H^∞ 制御系と構造系の同時最適設計に関する研究*

(設計条件に対する最適条件とアクチュエータ配置の関係の考察)

河村 庄造^{*1}, 安武 俊雄^{*2}, 岩壺 卓三^{*1}

Simultaneous Optimum Design of Continuous Structure and H^∞ Control System (Consideration of Optimum Shape and Actuator Location for Design Condition)

Shozo KAWAMURA, Toshio YASUTAKE and Takuzo IWATSUBO

In this paper, a simultaneous optimum design of the continuous structure and H^∞ control system has been performed, in which the structural shape and actuator location are taken as the control design variables. The integrated system is optimum designed for some kinds of the disturbance acting location and the objective function, and the relation between the optimum shape and the actuator location has been considered. The numerical study has been carried out for the cantilever beam. As the results, it was seen that the disturbance acting point has much influence on the design results, that is, the actuator is arranged for the structure which is designed according to the disturbance acting location. It was also seen the value of the objective function for the simultaneous optimum design is smaller than the one for the individual optimum design, so that the simultaneous optimum design is effective for the design of the integrated system.

Key Words: Optimum Design, Flexible Structure, Vibration Control, H^∞ Controller, Actuator Location, Shape Design

1. 緒言

能動振動制御系を備えた柔軟構造物の最適設計法は、構造系を先に設計しその後制御系の設計を行う別々最適設計と、これらを同時に設計する同時最適設計とに分けられる。同時最適設計では、制御系と構造系の相互干渉を考慮できるので、別々最適設計よりも優れた設計ができる可能性があり、多くの研究がなされている⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。

一方近年、ロバスト制御の有力な手法として H^∞ 制御理論⁽⁶⁾が注目されており、構造系と H^∞ 制御理論を用いた同時最適設計の研究もいくつか報告されている⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾。著者らも、周波数重み関数の設定が設計結果に大きく影響することを示し、周波数重み関数の設定を最適設計に組み込む同時最適設計手法を提案し、各評価関数の変動幅が等しくなるように正規化された評価関数を用いて同時最適設計を行い、良好な結果を得た^{(10),(11)}。しかしそれらの研究で取り上

げた解析モデルは4自由度系で、センサおよびアクチュエータの配置は固定されていた。実際の構造物は連続体であり、構造物形状やアクチュエータ配置も制約条件の範囲内で設計できると考えられる。

そこで本研究では、著者らが提案している同時最適設計手法を連続体構造物に適用し、構造物形状とアクチュエータ配置も設計変数として最適設計を行う。そして外乱の作用位置や評価関数を変えた場合の最適設計を行い、最適構造物形状とアクチュエータ配置の関係を考察することを目的とする。数値計算例として、片持ちはりの低次モードを制振し、残りのモードをロバスト安定とするような制振問題を取り上げ、最適構造物形状とアクチュエータ配置の関係を別々最適設計および同時最適設計に対して考察する。

2. 運動方程式と H^∞ 制御理論の概要

一般の機械・構造物を有限要素法などを用いて離散化した場合の n 自由度振動系の運動方程式は次式となる。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = B_{s1}w + B_{s2}u \quad (1)$$

* 原稿受付 1998年5月8日。

^{*1} 正員, 神戸大学工学部(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1)。

^{*2} 神戸大学大学院[現:住友電気工業(株)(〒541-0041 大阪市中央区北浜4-5-33)]。

E-mail: kawamura@mech.kobe-u.ac.jp

さらに次のような状態方程式に変換する.

$$\dot{q}_s = A_s q_s + B_{1s} w + B_{2s} u \quad (2)$$

次にシステムの観測出力 $y_s \in R^l$ と制御量 $z_s \in R^e$ を表す式と式(2)をまとめて次式のように記述する.

