音響加振される周辺固定矩形板から放射される音響パワーの推定*

(第1報, 推定式の導出と垂直平面波加振での推定と実験)

岩 附 信 行^{*1}, 森 川 広 一^{*1}, 林 巖^{*1}
丸 橋 俊 洋^{*2}, 山 口 道 征^{*3}The Estimation of the Sound Power Radiating from a Peripherally Fixed
Rectangular Plate Subjected to Acoustic Excitation
(1st Report, Derivation of Estimation Formulae and Application to a Plate
Subjected to a Normal Plane Acoustic Wave Excitation)Nobuyuki IWATSUKI, Kouichi MORIKAWA, Iwao HAYASHI,
Toshihiro MARUHASHI and Michiyuki YAMAGUCHI

This paper describes the estimation method of sound power radiating from a peripherally fixed rectangular plate which is subjected to a sound excitation. The forced vibration of the plate which is excited by a distributed force has been theoretically solved by using modal analysis with Rayleigh-Ritz method. The basic equation for estimation has then been shown, and the equations of the frequency response of three parameters-total loss factor, radiation loss factor and input power for estimating sound power-have been derived. For a practical instance, the sound power radiating from a peripherally fixed rectangular steel plate, which was excited by the normal plane acoustic wave, has been estimated. The estimated frequency responses of the sound radiation power coincided well with the measured values obtained by the sound intensity method. This proposed method is hence effective to estimate the sound power radiating from a plate subjected to an acoustic excitation.

Key Words: Noise, Airborne Noise, Noise Estimation, Acoustic Excitation, Modal Analysis, Rectangular Plate, Rayleigh-Ritz Method

1. 結 言

機械装置の静粛化という社会的な要請に伴い, 各種機械要素における騒音の発生, 伝播の機構の解明とともに, 振動騒音源から発生される音を精密かつ簡便に推定できる手法の開発が望まれている。

機械装置からの騒音には, 一般的にストラクチャボーンノイズとエアボーンノイズの二つがある。乗用車のダッシュパネルから発生する室内騒音を例にとれば, ストラクチャボーンノイズはエンジンの振動がエンジンマウントからシャシーを伝わってダッシュパネルを励振し発生する騒音であり, エアボーンノイズはエンジンから発生した直接音と, エンジンルーム内で反射した間接音によりダッシュパネルが励振されて発生する騒音である。

後者の音響加振時の隔壁の音響透過, 遮音, および室空間との関係に関する解析手法は, 大きく2つに分けられる。まず, 対象としている周波数帯域において多数の振動モードが存在する場合, 系の応答を精度よく求めにくいいため, 統計的エネルギー解析法 (SEA法) ⁽¹⁾ が用いられている。

逆に周波数帯域内に振動モードの数が少ない場合には, 板等の振動状態を精密に考慮しなければならない。このような場合の解析手法として, 単純支持の円板や矩形板などの振動解を解析的に求めて, 音圧分布を求める方法 ^{(2) (3) (4)} や, 室空気まで含めて有限要素解析を行うもの ⁽⁵⁾, 板のみに有限要素法を適用したもの ⁽⁶⁾, そして境界要素法と有限要素法を組み合わせたもの ⁽⁷⁾ など数多くの研究が行われている。

しかし, 室空気を含めた連成振動解析は, 3次元空間の有限要素分割に多くの自由度を必要とする。また, 境界要素法を用いる場合, 固有値解析もモード解析も適用できないため, 単一周波数の空間分布の計算は比較的早い, 周波数スペクトルの計算には時間がかかる。

これに対して板の振動解析結果のみを用いる手法は, モード解析法で解を求める計算時間が短いため, 設計の現場において多く用いられる。しかし, そのほとんどは音圧の振幅および位相が一定の音波により平板が加振されるものとし, 音圧と面積から加振力を求めて平板の振動を計算するものであり, 平板上の音圧の分布が異なった場合には適用できない。

そこで本研究では, 周辺固定矩形板を対象とし, 任意の振幅と位相の音圧分布をもった音響加振を受けた場合に2次的に放射される音響パワーの推定法を確立することを目

* 原稿受付 1998年9月21日。

^{*1} 正員, 東京工業大学工学部 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)。^{*2} 新日本製鐵(株) (〒476-0015 東海市東海町5-3)。^{*3} (株)ブリヂストン (〒244-8510 横浜市戸塚区柏尾町1)。

E-mail: nob@mep.titech.ac.jp

的とする。本報ではまず、矩形板の振動モード解析結果に基づいて分布加振力による放射音響パワーの推定式を導く。そして、一例として、垂直平面波による音響加振の場合に適用して、音響パワーの推定と実験検証を行った。

2. 分布加振される周辺固定矩形板の強制振動解析

2.1 レーリ・リッツ法による理論モード解析

図1に示すように、周辺が固定された厚さ h 、密度 ρ 、辺長 a 、 b の薄い平板に分布加振力 $p(x, y) e^{j\omega t}$ 、($p(x, y)$: 複素振幅, t : 時間) が作用しているとする。

