御系設計はこれまで熱心に研究されてきた^(1,2)。この問題には通常 LQ 制御理論や H_∞ 制御理論が適用される⁽³⁾。 l_1 制御の適用は、その理論の新しさからわずかな例⁽⁴⁾があるのみである。

しかしながら著者らは l_1 制御がアクティブ・サスペンションの制御に効果的であると考え、 H_∞ 最適制御問題は、信号のエネルギーの最大増幅率である l_2 誘導ノルムによってその制御性能を評価する。そして周波数領域での設計仕様を取り扱うのに適している。一

方、 l_1 最適制御系の性能は、時間領域での入力から出力への信号振幅の最大増幅率である l_∞ 誘導ノルムによって評価される^(5,6)。それゆえに l_1 制御はボディの変位、加速度といった出力を、外乱の周波数を考慮することなく、ある振幅以内に制御することができる。つまり l_1 制御は時間領域で出力の最大振幅を規定できるのである。これは自動車が連続的に路面外乱を受けることを考えると有効であり、 l_1 制御を適用するもっとも重要な理由である。 H_∞ 制御理論は時間領域で出力の振幅を規定することはできない。

本論文では、離散時間系を扱う Shamma の l_1 準最適制御理論⁽⁷⁾に従って制御器を設計する。なお、Shamma の理論は l_1 ノルムそのものを考えるわけではないので厳密には l_1 制御と呼べないが、制御目的が同じなのでここでは簡潔に l_1 制御と呼ぶことにする。 H_∞ 制御と違って l_1 状態フィードバック制御では、通常その制御器は動的かつ任意に高次元になりうる⁽⁸⁾。しかし Shamma の理論は、線形系に対し非線形な制御器を構成することにより静的状態フィードバックを構成することができる。この理論は静的という長所を持つ反面、系が高次元になるほど巨大な行列(後に M_{final} と表される)を含む制御器を導くという欠点を持つ。これは制御器を実際のアクティブ・サスペンションへ適用する

* 原稿受付 1998年5月15日。

*¹ 筑波大学大学院 (☎305-8573 つくば市天王台1-1-1)。*² 正員, 筑波大学構造工学系。

E-mail: ohtsuka@kz.tsukuba.ac.jp

ことを考えると、計算量（計算時間）の点から好ましくない。なぜなら、制御入力に限られたサンプリング時間内に計算されなければならないからである。そこでその行列 M_{final} を小さくするために、本論文はある近似法を提案する（4.2 節）。それによって計算量の少ない ℓ_1 準最適非線形静的状態フィードバック制御器が、線形単輪アクティブ・サスペンション・モデルに対して設計される。最後に設計した制御器の性能を数値シミュレーションによって確認する。

2. ℓ_1 制御問題

2.1 ノルムの定義 2 章と 3 章では、Shamma の ℓ_1 準最適制御理論⁷⁾に従い、その主要な概念を紹介する。初めに ℓ_∞ ノルム、 ℓ_1 制御の作用素ノルム（ ℓ_∞ 誘導ノルム）、それらに関係するいくつかのノルムを次のように定義する。

R^+ を負でない実数の集合、 Z^+ を負でない整数の集合とする。 $M \in R^{m \times n}$ に対し、 $M(i, j)$ は M の ij 要素、 $M(i, :)$ は M の第 i 行を表すものとする。同様に $x \in R^n$ に対し、 x_i は x の第 i 要素とする。このとき、

$$\text{定義2.1: } |M(i, :)| = \sum_{j=1}^n |M(i, j)|, \quad |M| = \max_i |M(i, :)| \\ |x| = \max_i |x_i|$$