$$\begin{cases} \dot{q}_s \\ z_s \\ y_s \end{cases} = \begin{bmatrix} A_s \\ C_{1s} \\ C_{2s} \end{bmatrix} q_s + \begin{bmatrix} B_{1s} \\ D_{11s} \\ D_{21s} \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} B_{2s} \\ D_{12s} \\ D_{22s} \end{bmatrix} u \quad (3)$$

式(3)をラプラス変換して状態変数を消去する. としてフィードバック制御系も含めた閉ループ系は次式のようになる.

$$\begin{cases} z(s) \\ y(s) \end{cases} = G(s) \begin{cases} w(s) \\ u(s) \end{cases}, \quad u(s) = K(s)y(s) \quad (4)$$

H[∞] 制御問題とは, 外乱 $w(s)$ から制御量 $z(s)$ までの伝達関数 $T_{zw}(s)$ の H[∞] ノルムに関し

$$\|T_{zw}\|_{\infty} < \gamma \quad (5)$$

を満足する安定化補償器 $K(s)$ を設計することである. γ は閉ループ系の H[∞] ノルムの上限値を示す.

本研究では, 制御性能及びロバスト性能に関する周波数重み関数を用いた H[∞] 制御系の設計を行う. この制御性能の向上とロバスト性能の向上は互いに相反するので, 制御性能とロバスト性能との trade-off を考慮すると, 次式を満足するような H[∞] 制御系を設計する問題となる.

$$\left\| \begin{matrix} W_1 T_{yw} \\ W_2 T_{uw} \end{matrix} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (6)$$

3. 設計問題の定式化

3.1 設計変数の設定 構造系の設計変数としては構造物の各部の断面積, 密度, 長さやヤング率などが考えられる. また制御系の設計変数としては, フィードバックゲイン, 周波数重み関数, センサとアクチュエータの数及びそれらの配置などが考えられる.

3.2 評価関数の設定 構造系の評価関数 J_s としては, 構造全体の重量や開ループ系の過渡応答の収束性などが考えられる. 制御系の評価関数 J_c としては, フィードバックゲインノルム, 閉ループ系のモード減衰率, 閉ループ系の過渡応答を表す二次形式評価関数などが考えられる. これら種々の評価関数の変動幅が等しくなるように正規化した評価関数の和で全体の評価関数を構成する. 具体的な方法は既報^{(10),(11)}に示す通りである. 構造系及び制御系の評価関数は次式で表される.

$$J_s = \sum_{i=1}^{N_s} w_s^{(i)} \left(\frac{J_s^{(i)}}{J_{s_ini}^{(i)}} - 1 \right), \quad J_c = \sum_{j=1}^{N_c} w_c^{(j)} \left(\frac{J_c^{(j)}}{J_{c_ini}^{(j)}} - 1 \right) \quad (7)$$

この評価関数は変動幅を等しくするという意味で, 種々の評価関数を同等に評価していることになる. そして式(7)の評価関数は, 実数の範囲で値が小さいほど良好な設計であることを表している. そして構造系と制御系を総合的に評価する評価関数は

$$J = w_s J_s + w_c J_c \quad (8)$$

となる. ここで w_s, w_c はそれぞれ構造系及び制御系の重み係数である. この場合 J の値の大小により別々最適設計と同時最適設計の優劣を決めることができる.

3.3 制約条件の設定 構造系の制約条件としては, 運動方程式等の等式制約条件

$$h_i(\tilde{x}_s) = 0, \quad (i = 1, \dots, \alpha) \quad (9)$$

及び設計変数の上限, 下限や応力の制限などの不等式制約条件

$$g_i(\tilde{x}_s) \leq 0, \quad (i = 1, \dots, \beta) \quad (10)$$

が考えられる. ここで $\tilde{x}_s$ は構造系の設計変数である.

制御系の制約条件としては, H[∞] 制御問題が常に可解でないのでその可解条件を採用する. また設計変数の上限や下限の不等式制約条件として

$$(\tilde{x}_c)_{\min} \leq (\tilde{x}_c) \leq (\tilde{x}_c)_{\max} \quad (11)$$

がある. ここで $\tilde{x}_c$ は制御系の設計変数である.