この平板の中立面の z 方向変位を $u(x, y, t)$ と置いたとき、平板の曲げ変形に関する弾性振動方程式は次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\rho h \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial t^2} + D \nabla^4 u(x, y, t) = p(x, y) e^{j\omega t} \quad (1)$$

ここで、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$: 平板の曲げ剛性、 E : 縦弾性係数、 ν : ポアソン比、 ∇^2 : ラプラス演算子である。

式(1)で $p(x, y) = 0$ とおき、両端固定のオイラーばりの固有関数の線形和を試行関数としたレーリ・リッツ法による振動モード解析⁽⁹⁾を適用して自由振動解析を行う。

周辺固定矩形板の固有関数 $w(x, y)$ を次式の級数で与える。

$$w(x, y) = \sum_{i=0}^{m_0} \sum_{j=0}^{n_0} A_{ij} X_i(x) Y_j(y) \quad (2)$$

ここに、 $X_i(x)$ 、 $Y_j(y)$ はそれぞれ、矩形板の縦・横の長さの両端固定オイラーばりの固有関数であり、 i, j ははりのモード次数であり、 x 軸、 y 軸方向の矩形板の節線数に対応する。その固有関数の詳細は付録1に示す。また、 m_0, n_0 は考慮するモード次数であり、 A_{ij} が決定すべき係数である。この周辺固定矩形板が角振動数 ω で定常振動しているときの最大ポテンシャルエネルギー $U_{\max}$ および最大運動

エネルギー $T_{\max}$ は、それぞれ次式で与えられる。

$$U_{\max} = \frac{D}{2} \iint_S \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (3)$$

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \rho h \omega^2 \iint_S w^2 dx dy \quad (4)$$

ここに、 S は $-a/2 \leq x \leq a/2$ 、 $-b/2 \leq y \leq b/2$ の積分範囲を示す。

式(2)の係数 A_{ij} ($i = 0 \sim m_0, j = 0 \sim n_0$) は、レーリ・リッツ法により次式を満足するよう定める。

$$\frac{\partial(U_{\max} - T_{\max})}{\partial A_{mn}} = 0 \quad (5)$$

式(2)を式(5)に代入し、固有関数の直交関係を用いて整理すると次式が得られる(係数マトリクスの各要素は付録2に示す)。

$$\begin{bmatrix} C_{00}^{(00)} - \lambda & C_{01}^{(00)} & \cdots & C_{m_0 n_0}^{(00)} \\ C_{00}^{(01)} & C_{01}^{(01)} - \lambda & \cdots & C_{m_0 n_0}^{(01)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{00}^{(m_0 n_0)} & \cdots & C_{m_0 n_0}^{(m_0 n_0)} - \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{00} \\ A_{01} \\ \vdots \\ A_{m_0 n_0} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (6)$$

ここに $\lambda = \omega^2 \rho h a^2 b^2 / D$ である。

式(6)の係数マトリクスの行列式を0とおいて解くことにより、固有値 λ_{mn} 、 $m = 0 \sim m_0$ 、 $n = 0 \sim n_0$ が求まり、さらにそれらを式(6)に代入すれば、対応する係数の組 $\{\cdots, A_{ij}, \cdots\}_{mn}$ が求まる。こうして得られた固有値 λ_{mn} から固有モード (m, n) の固有角振動数 ω_{mn} が得られ、係数の組 $\{\cdots, A_{ij}, \cdots\}_{mn}$ を式(2)に代入することによって、固有モード (m, n) の固有関数 $w_{mn}(x, y)$ が得られる。

2.2 分布加振による強制振動解析 式(1)の平板の中立面の強制振動変位 $u(x, y, t)$ を、前節で得られた固有関数 $w_{mn}(x, y)$ を用いてその線形和で次式のように表す。

$$u(x, y, t) = \sum_{mn} F_{mn}(t) w_{mn}(x, y) \quad (7)$$

ここで、 $F_{mn}(t)$ は各固有関数の係数である。

式(7)を式(1)に代入してベクトル形式で表し、平板面全体で積分し、固有関数 w_{mn} の直交関係を用いて整理し、対角減衰マトリクスを導入すると、次式の対角化された非連成減衰強制振動方程式が得られる⁽¹⁰⁾。

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{F}} + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{F}} + \mathbf{K}_p \mathbf{F} = \mathbf{P}_p e^{j\omega t} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_p &= \text{diag}[m_{mn}] & m_{mn} &= \iint_S \rho h [w_{mn}(x, y)]^2 dx dy \\ \mathbf{C}_p &= \text{diag}[c_{mn}] & c_{mn} &= 2\zeta_{mn} \omega_{mn} m_{mn} \\ \mathbf{K}_p &= \text{diag}[k_{mn}] & k_{mn} &= m_{mn} (\omega_{mn})^2 \\ \mathbf{P}_p &= \{\cdots P_{mn} \cdots\}^T & P_{mn} &= \iint_S w_{mn}(x, y) p(x, y) dx dy \\ \mathbf{F} &= \{\cdots F_{mn} \cdots\}^T & \dot{\mathbf{F}} &= \{\cdots \dot{F}_{mn} \cdots\}^T \\ \ddot{\mathbf{F}} &= \{\cdots \ddot{F}_{mn} \cdots\}^T \end{aligned}$$

Fig. 1 A peripherally fixed rectangular plate subjected to a distributed excitation

ここで, m_{mn} : モード質量, c_{mn} : モード減衰, k_{mn} : モード剛性, P_{mn} : モード加振力である.

