繰返し制御系の外乱応答特性の改善*

山 田 功^{*1}, 奥 山 正^{*2}Improvement of the Disturbance Attenuation Characteristic
of the Repetitive Control Systems

Kou YAMADA and Tadashi OKUYAMA

In this paper, we study on the disturbance attenuation characteristic of the repetitive control systems. The repetitive control system has bad disturbance attenuation characteristics. For the certain frequency disturbance, conventional repetitive compensator amplifies twice as worse as the disturbance response of the system without using repetitive compensator. The multi-period compensator proposed by Goto et al. can attenuate the worst amplification degree rather than the conventional repetitive compensator. Effectiveness of the multi period repetitive compensator for the disturbance is not so sufficient good. To overcome this problem, we propose the design method of the repetitive control by using two-degree of freedom structure called pseudo internal model control structure. Even if the plant has unstable zeroes, we can attenuate the disturbance efficiently small.

Key Words: Repetitive Control, Internal Model Principal, Disturbance Rejection, Internal Model Control, Unstable Zeroes

1 まえがき

本稿では、繰返し制御系が持つ外乱抑制特性の問題点を指摘し、その一解決法を提案する。繰返し制御は、試行を繰り返すことにより高精度で周期目標入力に追従する制御系である。繰返し制御は中立型むだ時間系となるため、むだ時間システムの研究者をはじめと多くの研究者の興味を引くテーマとなり、様々な研究が発表されてきた^{(1)~(11)}。繰返し制御系の安定化に関して、真にプロパーな制御対象に対しては、指数安定化不可能なことが示され⁽⁹⁾、真にプロパーな制御対象に対しても指数安定化できるよう様々な工夫がなされた^(2, 3, 4, 8)。渡部, 山足は、減衰器を用いて繰返し補償器の無限個の極を左半平面へ移動し、原点に近い極を部分極配置法を用いて希望する位置へ移動する方法により安定化を図っている⁽⁸⁾。参考文献^(2, 3, 4)では、繰返し補償器内にローパスフィルタを挿入して繰返し制御系を遅れ型むだ時間系に変換し、制御対象周りの補償で安定化を図る方法を提案している。このように繰返し制御系の設計理論が整備されるにつれ、陽子シンクロトロン加速器の電源制御⁽⁵⁾、モータの回転むらの低減⁽⁶⁾、マニピュレー

タ軌道制御⁽⁷⁾など数多くの実システムへの応用が発表され、その有効性が確認されている。

繰返し制御は、目標入力と等しい周期の外乱に対しては、外乱を抑制する効果が高いが、それ以外の周期の周波数成分に対する外乱に対しては、繰返し補償器を用いたがために、繰返し補償器を用いない場合と比較すると外乱の影響をかえって増幅させてしまう場合があることが指摘されている⁽¹¹⁾。この解決のために、後藤らにより多重周期繰返し補償器⁽¹¹⁾が提案された。この多重周期繰返し補償器は、1周期前の情報のみならずN周期前までの情報を用いた繰返し補償器となっており、それぞれの補償器の位相のずれを利用して外乱抑制特性を改善している。ところが、この補償器では繰返し補償器を用いないときと比較した場合において、悪化の度合いの最悪値を低減しているにすぎず、外乱の影響を積極的に低減しているわけではない。しかも、繰返し補償器を用いない場合と同等の外乱抑制特性を得るまでにしか外乱抑制特性を改善できない。このことは、繰返し補償器が外乱抑制特性を担っている限り、外乱の影響を増幅してしまう周波数成分が存在することは避けられないということをも意味する。したがって、外乱を抑制する補償器を繰返し補償器とは別に準備すれば、外乱を抑制する効果が上がる。すなわち、繰返し補償器は目標入力の周

* 原稿受付 1997年7月22日。

^{*1} 正員, 山形大学工学部(☎992-8510 米沢市城南4-3-16)。^{*2} 山形県立産業技術短期大学校(☎990-2473 山形市松栄2-21)。