$\ell_n^\infty(Z^+)$ を添字が Z^+ に属する有界な R^n の数列の集合とする。 $f = \{f(0), f(1), f(2), \dots\} \in \ell_n^\infty(Z^+)$ と作用素 $H: \ell_n^\infty(Z^+) \rightarrow \ell_m^\infty(Z^+)$ に対し以下を定義する。

$$\text{定義2.2: } \|f\| = \sup_{t \in Z^+} |f(t)| \quad (\ell_\infty \text{ ノルム})$$

$$\|H\| = \sup_{\substack{f \in \ell_n^\infty \\ f \neq 0}} \frac{\|Hf\|}{\|f\|} \quad (\ell_\infty \text{ 誘導ノルム})$$

もし $\|H\| < \infty$ が満たされるならば、作用素 H は安定であるという。

2.2 問題定式化 以下のシステムを考える。ここで $x \in R^n$ を状態ベクトル、 $w \in R^q$ を外乱ベクトル、 $u \in R^m$ を制御入力、 $z \in R^p$ を制御出力ベクトル、 $y \in R^n$ を観測出力ベクトルとする。

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \cdots \cdots \cdots (1) \\ y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

一般に制御器 K が与えられたとき、零初期条件をもった w から z へのダイナミクスを $T_{zw}(K)$ と定義する。同様に $T_{xw}(K)$ と $T_{uw}(K)$ を定義する。このとき、
定義2.3: 制御器 K は以下の条件を満たす時、性能 γ で内部安定化するという。

(1) 外乱なしのダイナミクスは指数安定。

(2) 零初期条件をもつ外乱ありのダイナミクスが $\|T_{xw}(K)\| < \infty$ 、 $\|T_{uw}(K)\| < \infty$ 、 $\|T_{zw}(K)\| \leq \gamma$ を満たす。

これらの条件を満たす K を見つけるのが目的となる。このとき最適性能 γ_{opt} は次のように定義される。

定義2.5: $\gamma_{opt} = \inf_K \|T_{zw}(K)\|$ 、 K は内部安定化する。

本論文では、 K として静的状態フィードバックを考え、 $u(t) = g(y(t))$ とする。 g は連続かつ $g(0) = 0$ とする。

3. ℓ_1 準最適制御理論

3.1 不変核の概念 Shamma の ℓ_1 準最適制御理論を適用する理由とその特徴については緒言で述べた。本章ではこの理論の主要概念について述べる。この概念は非線形制御器の構成において極めて重要な役割を担う。Shamma の理論は、指定された性能レベルを与える制御器の存在が、状態空間の中にフィードバックの下で不変な部分集合が存在することと等価であるという事実を利用している。このときの不変な部分集合を不変核 (invariance kernel) と呼ぶ。不変核は状態量に一次不等式拘束を逐次的に課すことにより構築される行列で表され、制御器の中に含まれる。この不変核を表す行列が先で述べた M_{final} であり、系が高次元になるほど巨大になるという欠点を持つ。以下では Shamma の理論を簡潔に述べるが、頁の都合上、細部を割愛しているので、詳しくは文献 7 を参照されたい。

3.2 不変核の定義 この節で不変核を定義する。初めに集合値写像を定義する。

定義3.1: $x \in X$ をある部分集合 $F(x) \subset Y$ へ写す写像

$F: X \rightarrow Y$ を集合値写像 (set-valued map) と呼ぶ。

記号 $\xrightarrow{set}$ は集合への写像を意味する。このとき、

定義3.2: $\text{dom}(F) = \{x \in X : F(x) \text{ is nonempty}\}$ を定義する。

次に差分包含 (difference inclusion) を考える。

$$x(t+1) \in F(x(t)) \quad \text{ただし、} F: R^n \xrightarrow{set} R^n \cdots (2)$$

このとき次のことを定義する。

定義3.3: $F: R^n \xrightarrow{set} R^n$ とする。すべての $x \in K$ に対し、 $F(x) \subset K$ ならば部分集合 $K \subset \text{dom}(F)$ は F によって不変 (invariant) であるという。