式(8)の第 mn 行を取り出すと, 固有振動モード (m, n) に関する次の振動方程式が得られる.

$$m_{mn}\ddot{F}_{mn} + c_{mn}\dot{F}_{mn} + k_{mn}F_{mn} = P_{mn}e^{j\omega t} \quad (9)$$

ここでモード加振力 P_{mn} は複素量であるから, $P_{mn} = P_{mn,0}e^{-j\psi_{mn}}$ (ここに, $P_{mn,0}$: モード加振力の大きさ, ψ_{mn} : モード加振力の位相) と表す. したがって, 式(9)の F_{mn} , つまりモード座標系におけるモード変位は, モード変位振幅 $F_{mn,0}$ とモード加振力とモード変位の位相差 ϕ_{mn} を用いて次式で表される.

$$F_{mn} = F_{mn,0}e^{j(\omega t - \phi_{mn} - \psi_{mn})} \quad (10)$$

$$F_{mn,0} = \frac{P_{mn,0}}{m_{mn}\omega_{mn}^2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{mn}}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta_{mn}\frac{\omega}{\omega_{mn}}\right)^2}} \quad (11)$$

ここに

$$\phi_{mn} = \tan^{-1} \frac{2\zeta_{mn}\omega/\omega_{mn}}{1 - (\omega/\omega_{mn})^2} \quad (0 \leq \phi_{mn} < \pi) \quad (12)$$

$$P_{mn,0} = \sqrt{\text{Re}[P_{mn}]^2 + \text{Im}[P_{mn}]^2} \quad (13)$$

$$\psi_{mn} = -\tan^{-1} \{\text{Im}[P_{mn}]/\text{Re}[P_{mn}]\} \quad (14)$$

$\text{Re}[P_{mn}]$, $\text{Im}[P_{mn}]$ は, それぞれ P_{mn} の実数成分, 虚数成分をあらわす.

3. 分布加振される平板から放射される音響パワーの推定法

本章では, 平板が任意の音響加振力, すなわち任意の分布加振力を受けて振動し, 2次的に放射される音響パワーの周波数特性を推定する式を導く.

3.1 放射音響パワーの推定基礎式 ^{(10) (11)} 平板が角振動数 ω で定常振動しているときの放射音響パワー W_{rad} は, 次式で求められる ⁽¹⁰⁾.

$$W_{\text{rad}}(\omega) = \frac{\eta_{\text{rad}}(\omega)}{\eta_{\text{dis}}(\omega)} W_{\text{in}}(\omega) \quad (15)$$

ここで, $\eta_{\text{dis}}(\omega)$: 全損失係数, $\eta_{\text{rad}}(\omega)$: 放射損失係数, そして $W_{\text{in}}(\omega)$: 入力パワーである.

以下に, 上式中の全損失係数, 放射損失係数および入力パワーの求め方について述べる.

3.2 推定パラメータの周波数特性の計算式

3.2.1 全損失係数 各固有振動モードは独立であるから, 矩形板の全消散パワー W_{dis} と振動エネルギー E はそれぞれ固有モード (m, n) の消散パワー $W_{\text{dis},mn}$ および振動エネルギー E_{mn} の総和として与えられるので, 全損失係数 η_{dis} は次式で表せる.

$$\eta_{\text{dis}}(\omega) = W_{\text{dis}}/(\omega E) = \left(\sum_{mn} W_{\text{dis},mn} \right) / \left(\omega \sum_{mn} E_{mn} \right) \quad (16)$$

固有モード (m, n) の消散パワーと振動エネルギーは, モード減衰係数 c_{mn} と臨界モード減衰係数 $c_{c,mn}$, そして式(11)のモード変位振幅 $F_{mn,0}$ を用いて, それぞれ次式で与えられる ⁽¹⁰⁾.

$$\begin{aligned} W_{\text{dis},mn} &= c_{mn}\omega^2 F_{mn,0}^2/2 \\ &= \zeta_{mn}\omega_{mn}m_{mn}\omega^2 F_{mn,0}^2 \\ E_{mn} &= c_{c,mn}\omega_{mn}F_{mn,0}^2/4 \\ &= \omega_{mn}^2 m_{mn}F_{mn,0}^2/2 \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)を式(16)に代入すると次式が得られる.

$$\eta_{\text{dis}}(\omega) = \frac{\sum_{mn} 2\zeta_{mn}\omega_{mn}m_{mn}F_{mn,0}^2}{\sum_{mn} \omega_{mn}^2 m_{mn}F_{mn,0}^2} \cdot \omega \quad (18)$$

すなわち, 実験モード解析などにより得られる固有モード (m, n) のモード減衰比 ζ_{mn} を用いれば, 全損失係数の周波数特性が求められる.