3.4 別々最適設計と同時最適設計の設定 別々最適設計はまず構造系の設計を行う. 構造系の制約条件を満足する構造系の設計変数 $\tilde{x}_s$ のうちで評価関数 J_s を最小化する $\tilde{x}_s$ を求める. 次に得られた最適構造の周波数応答関数に基づき設計者が周波数重み関数を設定する. そして制御系の制約条件を満足する制御系の設計変数 $\tilde{x}_c$ のうちで評価関数 J_c を最小化する $\tilde{x}_c$ を求める. 総合評価は式(8)を用いて行う.

同時最適設計は構造系, 制御系の設計を同時に行う. すなわちすべての制約条件を満足する設計変数 $\tilde{x} (= (\tilde{x}_s, \tilde{x}_c))$ のうち式(8)が最小となる設計変数 $\tilde{x}$ を求める.

4. 数値例

4.1 解析モデル 本研究では, 図 1 のような片持ちはりモデルを取り上げる. この片持ちはりに外乱 w を加え, 一つのアクチュエータにより制振を行う. この場合 y 軸方向の変位はないと仮定し, z 軸方向の曲げ振動のみを制御する. また片持ちはりモデルは, 長手方向の幅を変化させることにより構造変更を行う. 片持ちはりを 20 要素に等分割し, 節点番号は固定端側を 1, 自由端を 20 とする. そして有限要素法を用いて運動方程式を導出する. 各モードのモード減衰比 $\zeta_i (i = 1, \dots, 40)$ を 0.001 とし, 数値計

算に用いた構造物の諸元を表 1 に表す.

Fig.1 Model for numerical example

Table 1 Specification of example model

Parameter			Value
Length	L	[m]	0.8
Thickness	t	[m]	0.003
Width coefficient	B_s	[m]	0.08
Young's ratio	E	[Pa]	2.06×10^{11}
Density	ρ	[kg/m ³]	7.86×10^3

運動方程式をモード座標系に変換し, フルオーダーモデルから高次のモード項を切り捨てた 1~3 次モードの低次元モデルを制御対象とする. このとき式 (2) の状態変数は次のようになる.

$$q_s = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3\} \quad (12)$$

また本研究では, 節点 9 (中央より一要素分固定端側) と 19 (自由端より一要素分固定端側) の変位が検出できるものとする.

$$y = \{x_9, x_{19}\} \quad (13)$$

なお, H^∞ 制御系設計の解法に Doyle-Glover の方法 (6), (13) を用いるので, 微小な外部入力ベクトル (センサ外乱) $w_s = \epsilon I, \epsilon \ll 1$ を出力 y に付加する.

制御系の設計仕様としては一次, 二次, 三次モードの振動を抑えることと, 切り捨てた高次モードの振動をロバスト安定にすることである.

4.2 最適設計問題の具体化

4.2.1 設計変数 まず構造系の設計変数として, 片持ちはりの幅を考える. 固定端から X 離れた位置でのはりの幅を $B(X)$ とする. X は固定端からの距離 x を片持ちはりの全長 L で割り無次元化している. そして幅 $B(X)$ を

$$B(X) = B_s \cdot \left(\sum_{i=0}^n B_i \cdot X^i \right) \quad (14)$$

と近似する. B_s は基準面で表 1 に示す値を定数として与える. B_i が構造系の設計変数である. 近似関数の次数を高くすることは設計できる構造物の形状の範囲が拡張されることになり, 構造系の設計の自由度を大きくすることに対応する. 本研究では次式のように 2 次関数近似して設計する.

$$B(X) = B_s \cdot (B_2 \cdot X^2 + B_1 \cdot X + B_0) \quad (15)$$

制御系の設計変数としては H^∞ ノルムの上限 γ , アクチュエータ配置 X_A をとる. この X_A も固定端からの距離 x_A を片持ちはりの全長 L で割り無次元化する. この場合 $X_A=0$ なら固定端, $X_A=1$ なら自由端を表す. また周波数重み関数 $W_1(s)$ のゲインに関する変数 h を設定する.