差分包含(2)によって K が不変であることは、 x が K 内で始まるならば x は K 内に留まることを意味する。

次に制御入力も考慮した差分包含を定義する。

定義3.4: $F: R^n \xrightarrow{set} R^n$ と $U: R^n \xrightarrow{set} R^m$ は集合値写像。

$f: R^n \times R^m \rightarrow \text{dom}(F)$ は一価関数。このとき、

$$\tilde{F}(x) = \left\{ \bigcup_{u \in U(x)} F(f(x, u)) \right\}$$

を定義し、 $x(t+1) \in \tilde{F}(x)$ は (F, U, f) によって定義される制御差分包含であるという。

定義3. 5: (F, U, f) によって定義される制御差分包含を考える。すべての $x \in K$ に対し $F(f(x, u)) \subset K$ であるような $u \in U(x)$ が存在するなら、部分集合 $K \subset \text{dom}(U)$ は (F, U, f) の下で不変に制御されるという。また、 K の閉部分集合で (F, U, f) の下で不変に制御されるものを、 (F, U, f) に対する K の制御不変核と呼び、 $\text{Cinv}(K)$ と書く。

制御不変核はもしそれが存在するなら、後述の制御不変核アルゴリズムによって構成される。

定義3. 6: (F, U, f) によって定義される制御差分包含は下の条件のどちらかを満たす時、局所有界制御特性を持つという。

- (1) U は局所有界。もしくは、
- (2) (a) すべての $\xi \in \text{dom}(F)$ に対し、 $\xi \in F(\xi)$ 。
(b) すべての $x \in R^n$ に対し、 $|u| \rightarrow \infty$ ならば $|f(x, u)| \rightarrow \infty$ 。

命題3. 1: (制御不変核アルゴリズム)

(F, U, f) によって定義される制御差分包含は局所有界制御特性を持つとする。さらに $\text{dom}(F)$ は閉集合、 F は下半連続、 f は連続、 U は上半連続で閉集合値写像と仮定する。 $K \subset \text{dom}(U)$ はコンパクトとする。次により、帰納的に部分集合 K_j と K_{j+1} を定義する。

$$K_0 = K, \quad K_{j+1} = \left\{ \xi \in \text{dom}(F) : F(\xi) \subset K_j \right\}$$

$$K_{j+1} = \left\{ x \in K_j : f(x, u) \in K_{j+1} \text{ for some } u \in U(x) \right\}$$

そのとき $\text{Cinv}(K) = \bigcap_{j=0}^{\infty} K_j$ である。

集合 K_j は、 j だけ未来の時間ステップに対して、 K 内にとどまることが可能である初期状態の集合と解釈できる。

3.3 非線形状態フィードバックの構成

この節では、空でない制御不変核の存在と離散時間系(1)の外乱除去問題を関係付ける。始めに次の仮定をする。

仮定3. 1:

- (1) B_1 と C_1 はランク n 、 B_2 はランク m
- (2) $D_{12}^T C_1 = 0$ 、 $D_{12}^T D_{12} > 0$

これらの仮定は問題設定を若干限定するが、制御器の構成方法を大幅に簡略化する。このとき離散時間系(1)は制御差分包含として次のように書ける。

$\gamma > 0$ に対し、 (F_γ, U_γ, f) を以下によって定義する。

$$F_\gamma(\xi) = \left\{ \xi + B_1 w / \gamma \in R^n : |w| \leq 1 \right\}$$

$$U_\gamma(x) = \left\{ u \in R^m : |C_1 x + D_{11} w / \gamma + D_{12} u| \leq 1, \forall |w| \leq 1 \right\}$$

$$f(x, u) = Ax + B_2 u \quad (3)$$

ただし、 (F_γ, U_γ, f) によって定義される制御差分包含は

$\|w\| \leq \frac{1}{\gamma}$ かつ $\|z\| \leq 1$ を満たすような離散時間系のダイナミクスを記述していることに注意されたい。