E-mail: yamada@eie.yz.yamagata-u.ac.jp

波数成分に対して機能し、外乱抑制特性は別の補償器に担ってもらうという2自由度構成にすると繰返し制御系の外乱抑制特性が改善されるものと考えられる。繰返し制御の外乱抑制特性を改善するために2自由度構成法を提案した研究には、参考文献(12)がある。参考文献(12)の設計法は、外乱抑制特性にすぐれていたが、不安定零点を持つシステムへの適用に対して制約があり問題である。不安定零点を持つシステムには、頂上に着けられた水平棒により制御されるタイプの倒立振子は原点近傍で線形近似すると不安定零点を持つなど、線形近似したときまたはそれ以外であっても、様々なシステムが不安定零点を持つことが知られている。そのため、不安定零点を持つシステムに対しても外乱抑制特性に優れた繰返し制御系の設計法を検討することは重要な問題であるが、これまで十分には検討されてこなかった。

本稿では、上記の繰返し制御系の外乱抑制特性の問題を根本的に解決する制御系の一構成法を提案する。まず、参考文献(11)により提案された多重周期繰返し補償器を用いた場合におこる外乱を低減する周波数領域が狭くなるという問題点を指摘し、本稿の意義を明確にする。つぎに、本稿で用いる制御系を示す。本稿では、目標入力に対しては、追従周波数帯域は繰返し補償器内のローパスフィルタで決定し、その周波数領域の周波数成分に対し繰返し補償器で定常偏差を0にし、外乱抑制のための補償器には、外乱推定機構を持つIMC(Internal Model Control)構造(13),(14),(15)を用いる。IMC構造を用いた補償は、MorariらによるIMC(13)、安田、前田による外乱推定型2自由度制御系(14),(15)などが提案されている。どちらの方法も、外乱抑制特性と目標追従特性を同じ補償器が担っている。それゆえ、繰返し信号に追従させようとする外乱抑制特性がともに悪化するという問題がある。また、参考文献(13, 14, 15)の設計法を用いると、制御対象が不安定零点を持っている場合には、外乱を抑制する効果に制約がある。これらを解決するために、内部モデルとして最小位相推移系のモデルを用いた疑似内部モデル補償法を提案する。疑似内部モデル補償を施した制御系の、目標追従特性、安定性などの制御特性について検討する。安定条件を満足するための疑似内部モデルの設計指針を与える。疑似内部モデル補償法を用いることにより、不安定零点を持った制御対象に対する外乱抑制特性の改善がはかれる。最後に数値例を示し、本設計法の有効性を検証する。

本稿で使用する記号を以下にまとめる。

R 実数の集合. n 行 m 列の行列の場合には、 $R^{n \times m}$ のように右肩にサイズを付ける。

$\mathcal{R}(s)$ s の実有理関数の集合。

$\|\cdot\|$ H_∞ ノルム

2 繰返し制御

図1の繰返し制御系を考える。ただし、 $G(s)$ は、

Fig. 1 Repetitive control system

制御対象で

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

の状態方程式で表されているとする。ここで、 $x \in R^n$ は状態、 $u \in R$ は制御入力、 $y \in R$ は観測出力、 $d \in R$ は外乱、 $A \in R^{n \times n}$ 、 $B \in R^n$ 、 $C \in R^{1 \times n}$ 、 $D \in R^n$ 、 (A, B) 可制御、 (C, A) 可観測とする。 r は、観測出力 y が追従すべき目標入力で、周期 T の周期関数

$$\begin{cases} r(t) = r_0(t) & (0 \leq t < T) \\ r(t) = r_0(t-T) & (t \geq T) \end{cases} \quad (2)$$

とする。ただし、 $r_0 \in R$ とする。 e は出力偏差

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (3)$$

である。 $1/\{1-q(s)e^{-sT}\}$ は、観測出力 y が(2)式の r に定常偏差なく追従するためのサーボ補償器である。 $q(s)$ は、図1の繰返し制御系が安定化可能であるようにするための、 $q(0)=1$ を満足するローパスフィルタである。制御入力 u は、制御対象周りの補償により制御対象を安定にするために、

$$u(t) = F\xi(t) + v(t) \quad (4)$$

$$\dot{\xi}(t) = A\xi(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\xi(t)) \quad (5)$$

とする。ただし、(5)式は制御対象 $G(s)$ の状態を観測するためのオブザーバであり、 $\xi(s) \in R^n$ はオブザー

バの状態変数, $v(t)$ は $1/(1-q(s)e^{-sT})$ のサーボ補償器からの出力とし, $A+BF$, $A-KC$ の固有値はすべて開左半平面にあるとする.