4.2.2 評価関数 構造系の評価関数として構造物の全質量

$$J_{s1} = \sum_{i=1}^{20} m_i \quad (16)$$

と, 開ループ系の二次形式評価関数

$$J_{s2} = \int_0^\infty \tilde{Z}^T Q \tilde{Z} dt \quad (17)$$

を採用する. ただし $\tilde{Z}$ はこの開ループの状態変数であり, 本研究では系にインパルス外乱が作用した場合の応答とする. また Q は重み行列関数であり, 単位行列とする.

構造系全体の評価関数 J_s は各評価関数の変動幅が等しくなるように正規化された

$$J_s = w_s^{(1)} \left(\frac{J_{s1}}{J_{s1_ini}} - 1 \right) + w_s^{(2)} \left(\frac{J_{s2}}{J_{s2_ini}} - 1 \right) \quad (18)$$

を考える.

次に制御系の評価関数としては, 閉ループ系の j 次モード ($j=1, 2, 3$) のモード方程式を一自由度系と考えた場合の伝達関数のピーク値

$$J_{c1}^{(j)} = \frac{1}{2\tilde{\omega}_j^2 \tilde{\zeta}_j \sqrt{1 - \tilde{\zeta}_j^2}}, \quad (j=1, 2, 3) \quad (19)$$

をとる. ここで $\tilde{\omega}_j, \tilde{\zeta}_j$ は閉ループ系の固有振動数, モード減衰比である. この評価関数は, 一次, 二次, 三次モードの振動を抑えるという制御系の設計仕様を表したものである.

さらに制御入力の二次形式評価関数をとる.

$$J_{c2} = \int_0^\infty u(t) R u(t) dt \quad (20)$$

ただし $u(t)$ は制御入力, R は重み係数である.

制御系全体の評価関数 J_c は, 制御入力を評価する J_{c2} の設計結果への影響を調べるため, それを評価しない場合とする場合の二種類を設定する.

$$J_c^1 = \sum_{j=1}^3 w_c^{(j)} \left(\frac{J_{c1}^{(j)}}{J_{c1_ini}^{(j)}} - 1 \right) \quad (21)$$

$$J_c^2 = \sum_{j=1}^3 w_c^{(j)} \left(\frac{J_{c1}^{(j)}}{J_{c1_ini}^{(j)}} - 1 \right) + w_c^{(4)} \left(\frac{J_{c2}}{J_{c2_ini}} - 1 \right) \quad (22)$$

これらの評価関数も式(18)と同様、各評価関数の変動幅が等しくなるように正規化している。

構造系と及び制御系を総合的に評価する評価関数は、式(8)において重み係数を

$$w_s = w_c = 1.0 \quad (23)$$

としたものを用いる。

4.2.3 制約条件 制御系の設計変数の変動幅を以下のように設定する。

$$0 \leq \gamma \leq 1.0, 10^{9.5} \leq h \leq 10^{10.5} \quad (24)$$

はりの幅の近似式の係数に関する制約条件は

$$0.0 \leq B_0 \leq 2.0, -2.0 \leq B_1 \leq 2.0, -2.0 \leq B_2 \leq 2.0 \quad (25)$$

とし、はりの幅に関する制約条件は

$$0 \leq B(X) \leq 0.16 \quad (26)$$

とする。またはりに生じるせん断応力 $\tau(X)$ と曲げ応力 $\sigma(X)$ が許容応力以下になる制約条件を

$$\tau(X) \leq \tau_a, \sigma(X) \leq \sigma_a \quad (27)$$

とする。ここで τ_a 、 σ_a はそれぞれ許容せん断応力、許容曲げ応力であり、それぞれ $\tau_a=4.0[\text{MPa}]$ 、 $\sigma_a=7.2[\text{MPa}]$ と設定する。