命題3. 2: (F_γ, U_γ, f) によって定義される(3)式の制御差分包含は、 $\text{dom}(U_\gamma)$ が空でないときはいつでも命題3.1の仮定を満たす。

また、最適性能 γ_{opt} は下記のように表せる。

命題3. 3: $\gamma_{opt} = \inf \{ \gamma : \text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma)) \neq \emptyset \}$

次の命題が有効となる。

命題3. 4: $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ は空でないなら次の特性を持つ。(1) 原点に関して対称。(2) 凸集合。(3) 原点を含み、内部が空でない。

命題3. 5: $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ は空でないと仮定する。すると、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、性能 $\gamma + \varepsilon$ を満たすような制御器 $u = g(x)$ が構築できる。

まず、以下を定義する。

$$K_{\infty, \frac{1}{2}} = \left\{ \xi : \xi + B_1 w / \gamma \in \text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma)), \forall |w| \leq \frac{\gamma}{\gamma + \varepsilon} \right\}$$

$$R(x) = \left\{ u \in U_\gamma(x) : Ax + B_2 u \in K_{\infty, \frac{1}{2}} \right\}$$

$R(x)$ は制御不変のための許容制御の集合であり、いかなる $x \in \text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ に対しても凸である。また $R(x)$ は $|w| \leq \frac{\gamma}{\gamma + \varepsilon}$ により $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ 上で下半連続であることから、ある連続な選択関数 $\tilde{g} : R^n \rightarrow R^m$ が存在し、すべての $x \in R^n$ に対し、 $\tilde{g}(x) \in R(x)$ (文献7の定理2.1, 2.2)。このような $\tilde{g}$ により、 $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ が下の差分包含の下で不変であることが保証される。

$$x(t+1) \in \left\{ Ax(t) + B_2 \tilde{g}(x(t)) + \frac{1}{\gamma} B_1 w : |w| \leq \frac{\gamma}{\gamma + \varepsilon} \right\}$$

次にスケーリング変数を導入し、状態空間全体で定義される状態フィードバック則を導く。下の $p : R^n \rightarrow R^+$ を定義する。

$$p(x) = \inf \{ \alpha \in R^+ : x \in \alpha \text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma)) \}$$

$\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ は命題3.4で示された性質をもつから、 p は R^n 上でのノルムを定義する。今、 $g : R^n \rightarrow R^m$ を $g(0) = 0$ 、 $g(x) = p(x) \tilde{g}(x/p(x))$ と定義する。(この g の定義は $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ の境界で定義される $\tilde{g}$ のみに使うことに注意する。) このフィードバック $u = g(x)$ が $\gamma + \varepsilon$ の性能を持つ内部安定化器である。ここで $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ が空であるかないかはシステムのダイナミクスにのみ関係し、いかなる特定の制御器の構造にも依存しないことに注意されたい。

以上が Shamma の理論の主要概念である。さらに進んだ具体的な $\text{Cinv}(\text{dom}(U_\gamma))$ の構築方法については文献7のアルゴリズム5.2を参照していただきたい。そこには本論文で用いる u がスカラーで $D_{11}, D_{12} \neq 0$ である場合の制御則構成のアルゴリズムが示されている。

そのなかで実際には、 K_j は次のような行列 $\tilde{M}_j$ によって表されている。

$$K_j = \{x: \tilde{M}_j x \leq 1\}$$

ここで 1 は全要素が 1 である適当な次元のベクトルを表す。同様に $C_{inv}(U_\gamma)$ も次の行列 M_{final} で表される。

$$C_{inv}(U_\gamma) = \{x: M_{final} x \leq 1\}, \quad M_{final} = \begin{bmatrix} \tilde{M}_1 \\ \tilde{M}_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