3.2.2 放射損失係数 文献(10)より, 放射損失係数 η_{rad} は, 分布加振力 $p(x, y)$ を与えたときの平板の平均二乗速度 $\langle [\dot{u}_{\text{rms}}(x, y)]^2 \rangle$ と, このときの放射音響パワー $W_u(\omega)$ を用いて次式で与えられる.

$$\eta_{\text{rad}}(\omega) = \frac{W_u(\omega)}{\omega \rho h a b \langle [\dot{u}_{\text{rms}}(x, y)]^2 \rangle} \quad (19)$$

以下に $\langle [\dot{u}_{\text{rms}}(x, y)]^2 \rangle$ と $W_u(\omega)$ の求め方について述べる.

まず, 平板の各点の振動速度の実効値 $\dot{u}_{\text{rms}}(x, y)$ は式(7)と式(10)から次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \dot{u}_{\text{rms}}(x, y) &= \frac{\omega}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\sum_{mn} F_{mn,0} w_{mn}(x, y) \cos(\phi_{mn} + \psi_{mn}) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\sum_{mn} F_{mn,0} w_{mn}(x, y) \sin(\phi_{mn} + \psi_{mn}) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

平板の平均二乗速度は上式の二乗値の平板上での空間平均値であるから $\langle [\dot{u}_{\text{rms}}(x, y)]^2 \rangle$ は次式となる.

$$\begin{aligned} &\langle [\dot{u}_{\text{rms}}(x, y)]^2 \rangle \\ &= \frac{1}{ab} \iint_S \frac{\omega^2}{2} \left\{ \left[\sum_{mn} F_{mn,0} w_{mn}(x, y) \cos(\phi_{mn} + \psi_{mn}) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\sum_{mn} F_{mn,0} w_{mn}(x, y) \sin(\phi_{mn} + \psi_{mn}) \right]^2 \right\} dx dy \quad (20) \end{aligned}$$

放射音響パワー $W_u(\omega)$ は, 平板の振動によってできる音場の解析によって求める. 図1に示す空間の点 $P(R, \Theta, \Phi)$ の音圧 $p(R, \Theta, \Phi, t)$ は次式で与えられる.

$$p(R, \Theta, \Phi, t) = \iint_S \frac{\rho_a}{2\pi d} \ddot{u}(x, y, t') dx dy \quad (21)$$

ここで, d は平板上の点 Q から空間の点 P までの距離で, $d = [R^2 + x^2 + y^2 - 2R \sin \Phi (x \cos \Theta + y \sin \Theta)]^{1/2}$, $t' = t - d/c_a$

である。また、 ρ_a, c_a は空気密度および空気中の音速である。

式(7)と式(10)を式(21)に代入し、点Pの音圧の実効値 $p_{\text{rms}}(R, \Theta, \Phi)$ を求めると次式となる。

$$p_{\text{rms}}(R, \Theta, \Phi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\rho_a \omega^2}{2\pi} \left\{ \left[\iint_S \frac{1}{d} \sum_{mn} F_{mn,0} w_{mn}(x, y) \cos(\phi_{mn} + \psi_{mn} + k_0 d) dx dy \right]^2 + \left[\iint_S \frac{1}{d} \sum_{mn} F_{mn,0} w_{mn}(x, y) \sin(\phi_{mn} + \psi_{mn} + k_0 d) dx dy \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

ここで、 k_0 は波長定数で $k_0 = \omega/c_a$ である。放射音響パワー $W_u(\omega)$ は、 p_{rms} を用いて音の強さを表し、音場解析面で積分すればよいので、次式で与えられる。

$$W_u(\omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{[p_{\text{rms}}(R, \Theta, \Phi)]^2}{\rho_a c_a} R^2 \sin \Phi d\Phi d\Theta \quad (22)$$

3.2.3 入力パワー 平板への入力パワー $W_{\text{in}}(\omega)$ は各固有モードが独立であることから、それぞれのモードに関する入力パワー $W_{\text{in},mn}$ の線形和として次式で与えられる。

$$W_{\text{in}}(\omega) = \sum_{mn} W_{\text{in},mn} \quad (23)$$

固有モード (m, n) に関する入力パワー $W_{\text{in},mn}$ を求める。モード加振力 P_{mn} が1周期 T_{mn} の間になす仕事 E_{mn} は、モード加振力の位相 ψ_{mn} に無関係であることを考慮して求めると次式となる。

$$E_{mn} = \int_0^{T_{mn}} P_{mn} F_{mn} dt \quad (24)$$

$$= \pi P_{mn,0} F_{mn,0} \sin \phi_{mn} \quad (25)$$

入力パワー $W_{\text{in},mn}$ は、単位時間あたりの入力エネルギーであるから、 E_{mn} を周期 $T_{mn} = 2\pi/\omega$ で割ることによって得られ、次式となる。

$$W_{\text{in},mn} = E_{mn} / T_{mn} = \frac{\omega_{mn}}{2} F_{mn,0} P_{mn,0} \sin \phi_{mn} \quad (26)$$