また制御系の制約条件として H^∞ 制御系設計問題の可解条件をとる。

4.3 外乱が自由端に作用する場合の最適設計

ここでは外乱が自由端(x_{20} の位置)に作用する場合の最適設計を行う。

4.3.1 制御入力大きさを評価しない場合 制御系の評価関数として式(21)を用いる。式(18)、(21)の重み係数を既報^{(10),(11)}の手法に基づいて定めると

$$w_s^{(1)} = 0.73, w_s^{(2)} = 1.00, w_c^{(1)} = 2.72, w_c^{(2)} = 1.11, w_c^{(3)} = 0.98 \quad (28)$$

となる。別々最適設計では式(18)が最小となるように構造最適設計を行った後の構造の周波数応答関数に基づいて周波数重み関数を決定した。具体的な数値は、

$$W_1(s) = \frac{h}{s^2 + (2 \cdot 0.3 \cdot 429)s + 429^2} \\ W_2(s) = \frac{1.0 \times 10^{-3} s^2}{s^2 + (2 \cdot 0.1 \cdot 840)s + 840^2} \quad (29)$$

となる。この周波数重み関数を用いて制御系の設計を行う。設計結果を表2に示す。

一方同時最適設計では、設計変更に伴う構造系の特性の変化に追従するように周波数重み関数を以下のように設定した。

$$W_1(s) = \frac{h}{s^2 + (2 \cdot 0.3 \cdot \omega_3)s + \omega_3^2} \\ W_2(s) = \frac{1.0 \times 10^{-3} s^2}{s^2 + (2 \cdot 0.1 \cdot \omega_4)s + \omega_4^2} \quad (30)$$

ここで ω_3 、 ω_4 はそれぞれ3次、4次の固有振動数である。同時最適設計の設計結果も表2にあわせて示す。

表2で評価関数の値を比較すると、同時最適設計の方が構造系の評価関数は大きいですが、総合的な評価関数 J としては小さいので、同時最適設計によって別々最適設計よりも優れた設計結果が得られたと考えられる。図2に同時最適設計の場合の最適形状とアクチュエータ配置を示す。アクチュエータは自由端からやや固定端よりに配置されたが、これは最適形状が中央部が細くなったものであるため、節点19の自由端付近と節点9の中央部の両方の振動を効果的に制御するため、アクチュエータが固定端側に移動したものと考えられる。なお別々最適設計の場合の最適形状は表2の B_0, B_1, B_2 を見ると同時最適設計の結果と数値は異なるが、形状としてはほぼ同じである。またアクチュエータ配置 X_A もほぼ同じ位置であり、自由端からやや固定端よりの位置に配置された。

Table 2 Result in case with disturbance acting at the free end without consideration of control energy

	Initial Design	Individual Optimum Design	Simultaneous Optimum Design
B_0	1.0000	1.2892	1.6890
B_1	0.0000	-3.2514	-4.7731
B_2	0.0000	4.0824	5.2059
γ	0.0100	0.9998×10^{-2}	0.9509×10^{-1}
h	1.00×10^{10}	3.16×10^{10}	3.16×10^{10}
X_A	0.9500	0.7661	0.7786
J_s		-0.1495	-0.1438
J_c^1		-0.4816	-0.4290
J		-0.6311	-0.6357

Fig.2 Optimized shape and actuator location in case of simultaneous optimum design with disturbance acting at the free end without consideration of control energy

4.3.2 制御入力大きさを評価する場合 制御系の評価関数として式(22)を用いる．式(18), (21)の重み係数を既報^{(10),(11)}の手法に基づいて定めると

$$\begin{aligned} w_s^{(1)} &= 0.73, \quad w_s^{(2)} = 1.00, \quad w_c^{(1)} = 2.72, \\ w_c^{(2)} &= 1.11, \quad w_c^{(3)} = 0.98, \quad w_c^{(4)} = 0.50 \end{aligned} \quad (31)$$