この M_{final} が直接制御器の中に含まれ、高次の系で巨大になることは前にも述べたとおりである。

文献 7 はまた、 u がスカラーで $D_{11}, D_{12} = 0$ の場合や多変数制御の場合のアルゴリズムも示している。

このアルゴリズムでは、理論上 M_{final} の構成に無限回の繰り返し計算が必要である。Shamma は指定の性能が達成可能である時には、そのアルゴリズムを有限回の繰り返しで終結できる工夫も提案しているが、それでも実際には相当量の計算が必要である。

しかしながら 4.2 節で提案する近似を用いると、実用的な計算量で近似の $C_{inv}(\text{dom}(U_\gamma))$ を得ることができ、しかも M_{final} のサイズが巨大になるのを避けられる。

4. モデルと制御系設計

4.1 サスペンション・モデル 本研究で用いる単輪アクティブ・サスペンション・モデルを図 1 に示す。このモデルは、ボディとホイール、ばねと仮定したタイヤ、サスペンション支持力制御用アクチュエーターの他に、支持力を補うばねとダンパを有する。ここで次の仮定をする。

仮定 4.1:

- (1) タイヤと路面は常に接触している。
- (2) アクチュエーターは簡略化のため、ダイナミクスを一時遅れで近似し、入出力は力とする^(1,9)。

このときモデルの連続時間線形運動方程式は、

$$\begin{aligned} M_b \ddot{z}_b &= k_s(z_w - z_b) + c_s(\dot{z}_w - \dot{z}_b) + F_a \\ M_w \ddot{z}_w &= k_s(z_b - z_w) + k_t(z_r - z_w) + c_s(\dot{z}_b - \dot{z}_w) - F_a \\ T_a \dot{F}_a &= -F_a + G_a F_u \end{aligned}$$

と表せる。ここに、

- M_b : ボディの質量 400kg
- M_w : ホイールの質量 40kg
- z_b : ボディの鉛直方向変位 (m)
- z_w : ホイールの鉛直方向変位 (m)
- z_r : 路面の鉛直方向変位 (m)
- F_u : アクチュエーターの入力 (N)
- F_a : アクチュエーターの出力 (N)
- k_s : 補助ばねのばね定数 2×10^4 N/m
- k_t : タイヤのばね定数 2×10^5 N/m
- c_s : 補助ダンパの減衰係数 1×10^3 Ns/m

G_a : アクチュエーターのゲイン 1

T_a : アクチュエーターの時定数 0.05sec.

入力上にゼロ次ホールドを仮定し、これらを次のように離散時間状態方程式で表す。時間刻みはモデルのダイナミクスを正確に表すように十分小さい 0.01sec とした。 B_1, C_1 は仮定 3.1 のランクの仮定を満たすように修正する ($B_1 = \hat{B}_1 + \Delta_1, C_1 = \hat{C}_1 + \Delta_2$, 付録 A 参照)。

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} x &= [z_b \quad \dot{z}_b \quad z_w \quad \dot{z}_w \quad F_a]^T \\ w &= z_r, \quad u = F_u \\ z &= [z_b W_1 \quad \dot{z}_b W_2 \quad z_w W_3 \quad \dot{z}_w W_4 \\ &\quad F_a W_5 \quad (z_b - z_w) W_6 \quad (z_w - z_r) W_7] \end{aligned}$$

ただし、 W_i ($i=1, \dots, 7$) は重みである (付録 B 参照)。

Fig. 1 Suspension Model

4.2 行列 M_{final} の近似 本論文が提案する、行列 M_{final} が巨大になることを抑え、計算量が大量になる欠点を克服する近似を述べる。Shamma の理論の適用では、制御不変核を構成する過程で構成される $\tilde{M}_j$ の一次従属な行 (冗長な拘束) を取り除く必要がある⁽⁷⁾。それは命題 3.1 からわかるように、 M_{final} の冗長な一次従属な行を取り除くことを意味する。それらは適当な線形計画問題を解くことによって取り除けるが、本論文では代わりに次の基準を用いて取り除く。