4. 垂直平面波加振される平板の放射音響パワーの推定

本章では音響加振の一例として、自由音場で平面波が矩形板に垂直に入射する場合を対象とし、放射音響パワーの推定に必要なパラメータである全損失係数、放射損失係数および入力パワーの求め方、そして推定例について述べる。

4.1 放射音響パワーの推定法

4.1.1 各推定パラメータの計算 音響加振の簡単なモデルとして、矩形板を無限剛体壁として仮定し、音圧振幅 p_0 の平面波が垂直に入射する場合について考える。この場合、入射側の壁面に作用する音圧は入射波と反射波の

和として表されるので、平板上での分布加振力 $p(x, y)$ は次式となる。

$$p(x, y) = 2p_0 \quad (27)$$

よって、式(27)を式(8)に代入してモード加振力 P_{mn} を求めると、モード加振力の大きさ $P_{mn,0}$ および位相 ψ_{mn} はそれぞれ次式となる。

$$P_{mn,0} = 2p_0 \left| \iint_S w_{mn}(x, y) dx dy \right| \quad (28)$$

$$\psi_{mn} = 0 \quad (29)$$

このときのモード変位振幅 $F_{mn,0}$ は、式(28)を式(11)に代入することによって求められ、次式となる。

$$F_{mn,0} = \frac{2p_0 \left| \iint_S w_{mn}(x, y) dx dy \right|}{m_{mn} \omega_{mn}^2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{mn}} \right)^2 \right]^2 + \left(2\zeta_{mn} \frac{\omega}{\omega_{mn}} \right)^2}} \quad (30)$$

そして、得られた $P_{mn,0}$, ψ_{mn} および $F_{mn,0}$ を、式(18)に代入することによって全損失係数の周波数特性 $\eta_{\text{dis}}(\omega)$ が、式(19)に代入することによって放射損失係数の周波数特性 $\eta_{\text{rad}}(\omega)$ が、式(26)および式(23)に代入することによって入力パワーの周波数特性 $W_{\text{in}}(\omega)$ がそれぞれ得られる。

4.1.2 放射音響パワーの推定方法 本章で対象としている平面波が平板に垂直に入射する場合、式(28)、式(30)から明らかなようにモード加振力 $P_{mn,0}$ およびモード変位振幅 $F_{mn,0}$ は、それぞれ $2p_0$ に比例し、

$$P_{mn,0} \propto 2p_0, F_{mn,0} \propto 2p_0 \quad (31)$$

である。よって、これらの積が含まれる固有モード (m, n) の入力パワー $W_{\text{in},mn}$ は $(2p_0)^2$ に比例し、

$$W_{\text{in},mn} \propto (2p_0)^2 \quad (32)$$

となる。どの固有モードでも式(32)が成立するから、式(23)で与えられる平板への入力パワー W_{in} も $(2p_0)^2$ に比例し、

$$W_{\text{in}} \propto (2p_0)^2 \quad (33)$$

となる。そこで、 $2p_0 = 1[\text{Pa}]$ としたときの入力パワーを $W_{\text{in}}^*(\omega)$ とおき、平板上の音圧を $p_{\text{ref}}(\omega)$ とすると、 $W_{\text{in}}(\omega)$ は次式で与えられる。

$$W_{\text{in}}(\omega) = p_{\text{ref}}(\omega)^2 \cdot W_{\text{in}}^*(\omega) \quad (34)$$

式(34)を式(15)に代入すると次式が得られる。

$$W_{\text{rad}}(\omega) = \frac{\eta_{\text{rad}}(\omega)}{\eta_{\text{dis}}(\omega)} W_{\text{in}}^*(\omega) p_{\text{ref}}^2(\omega) \quad (35)$$

上式の $\eta_{\text{rad}}(\omega)$, $\eta_{\text{dis}}(\omega)$, および $W_{\text{in}}^*(\omega)$ は、あらかじめ求めておくことができる。そこで、平板上の音圧 $p_{\text{ref}}(\omega)$ を測

定などにより求めれば、式(35)により実際に放射される音響パワーの周波数特性 $W_{\text{rad}}(\omega)$ を推定することができる。

4.2 推定例および実験検証

4.2.1 実験振動モード解析 図2に示すように、周辺を固定した1260mm×700mm×4.5mmの鋼製矩形板を、表1に示す機器を用いて実験振動モード解析を行った。加振器に white noise の pseudo random 信号を入力して図中に示した加振点を加振し、加振器先端に取り付けた力変換子により加振力を測定した。また、レーザドップラ振動計を用いて、矩形板の中心線から縦横50mm間隔に引いた直線の交点、350点で振動応答を測定した。解析周波数範囲は25～425[Hz]、 $\Delta f = 0.5$ [Hz]である。この実験モード解析により得られた固有振動数とモード減衰比を表2に示す。なお、表中の*印は実験において、固有振動数およびモードシェイプが検出できなかったモードを示している。

表3(a)欄に、2.1節で述べたレーリー・リッツ法を用い、鋼

Fig. 2 The set-up for experimental modal analysis of the peripherally fixed rectangular plate

Table 1 The instruments for experimental modal analysis

2ch FFT Analyzer	BK2035
Laser Doppler Vibrometer	LV-1100
Force Transducer	BK8200
Charge Amplifier	BK2635
Vibration Exciter	BK4809
Power Amplifier	BK2712
Computer	HP9000 382
Modal Analysis Software	LMS CADA-X