となる．4.3.1 項とは制御系の評価関数が異なるだけなので，別々最適設計の周波数重み関数は式(29)と同様である．同時最適設計の場合も周波数重み関数は式(30)と同様であり，設計結果を表 3 にあわせて示す．

Table 3 Result in case with disturbance acting at the free end with consideration of control energy

	Initial Design	Individual Optimum Design	Simultaneous Optimum Design
B_0	1.0000	1.2892	1.3000
B_1	0.0000	-3.2514	-3.2515
B_2	0.0000	4.0824	4.0712
γ	0.0100	0.7000	0.9999×10^{-1}
h	1.00×10^{10}	3.16×10^{10}	3.16×10^{10}
X_A	0.9500	0.8820	0.8817
J_s		-0.1495	-0.1493
J_c^2		-0.6431	-0.6436
J		-0.7925	-0.7929

Fig.3 Optimized shape and actuator location in case of simultaneous optimum design with disturbance acting at the free end with consideration of control energy

表 3 で評価関数の値を比較すると，この場合も同時最適設計の方が評価関数 J の値が小さいので，同時最適設計によって別々最適設計よりも優れた設計結果が得られたと考えられる．図 3 に同時最適設計の場合の最適形状とアクチュエータ配置を示す．この場合もアクチュエータは自由端からやや固定端よりに配置された．また最適形状も図 2 と同様，中央部が細くなっている．なお別々最適設計の場合の最適形状及びアクチュエータ配置も表 3 からわかるようにほぼ同じであった．

4.4 外乱が中央部に作用する場合の最適設計

ここでは外乱が中央部(x_{10} の位置)に作用する場合の最適設計を行う．

4.4.1 制御入力大きさを評価しない場合 制御系の評価関数として式(21)を用いる．式(18), (21)の重み係数を既報^{(10),(11)}の手法に基づいて定めると

$$\begin{aligned} w_s^{(1)} &= 0.73, \quad w_s^{(2)} = 1.00, \quad w_c^{(1)} = 3.83, \\ w_c^{(2)} &= 3.29, \quad w_c^{(3)} = 1.19 \end{aligned} \quad (32)$$

となる．別々最適設計では式(18)が最小となるように構造最適設計を行った後の構造の周波数応答関数に基づいて周波数重み関数を次式のように決定した．

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{h}{s^2 + (2 \cdot 0.3 \cdot 480)s + 480^2} \\ W_2(s) &= \frac{1.0 \times 10^{-3} s^2}{s^2 + (2 \cdot 0.1 \cdot 900)s + 900^2} \end{aligned} \quad (33)$$

この周波数重み関数を用いて制御系の設計を行った結果を表 4 に示す．

一方同時最適設計の場合は，式(30)と同じ周波数重み関数を用いて最適設計を行った結果を表 4 にあわせて示す．

Table 4 Result in case with disturbance acting at the center without consideration of control energy

	Initial Design	Individual Optimum Design	Simultaneous Optimum Design
B_0	1.0000	1.6614	1.8700
B_1	0.0000	-0.1594	1.3210
B_2	0.0000	-1.3879	-3.3086
γ	0.0100	0.1000	0.9997
h	1.00×10^{10}	3.16×10^{10}	3.16×10^{10}
X_A	0.9500	1.0000	1.0000
J_s		-0.0928	-0.0434
J_c^1		-0.3465	-0.5528
J		-0.4393	-0.5962

Fig.4 Optimized shape and actuator location in case of simultaneous optimum design with disturbance acting at the center without consideration of control energy

表 4 で評価関数の値を比較すると，この場合も同時最適設計の方が評価関数 J の値が小さいので，同時最適設計によって別々最適設計よりも優れた設計結果が得られたと考えられる．図 4 に同時最適設計の場合の最適形状を示す．この場合はアクチュエー

タが自由端に配置され、また最適形状も図 2, 3 と異なり、先細り形状となっている。なお図 4 の形状において自由端で幅を示す実線が交差しているが、これは幅を二次関数近似する際に各要素の中心点における値でその要素の幅を決定しているためである。なお別々最適設計の場合の最適形状及びアクチュエータ配置も表 4 からわかるようにほぼ同じであった。