$\tilde{M}_j$ の行をベクトルと見なし、それらの間の角度を一次独立の判断基準に用いて取り除く。その際、その角度にある許容角 $\theta > 0$ を用いることによって近似の $\tilde{M}_j$ を得る。具体的には次のようになる。ある与えた許容角 θ に対して、もし次の条件がある a 行と b 行によって満たされるならば $\tilde{M}_j$ 行列の a 行は削除される。

$$\frac{\tilde{M}_j(a,:) \tilde{M}_j(b,:)}{\|\tilde{M}_j(a,:)\|_2 \|\tilde{M}_j(b,:)\|_2} \leq \cos \theta, \quad \|\tilde{M}_j(a,:)\|_2 \leq \|\tilde{M}_j(b,:)\|_2$$

θ に適当な値を選ぶならば、 $\tilde{M}_j$ 行列の行数を大幅に削減することができる。この近似は M_{final} を大幅に簡略化し、したがって計算量を大幅に削減できる。この近

似では、各状態量を数値的に平等に考慮するために、各状態量を同じオーダーにする相似変換があらかじめ必要である(付録 C 参照)。

(a) Body Displacement z_b

(b) Body Acceleration $\ddot{z}_b$

(c) Wheel Displacement z_w

(d) Suspension Displacement $z_b - z_w$

(e) Actuator Input F_u

(f) Actuator Output F_a

Fig. 2 Frequency Responses by FSS

4.3 設計仕様 今回の制御系設計では、ボディ変位が路面外乱の周波数に依存することなく路面外乱振幅の $1/6$ であるような制御器を設計した。それと同時にアクチュエーターの出力はできる限り小さくなるように設計した。具体的には次のように行った。始めに $\gamma=10$ を固定したままボディ変位とアクチュエーター出力の重みを変化させ、試行錯誤によってアクチュエーター出力が実用範囲内になるようにする。これによりボディ変位と路面外乱の振幅比を $1/6$ に決定した。その後ボディ変位の重みと $\gamma=10$ を固定したまま、アクチュエーター出力が小さくなるようにボディ変位以外の重みを試行錯誤によって決定した。重みは試行錯誤によって決めなければならないが、制御性能が時間領域での振幅比なので重みの効果をイメージしやすく、重みの決定はさほど困難ではない。これは時間領域での議論の優位性とも言えよう。

今回、ボディ加速度ではなくボディ変位を制御することによって乗り心地の改善を図った。Shamma の理論はナイキスト周波数までの外乱を一律に考慮することになるので、ボディ加速度に関する重みは周波数重みを用いない限り、低周波数で制御が効くように十分大きくできない。 l_1 制御は制御性能を時間領域で考えられることが利点なので、今回は周波数重みを用いない。よって、かわりにボディ変位に十分な重みをかけることで低周波数域を制御した。サスペンション変位についても同様に後述のホイール共振点のために有効な重みを選ぶことはできなかった。しかしながら、ある程度の重みをかけることによって許容範囲内に抑制している。制御系設計とシミュレーションは MATLAB によって行った。

5. 結果

Shamma の l_1 準最適制御理論を前述のモデルに適用したところ、性能 $\gamma=10$ の制御器が得られた。4.2 節の近似において許容角 $\theta=30^\circ$ を用いたところ、 M_{final} はわずか 10 行に抑えることができた(付録 D 参照)。

許容角を $\theta=20^\circ$ とした場合には M_{final} は 72 行になる。また、 $\theta=10^\circ$ の場合は M_{final} が計算の続行が不可能になるほど巨大になることから、この近似が有効であることがわかる。また、本研究で提案した近似法では、許容角をある程度大きく選んだとしても、性能は若干変化するが劣化するとは限らなかった。なぜなら許容角を大きくしても制御時に頻繁に使用する M_{final} のいくつかの行が結果的にはあるが保存されているからである。相当大きな許容角を選ばないかぎりこの

性質は保たれる。したがって許容角は M_{final} が計算可能かつ、その制御器が実装可能となるように決定すれば良い。許容角をさらに大きくして行列 M_{final} をさらに小