このとき, 図1の目標入力 r から出力偏差 e までの伝達関数は,

$$\frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1 - q(s)e^{-sT}}{1 - q(s)e^{-sT} + G_f(s)} \quad (6)$$

であり, 図1の制御系が安定ならば $1 - q(j\omega T)e^{j\omega T} \simeq 0$ となる目標入力の低周波成分に対し非常に小さな定常偏差を達成することができ. ただし, $G_f(s)$ は, $G_f(s) = C(sI - A - BF)^{-1}B$ である.

また, 外乱 d から観測出力 y までの伝達関数は,

$$\frac{y(s)}{d(s)} = \frac{\{1 - q(s)e^{-sT}\} G_d(s)}{1 - q(s)e^{-sT} + G_f(s)} \quad (7)$$

である. ただし,

$$\begin{aligned} G_d(s) &= \{I + C(sI - A - BF)^{-1}B \\ &\quad F(sI - A + KC)^{-1}K\} C(sI - A)^{-1}D \end{aligned} \quad (8)$$

である. 目標入力に対する場合と同様に, 閉ループ制御系が安定ならば, $1 - q(j\omega T)e^{j\omega T} \simeq 0$ となる外乱の低周波成分に対し非常に小さな定常偏差を達成できる.

このように繰返し制御系は周期一定の目標入力に対して高精度で追従するのみならず, 目標入力と同じ周期の外乱に対する抑制効果が高い制御系である.

3 繰返し制御系の外乱抑制特性

本節では, 参考文献(11)で指摘された, 図1の繰返し補償器 $1/(1-q(s)e^{-sT})$ の型の繰返し補償器を用いた場合の外乱抑制特性の問題点を簡単にまとめ, その解決のために提案された多重周期繰返し補償器の効果と問題点を指摘する.

図1の制御系において, (7)式より, $1 - q(j\omega T)e^{j\omega T} \simeq 0$ となる外乱の低周波成分に対し非常に小さな定常偏差を達成することができ. ことが示された. それ以外の周波数成分に対する外乱抑制特性について述べる. 説明を簡単にするために $G_f(j\omega) \gg 1$ と仮定し, $q(s)$ が $q(0) = 1$ を満たすローパスフィルタであることを用いて, (7)式を次式のように近似する.

$$\begin{aligned} \frac{y(j\omega)}{d(j\omega)} &= \frac{G_d(j\omega)}{1 + G_f(j\omega)} \left\{ 1 - q(j\omega)e^{-j\omega T} \right\} \frac{1}{1 - \frac{q(j\omega)e^{-j\omega T}}{1 + G_f(j\omega)}} \\ &\simeq P(j\omega)\Phi(j\omega) \end{aligned} \quad (9)$$

$$P(j\omega) = \frac{G_d(j\omega)}{1 + G_f(j\omega)} \quad \Phi(j\omega) = 1 - q(j\omega)e^{-j\omega T}$$

$P(s)$ は繰返し補償器 $1/\{1 - q(s)e^{-sT}\}$ を用いない場合の外乱から観測出力までの伝達関数を意味し, $\Phi(s)$ は繰返し補償器を用いない場合と比較しどれくらい繰返し補償器が外乱を増幅しているかを意味する. したがって, $\Phi(s)$ のゲインを調べることで補償器の外乱に対する影響が明らかにされる. つまり, $\Phi(s)$ のゲインが1より大きければ, 外乱は繰返し補償器を用いたために増幅されることを意味し, 逆に $\Phi(s)$ のゲインが1より小さければ繰返し補償器により外乱が低減されることを意味する. $\Phi(j\omega)$ は, $\omega = 2\pi(2k-1)/(2T)$ ($k=1, 2, \dots$) に対し,

$$\Phi\left(j\frac{2\pi(2k-1)}{2T}\right) = 1 - q\left(j\frac{2\pi(2k-1)}{2T}\right) \quad (10)$$