Table 5 Result in case with disturbance acting at the center with consideration of control energy

	Initial Design	Individual Optimum Design	Simultaneous Optimum Design
B_0	1.0000	1.6614	1.9859
B_1	0.0000	-0.1594	0.3718
B_2	0.0000	-1.3879	-2.4558
γ	0.0100	1.0000	0.9999
h	1.00×10^{10}	3.16×10^{10}	3.16×10^{10}
X_A	0.9500	0.8858	1.0000
J_s		-0.0928	-0.0636
J_c^2		-0.6584	-1.0164
J		-0.7512	-1.0800

Fig. 5 Optimized shape and actuator location in case of simultaneous optimum design with disturbance acting at the center with consideration of control energy

Fig. 6 Optimized shape and actuator location in case of individual optimum design with disturbance acting at the center with consideration of control energy

Fig. 7 Frequency response function of x_g in case of simultaneous optimum design with disturbance acting at the center with consideration of control energy

4.4.2 制御入力的大小を評価する場合 制御系の評価関数として式(22)を用いる。式(18), (21)の重み係数を既報^{(10),(11)}の手法に基づいて定めると

$$\begin{aligned} w_s^{(1)} &= 0.73, \quad w_s^{(2)} = 1.00, \quad w_c^{(1)} = 3.83, \\ w_c^{(2)} &= 3.29, \quad w_c^{(3)} = 1.19, \quad w_c^{(4)} = 0.50 \end{aligned} \quad (34)$$

となる。4.4.1 項とは制御系の評価関数が異なるだけなので、別々最適設計の周波数重み関数は式(33)と同様であり、設計結果を表 5 に示す。同時最適設計の場合も周波数重み関数は式(30)と同様であり、設計結果を表 5 にあわせて示す。

表 5 で評価関数の値を比較すると、この場合も同時最適設計の方が評価関数 J の値が小さいので、同時最適設計によって別々最適設計よりも優れた設計結果が得られたと考えられる。図 5 に同時最適設計の場合、図 6 に別々最適設計の場合の最適形状とアクチュエータ配置を示す。同時最適設計の場合の最適形状は図 4 と同様、先細り形状となり、アクチュエータも自由端に配置されている。このような先細り形状の場合、自由端の位置が一次から三次のすべてのモードの最大振幅となるので、その位置にアクチュエータが配置されている。別々最適設計の場合も先細り形状になっているが、アクチュエータは自由端よりやや固定端側に配置されている。一般にアクチュエータはモードの最大振幅位置、今回の場合は自由端に配置されれば最も効率がよいと考えられるが、この数値例では必ずしもそのようにはなっていない。別々最適設計では構造系の最適設計を先に行ってしまうので、この結果は制御系の評価関数の影響であると考えられる。すなわち制御入力のみでなく、閉ループ系の伝達関数のピーク値も

評価しているため、このようなアクチュエータ配置が得られたと考えられる。この点に関しては、評価関数の再考も含め、今後さらに検討したい。

図 7 に同時最適設計の場合の周波数応答関数を示す。図から一次～三次モードの振動が十分に抑制されていることがわかる。他の設計例においても制御仕様を満足していることを確認した。

4.5 考察 以上のように外乱の作用位置や評価関数を変えた場合の最適設計を行った結果、最適形状とアクチュエータ配置の関係は以下のように考察できる。

外乱が自由端に作用する場合、図 2, 3 から制御入力の評価の有無に関わらず最適形状は中央部で細くなっている。これは外乱の作用する自由端を重くして振動を抑制していると考えられる。そして一次から三次までの振動モードの最大振幅位置は自由端なので自由端にアクチュエータが配置されてもよいように思えるが、中央部が細いためその部分が振動しやすくなっており中央部の振動も効果的に抑制するために、アクチュエータはやや固定端側に移動したと考えられる。このことは制御入力の評価の有無に関わらず見られる結果である。