製矩形板の密度を $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ 、ポアソン比を $\nu = 0.3$ 、縦弾性係数を $E = 205 \text{ GPa}$ として求めた固有振動数 f_{mn} と実験値との誤差を示す。表から分かるように、この計算で求めた固有振動数は全てのモードにおいて10%以上実験値より高くなっている。

本実験では、平板と基礎をC型鋼を介してボルトで締め付けて固定した。そこで、C型鋼との内側接触端(図中の線E)を固定端と仮定した。しかし、実験結果の固有振動数が低くなっていることから、実際にはその内側接触端で固定されず弾性変形を生じていると考えられる。したがって、この内側接触端よりわずかに外側の位置が固定端であると考えることができる。また、本研究では、音響加振に対する平板の放射特性を調べることを主目的としているので、レーリー・リッツ法による理論振動モード解析結果を実験モード解析の結果になるべく一致させるように、固定端を前述の内側接触端よりわずかに外側におく、つまり平板の寸法を以下に述べるように補正し、1260mm×700mmよりわずかに大きくすることにした。

理論振動モード解析における式(6)のマトリックスの要素は、付録(A2)式から明らかなように矩形板の x 方向長さと

Table 2 Measured natural frequencies and damping ratios

Mode	f_{mn} (Hz)	ζ_{mn} (%)	Mode	f_{mn} (Hz)	ζ_{mn} (%)
(0,0)	49.0	1.110	(0,2)	*	*
(1,0)	68.7	0.747	(1,2)	260.9	1.057
(2,0)	102.8	1.211	(5,0)	282.4	1.270
(0,1)	126.1	2.704	(4,1)	284.4	0.544
(1,1)	147.2	1.242	(2,2)	295.9	0.742
(3,0)	150.2	0.710	(3,2)	342.1	0.577
(2,1)	178.9	0.551	(6,0)	356.5	2.453
(4,0)	209.0	0.652	(5,1)	358.1	0.601
(3,1)	225.7	0.493	(4,2)	400.8	0.530

Table 3 Calculated natural frequencies

Mode	(a) Theory		(b) Modified Theory	
	f_{mn} (Hz)	error(%)	f_{mn} (Hz)	error(%)
(0,0)	57.1	+16.4	50.0	+2.07
(1,0)	78.3	+14.1	69.4	+1.01
(2,0)	115.6	+12.5	103.2	+0.32
(0,1)	145.9	+15.7	127.5	+1.11
(1,1)	166.3	+13.0	146.0	-0.82
(3,0)	168.3	+12.0	150.8	+0.37
(2,1)	201.4	+12.5	177.7	-0.66
(4,0)	235.7	+12.8	211.7	+1.25
(3,1)	251.5	+11.5	223.1	-1.12
(0,2)	279.8	*	244.3	*
(1,2)	300.1	+15.0	262.6	+0.66
(5,0)	317.4	+12.4	285.4	+1.03
(4,1)	316.7	+11.3	282.0	-0.83
(2,2)	334.4	+13.0	293.6	-0.75
(3,2)	383.3	+12.0	337.9	-1.22
(6,0)	413.1	+15.9	371.7	+4.28
(5,1)	396.6	+10.7	354.2	-1.08
(4,2)	446.7	+11.5	395.3	-1.38

y 方向長さの比 $\mu (= b/a)$ に依存するので、このマトリクスの固有ベクトル $\{\dots, A_{ij}, \dots\}_{mn}$ と固有値 λ_{mn} は μ に依存する。そこで、ある1つの μ の値を与え、各モードにおける理論振動モード解析の固有値 λ_{mn} と実験値の固有角振動数 ω_{mn} とが、 $\lambda = \omega^2 \rho h a^2 b^2 / D$ を満たすと仮定したときの板の x 方向長さ a_{mn} を次式により求める。

$$a_{mn} = \left[\frac{1}{\mu \omega_{mn}} \left(\frac{\lambda_{mn}}{\rho h / D} \right)^{1/2} \right]^{1/2}$$

そして、 a_{mn} の平均値 $\bar{a}$ と標準偏差 σ_a を求める。そして μ の値を変化させてこの標準偏差を最小とする μ を探索し、このときの a_{mn} の平均値 $\bar{a}$ を矩形板の寸法の補正值とした。

図3に、上記の方法で計算した平板の縦横比 μ に対する x 方向長さの平均値 $\bar{a}$ と標準偏差 σ_a を示す。図から $\mu = 0.5649$ のとき標準偏差の値は最小値となったので、そのときの平均値 $\bar{a} = 1326.8$ mm を x 方向長さ、 $\bar{b} = 749.5$ mm を y 方向長さとした。なお、上記の $\bar{a}$, $\bar{b}$ の寸法は、 x , y 方向の固定位置が丁度ボルトのヘッド部分あたりにあることに相当している。