Fig. 3 Simulation of Going Over Bump

さくすることも可能である。

今回許容角 $\theta = 30^\circ$ により設計した性能 $\gamma = 10$ の制御器の性能を次のシミュレーション結果にて評価する。

図2は高速掃引正弦波加振⁽¹⁰⁾を使って得た閉ループ系の周波数応答である。高速掃引正弦波加振を使うのは制御器が非線形だからである。制御器はその構成方法により、一次同次関数である。また、実際の入力から出力への振幅の最大増幅率は各要素の $\gamma /$ (重み) であることに注意されたい。

理論的に閉ループ系の周波数応答は $\gamma /$ (重み) を超えない。なぜなら、周波数応答が各周波数での振幅比をプロットしたものであるのに対し、 l_∞ 誘導ノルムは周波数に依存しない振幅比を意味するからである。

図2(a)より、ボディ変位が路面外乱の周波数に依存することなく路面外乱振幅の $1/6$ (-15.6 dB) に抑えられているのが確認できる。ボディ変位に十分な重みをかけたことにより、 1.1 Hz 付近のボディの共振周波数が取り除かれている。これは著しい乗り心地の改善を示す。また、約 11.3 Hz のピークはホイールの共振周波数を表す。一般にホイールに関する共振点は取り除くことができないため⁽¹¹⁾、この周波数域での改良は困難である。ボディ加速度の重みが十分大きくできないこともあり (4.3 節参照)、約 4 Hz 以上の周波数域での乗り心地の改善は見られない。しかし高周波数域の振動入力、ガスバネやアクチュエーターの減衰バルブ等によって振動絶縁が可能である。図2(d)より約 0.7 – 4 Hz の周波数域においてサスペンション変位も抑制されているのが確認できる。これはタイヤと路面の接地性改善を意味し、よって操縦安定性が向上している。約 0.7 Hz 以下の低周波数域では、高い外乱除去性能を得るために、サスペンション変位は開ループと比べて大きくなっている。

図3は高さ 1 cm の突起を乗り越えるシミュレーションである。図3(b)以外のグラフの γ の線は、出力よりはるかに大きいため示されていない。図3(b)と(c)より、ボディ変位、加速度は、ともに効果的に制御されていることが確認できる。図3(e)よりタイヤと路面の接地性も改善されているのが確認できる。また、図3(f)よりアクチュエーター出力は 213 N 以下と、文献2や12に示されている実用域の値と比べて十分小さく抑えられているのがわかる。以上からこの制御器が有効であることを確認した。

6. 結 言

乗り心地改善を目的とする車両用アクティブ・サス

ペンション制御器を設計した。本論文では、 ℓ_1 制御理論を用いた。なぜなら時間領域において最大出力を規定できるからである。静的状態フィードバックを設計するため、Shamma の ℓ_1 準最適制御理論を適用し、計算量を低減する近似手法を提案した。したがって、線形単輪モデルに対して計算量の少ない非線形制御器が構成された。近似による大幅な簡略化にもかかわらず、その制御器が有効であることを数値シミュレーションによって確認した。