外乱が中央部に作用する場合、図 4, 5, 6 から制御入力の評価の有無に関わらず最適形状は先細りとなっている。これは外乱が自由端に作用する場合と同じく、外乱の作用する中央部を重くして振動を抑制していると考えられる。この場合は中央部の振動は中央部のはりの幅を大きくすることで抑制されているので、アクチュエータは一次から三次の振動モードの振幅が大きい自由端に配置されたと考えられる。

以上のことから、本解析で扱った範囲では外乱の作用位置の影響が大きく、それに対応する形状に対してアクチュエータが配置されたという結果になった。そのため同時最適設計も別々最適設計も、設計結果としてはほぼ同じ傾向となっている。しかし評価関数の値を比較すると同時最適設計の方が別々最適設計より優れた設計結果が得られているので、同時最適設計が有効であると言える。

5. 結 言

本研究では、構造物形状とアクチュエータ配置も設計変数として H^∞ 制御系と連続体構造物の最適設計

計を行った。数値計算例として片持ちはりを取り上げ、外乱の作用位置や評価関数を変えた場合の最適設計を行い、最適構造物形状とアクチュエータ配置の関係を考察した。その結果、本解析で扱った範囲では外乱の作用位置の影響が大きく、それに対応する形状に対してアクチュエータが配置されたという結果になった。そして評価関数の値の比較から同時最適設計の有効性を示すことができた。

なお今後の研究の発展としては、最適形状を、設計条件やアクチュエータ配置と関連させて物理的に考察することが考えられる。今回扱った数値例では中央部で細くなる最適形状が得られた場合がある。数値的には最適設計となっているが現実的な形状ではない可能性がある。評価関数の再考を含めて今後研究を行う予定である。

文 献

- (1) N.S.Khot, et al., Optimal Structural Modifications to Enhance the Active Vibration Control of Flexible Structures, AIAA J, **24**-8(1986), 1368-1374.
- (2) J.Onoda and R.T.Haftka, An Approach to Structure/Control Simultaneous Optimization for Large Flexible Spacecraft, AIAA J, **25**-8(1987), 1133-1138.
- (3) 梶原・長松, 感度解析による構造系と制御系の同時最適設計法, 計測自動制御学会論文集, **26**-10, (1990), 1140-1147.
- (4) 岩壺他 3 名, 柔軟構造物の構造と制御系の同時最適設計法の開発, 機論, **57**-534, C(1991), 407-412.
- (5) 多田他 2 名, 制御を考慮した構造物の最適設計, 機論, **57**-537, C(1991), 1556-1561.
- (6) J.C.Doyle, et al., Space Solution to Standard H^2 and H^∞ Control Problem, IEEE Trans. AC-**34**-8, (1989), 831-842.
- (7) 辻岡他 2 名, 構造系と H^∞ 制御系の同時最適設計, 機論, **61**-583, C(1995), 967-974.
- (8) 多田他 2 名, H^∞ 制御による外乱抑制のもとでの構造物の最適設計, 機論, **61**-587, C(1995), 2712-2717.
- (9) 郷・大日方, 機械・構造系と制御系の統合化最適設計問題(ディスクリプタ表現に基づく H^∞ 最適設計問題の定式化), 機論, **62**-597, C(1996), 1765-1772.
- (10) S.Kawamura, et al., Simultaneous Optimum Design of Structure and H^∞ control System, Proc. 1997 ASME Int. Mechanical Engineering Congress and Exposition - Adaptive Structure and Material System, AD-Vol.54(1997, 11), 133-140.
- (11) 河村他 2 名, 構造系と H^∞ 制御系の同時最適設計に関する研究(同時最適設計のための評価関数の提案), 機論, **64**-617, C(1998), 203-208.
- (12) μ -Analysis and Synthesis TOOLBOX, User's Guide, The MathWorks, Inc.,(1993), 5-62.