表3(b)欄に、この補正寸法を用いた理論振動モード解析の固有振動数と実験値との誤差を示す。対象から外したモード以外の固有振動数の誤差は約2%以下でありほぼ実験値に一致しているので、後に述べる放射音響パワー推定の計算にはこの補正寸法を用いたときの固有振動数と固有関数を用いることにする。

4.2.2 推定パラメータの周波数特性の計算

図4に推定パラメータの計算結果を示す。図4(b)に示した入力パワー W_{in}^* は全ての周波数において平板上の音圧を1[Pa]としたときの値である。この図から、垂直入射の場合には節線数が偶数-偶数のモード、つまりモードシェイプが z 軸対称であるとき入力パワーはピークをもつことがわかる。また、図中4(a)の白丸はモード全損失係数 $\eta_{dis,mn}$ であり、表2の実験モード解析で得られたモード減衰比 ζ_{mn} の2倍の値である。図から全損失係数 η_{dis} は入力パワーでピークをも

Fig. 3 The mean value and standard deviation of a_{mn} vs ratio μ

つモードにおいてモード全損失係数にはほぼ等しい値をとる特性をもっていることがわかる。放射損失係数 η_{rad} は(0,0)モード以外のモードでは、その前後の周波数において極小値をもつ。これは、全面が同位相で振動する(0,0)モード以外のモードでは、振動エネルギーは大きいものの放射音圧の打ち消しが生じるため、放射音響パワーは小さくなり、結果的に放射損失係数が小さくなるためである。

4.2.3 放射音響パワーの推定と実験

図5に、音響加振による放射音響パワー測定の実験装置の概略を、表4に実験に使用した機器を示す。加振用のスピーカを平板中心部から780mm離れた位置に配置し、スピーカにwhite noise

Fig. 4 The estimation parameters calculated with a unit sound pressure

Fig. 5 Measurement of sound radiation power

Table 4 The instruments to measure sound intensity

2ch FFT Analyzer unit	BK2035
Sound intensity microphone	BK4181, 1/2", Spacer 50mm
Condenser microphone	BK4165, 1/2"
Loud speaker	Coaxial type, two way
Computer	HP9000 300

のpseudo random信号, またはpulse信号を入力して平板を音響加振し, 無響室側で平板の放射音響パワーを音響インテンシティ法により測定した. 音響インテンシティは, 矩形板から100mm離れた位置で, $1200 \times 650[\text{mm}^2]$ の矩形面内を x 方向に16分割, y 方向に9分割したときの格子点, 計170点において測定した. また, 矩形板中心点から20mm離れた点の音圧を測定し, これを矩形板への加振音圧 p_{ref} として推定に用いた. 解析周波数範囲は, $0 \sim 400[\text{Hz}]$, $\Delta f = 2[\text{Hz}]$ である. また, 加振側の音場が自由音場とみなせるようにスピーカと矩形板の周囲を吸音材 (ウレタン: 厚さ100mm) で囲んだ.

図6に, pseudo random信号をスピーカに入力して音響加振した場合の放射音響パワーの推定結果を示す. 図6(a)は加振音圧として用いた上述の音圧のレベル L_p である. 図6(b)は, 放射音響パワーの推定値と実測値である. この図から推定値はピークの大きさおよび周波数特性とも実測値にほぼよく一致していることがわかる. また表5に, 推定値と実験値のピークでの音響パワーの誤差を示す. この表5から分かるようにピークの大きさもほぼ4dB以内の誤差に収まっていることがわかる. また, 図7に20ms周期の矩形pulse信号で加振した場合の放射音響パワーの推定結果を示す. この場合, 入力音圧の周波数特性(図7(a))は50Hzの定

倍にピークをもち, 放射音響パワーもそれに対応したところでピークをもつことになる. このように, 周波数特性の異なる音響加振を行っても, 推定値と実験値はほぼ一致していることがわかる.

次に, 推定誤差について考察する. 図8に, 実験で使用したスピーカに, pseudo random信号を入力したときの無響室で測定した100Hzでの出力音圧分布を示す. 測定面はスピーカから670mm離れた面で, x 方向を18分割, y 方向を8分割した点の音圧を測定した. 図から分かるように, 実際の平板上の音圧は等分布ではなく, 仮定した理想的な垂直平面波入射条件を満足していない. したがって, 図6において, 理論的にはピークを持たないモード, すなわち入射音圧分布が等分布であれば式(8)中のモード加振力 P_{mn} が零となるべきモードにおいてもモード加振力が生じて入力パワーが大きくなり, 放射音響パワーの推定値と実験値との

Fig. 6 The estimated and measured sound radiation power for pseudo random signal excitation

Table 5 The peak values of sound radiation power (pseudo random signal)

Mode	Sound radiation power (dB)		
	Estimated	Measured	Error
(0,0)	58.1	53.9	+4.2
(2,0)	51.7	52.0	-0.3
(4,0)	43.3	40.6	+2.7
(2,2)	38.6	38.6	+0.0

Fig. 7 The estimated and measured sound radiation power for pulse signal excitation

Fig. 8 An example of the distributions of sound pressure at 100Hz (pseudo random signal)