今回、ボディ加速度の重みが有効でなかったが、周波数重みを用いることで改良が図れるかもしれない。また、モデル誤差の考慮や出力フィードバックへの発展も考えられる。

文 献

- (1) 永井, アクティブサスペンションの制御と制御理論, 計測と制御, 32-4, (1993), 290-295.
- (2) 宇野, 車両運動性能とシャシーメカニズム, グランプリ出版 (1994), 258-264.
- (3) M. Yamashita・ほか 3 名, Application of H_∞ Control to Active Suspension Systems, *Automatica*, 30-11 (1994), 1717-1729.
- (4) A. E. Barabanov and A. A. Sokolov, ℓ_1 -Optimal Control for Quarter-Car Active Suspension, *Proc. 35th IEEE Conf. on Decision and Control* (1996), 4052-4057.
- (5) 太田, ℓ_1 -最適制御, システム/制御/情報, 35-2 (1991), 71-79.
- (6) 太田, ℓ_1 制御の最近の話題, 計測と制御, 32-6 (1993), 495-502.
- (7) J. S. Shamma, Optimization of the ℓ_1 -Induced Norm Under Full State Feedback, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 41-4 (1996), 533-544.
- (8) I. J. Diaz-Bobillo and M. A. Dahleh, State feedback ℓ_1 -optimal controllers can be dynamic, *Syst. Contr. Lett.*, 19-2 (1992), 87-93.
- (9) 岡田・長坂, サーボアクチュエーターとその制御, コロナ社 (1985), 169-172.
- (10) 長松, モード解析入門, コロナ社 (1993).
- (11) J. K. Hedrick and T. Butsuen, Invariant properties of automotive suspensions, *IMEchE Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 204 (1990), 21-27.
- (12) 武馬・ほか 3 名, トヨタ アクティブ コントロール サスペンションの開発, トヨタ技術, 40-1 (1990), 78-94.

付 録

A. 係数行列

$$A = \begin{bmatrix} 9.9772e-1 & 1.9756e-1 & 2.8812e-3 & 2.3351e-2 & 2.1324e-2 \\ -2.1777e-2 & 9.7594e-1 & -7.4115e-2 & 2.2065e-1 & 1.9644e-1 \\ 2.1834e-3 & 2.3351e-3 & 7.5783e-1 & 1.6139e-1 & -2.0393e-2 \\ 1.9881e-2 & 2.2065e-2 & -2.2161 & 5.5902e-1 & -1.7842e-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8.1873e-1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_1 = \begin{bmatrix} 3.9844e-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.8376 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.4067 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.0347 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1.4798e-6 \\ 2.1324e-5 \\ -1.4418e-6 \\ -2.0393e-5 \\ 1.8127e-4 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1e-12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1e-12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1e-12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1e-12 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C}_1 = \begin{bmatrix} 3e-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.25e-8 & -2.5e-7 & 1.25e-6 & 2.5e-5 & 2.5e-2 \\ 0 & 0 & 5e-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-1 \\ 5e-3 & 0 & -5e-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5e-2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1e-12 & 0 & -1e-12 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1]^T$$

$$D_{12} = [0 \ 0 \ 0 \ 5e-5 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

B. 重み

$$W_1 = 60, \quad W_2 = 1e-6, \quad W_3 = 1, \quad W_4 = 5e-5, \\ W_5 = 1e-4, \quad W_6 = 1, \quad W_7 = 1$$

C. 相似変換

$$x = T x', \quad T = \begin{bmatrix} 5e-3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5e-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e3 \end{bmatrix}$$

D. 行列 M_{final}

$$M_{final} = \begin{bmatrix} -3.0334e-1 & -2.9823e-1 & 2.8417e-1 & -6.6339e-2 \\ 4.6911e-2 & 9.3808e-3 & 3.6625e-2 & 8.8663e-3 \\ -3.0474e-1 & -1.1999e-1 & 1.8848e-2 & -2.4710e-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.1111e-12 & 5.5556e-2 & -1.1111e-12 \\ 3.0334e-1 & 2.9823e-1 & -2.8417e-1 & 6.6339e-2 \\ -4.6911e-2 & -9.3808e-3 & -3.6625e-2 & -8.8663e-3 \\ 3.0474e-1 & 1.1999e-1 & -1.8848e-2 & 2.4710e-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1111e-12 & -5.5556e-2 & 1.1111e-12 \\ -1.0744e-1 \\ 1.8447e-5 \\ -2.2532e-2 \\ 1.0000e-1 \\ 0 \\ 1.0744e-1 \\ -1.8447e-5 \\ 2.2532e-2 \\ -1.0000e-1 \\ 0 \end{bmatrix}$$