誤差が大きくなったものと考えられる。

以上の検討結果から、本研究で導いた手法により、音響加振される周辺固定矩形板から2次的に放射される音響パワーを十分な精度で推定できるものと考えられる。

5. 結 言

本研究では、分布加振力を受ける周辺固定矩形板からの放射音響パワーの推定法を提案するとともに、例として垂直平面波加振により音響加振されるとき放射音響パワーの推定を行い、その検証実験を行った。得られた主な結果は以下の通りである。

- (1) 周辺固定矩形板に分布加振力が作用するときの強制振動解を求め、その結果を用いて全損失係数、放射損失係数、入力パワーの周波数特性を求める式を導出し、矩形板から放射される音響パワーの推定法を示した。
- (2) 音響加振の一例として、自由音場での垂直平面波により加振される周辺固定矩形板のモード加振力およびモード変位の周波数特性を求める式を導出した。
- (3) 自由音場での垂直平面波加振における放射パワーの推定値の周波数特性は、実験値の周波数特性とほぼ一致し、ピークの絶対値においても誤差は4dB以内に収まっており、提案した手法により音響加振される周辺固定矩形板から放射される音響パワーを実用上十分な精度で推定できることがわかった。

日東紡音響エンジニアリング(株)には、実験装置等に関してご助力をいただいた。記して謝意を表する。

文 献

- (1) M.J.Crocker, A.J.Price: Sound Transmission using Statistical Energy Analysis, J.Sound Vib., **9**, 3(1969), 469.
- (2) 川井孝雄: 一重板の遮音機構の解析 - 円形板への平面波垂直入射 -, 日本音響学会誌, **29**, 4(1973), 186.
- (3) 田中 洪: 矩形中空壁の垂直入射波に対する透過損失の解析, 日本音響学会誌, **31**, 7(1975), 441.
- (4) 高橋大式, 古江嘉弘, 松浦邦男: 球面波入射による板振動・音の透過, 日本音響学会誌, **35**, 6(1979), 314.
- (5) A.Craggs: Sound transmission between enclosures - A study using plate and acoustic finite element -, *Acoustica*, **35**, 2(1976), 89.

- (6) 大鶴 徹: 有限要素法による弾性板の音響入射に対する応答解析, 日本建築学会計画系論文集, **461**(1994), 1.
- (7) 阪上公博, 杉本理恵, 高橋大式, 森本政之: 有限要素法・境界要素法を用いた弾性平板による反射音場の数値解析, 日本音響学会誌, **48**, 11 (1992) 786.
- (8) 例えば, 中原一郎: 応用弾性力学, (1977), コロナ社.
- (9) D.Young: Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method, *Journal of Applied Mechanics*, December (1950), 448.
- (10) 林 巖, 岩附信行, 牧 泰希: 歯車騒音の放射パワーの推定に関する研究 (第1報 音響放射パワー推定の基礎理論および軸一体円板への適用), 日本機械学会論文集 (C編), **56**, 531 (1990), 3046.
- (11) 林 巖, 岩附信行, 牧 泰希: 歯車騒音の放射パワーの推定に関する研究 (第2報 軸一体円板からの音響放射パワーの推定および実験), 日本機械学会論文集 (C編), **56**, 531 (1990), 3053.

付録1 両端固定支持のオイラーばりの正規関数

例えば, x 方向に適用して

$$X_i(x) = \cos \beta_i \left(x + \frac{a}{2} \right) - \cosh \beta_i \left(x + \frac{a}{2} \right) + \frac{\sin \beta_i a + \sinh \beta_i a}{\cos \beta_i a - \cosh \beta_i a} \left[\sin \beta_i \left(x + \frac{a}{2} \right) - \sinh \beta_i \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \quad (A1)$$

ここで, β_i は振動判別式 $\cos \beta_i a \cosh \beta_i a - 1 = 0$ を満たす解である。また, $Y_j(y)$ は $x \rightarrow y, a \rightarrow b$ に置き換える。

付録2 式(6)の係数マトリクス

$$C_{mn}^{(ik)} = \left[\frac{b^2}{a^2} (\beta_i l)^4 + \frac{a^2}{b^2} (\beta_k l)^4 \right] \delta_{mn} + \nu (E_{mi} F_{kn} + E_{im} F_{nk}) + 2(1 - \nu) H_{im} K_{kn} \quad (A2)$$

$$\lambda = \omega^2 \rho h a^2 b^2 / D \quad (A3)$$

$$\delta_{mn} = 1 \quad \text{for } mn = ik$$

$$= 0 \quad \text{for } mn \neq ik$$

そして,

$$\left. \begin{aligned} E_{im} &= a \int_0^a X_i \frac{d^2 X_m}{dx^2} dx & E_{mi} &= a \int_0^a X_m \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx \\ F_{kn} &= b \int_0^b Y_k \frac{d^2 Y_n}{dy^2} dy & F_{nk} &= b \int_0^b Y_n \frac{d^2 Y_k}{dy^2} dy \\ H_{im} &= a \int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_m}{dx} dx & K_{kn} &= b \int_0^b \frac{dY_k}{dy} \frac{dY_n}{dy} dy \end{aligned} \right\} \quad (A4)$$

である。