となる. $q(j\omega) \simeq 1$ を満足する低周波領域では $\Phi(j\pi(2k-1)/T) \simeq 2$ となり, 繰返し補償器が外乱を2倍まで増幅してしまう場合がある. 実際,

$$q(s) = \frac{1}{1 + 0.01s} \quad (11)$$

$T=1$ とおき $\Phi(s)$ のゲイン線図を描くと図2が得られ, 繰返し補償器を用いない場合と比較すると, 外乱を最大2倍まで増幅させてしまう場合があることが確認できる.

Fig. 2 Gain plot of $\Phi(s) = 1 - q(s)e^{-sT}$

後藤らは, 繰返し補償器が外乱を増幅させてしまうという問題の解決のために, 図3の多重周期繰返し補償器を用いた繰返し制御系を提案した⁽¹¹⁾. ここで

$$W(s) = \sum_{i=1}^N W_i e^{-isT} \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1 \quad W_i > 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

である. このとき, 繰返し補償器の外乱への影響を表す伝達関数 $\Phi(s)$ は

$$\Phi(s) = 1 - q(s)W(s) \quad (13)$$

(14)

となる。したがって、閉ループ制御系が安定ならば、 $1 - q(j\omega T) \exp(j\omega T) \simeq 0$ となる目標入力の高周波成分に対し非常に小さな定常偏差を達成することができる。

外乱 d から観測出力 y までの伝達関数は

$$\frac{y(s)}{d(s)} = \frac{\{1 - q(s)e^{-sT}\} \frac{1 - G_m(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}}{\{1 - q(s)e^{-sT}\} + \frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}} \quad (15)$$

となる。 $\{1 - q(j\omega)e^{-j\omega T}\} \{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega)\} \simeq 0$ となる外乱の周波数成分に対して、外乱の影響を除去することができる。目標入力と同じ周波数成分の外乱に対しては、 $1 - q(j\omega)e^{-j\omega T} \simeq 0$ となり、外乱の影響を小さくできる。それ以外の周波数成分に対しては、 $\{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega)\}$ を 0 になるように $G_m(s)$ 、 $Q(s)$ を選ぶことにより外乱の影響を小さくできる。

安定性に関しては、つぎのことがいえる。図 5 の系の特性方程式は、(14) 式から、

$$\{1 - q(s)e^{-sT}\} \{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)\} + G_f(s)Q(s) = 0 \quad (16)$$

で与えられる。したがって、ルーシェの定理⁽¹⁶⁾から

$$1 + \frac{\frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}$$

が安定で、

$$\left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right| > |q(j\omega)| \quad \forall \omega \in R \quad (17)$$

を満足するならば図 5 の制御系は安定となる。

内部モデル補償の部分の設計は、つぎのようにすると良い。 $G(s)$ が不安定零点を持たないときには、

$$G_m(s) = G_f(s) \quad (18)$$

とし、安定な $\bar{Q}(s)$

$$\bar{Q}(s) = \frac{1}{(1 + s\tau)^\alpha} \quad (19)$$

を用いて、 $Q(s)$ を

$$Q(s) = \frac{\bar{Q}(s)}{G_m(s)} \quad (20)$$

のように $G_m(s)$ の低域通過逆システム⁽¹⁷⁾に選ぶ。ただし α は、 $Q(s)$ がプロパーになるように選ぶものとする。このとき、 $Q(s)$ が安定であることと (19) 式から

$$\frac{\frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}}{1 + \frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}} = \frac{\bar{Q}(s)}{1 + \bar{Q}(s)}$$

は安定となり、(17) 式の条件

$$\left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right| = \left| 1 + \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^\alpha} \right| > |q(j\omega)| \quad (21)$$

を満足するよう τ が選ばれてあれば、図 5 の制御系は安定となる。さらに、

$$1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) = 1 - \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^\alpha} \quad (22)$$

となるので、目標入力 r の周波数成分と異なる周波数の外乱に対しては、 $1 - 1/(1 + j\omega\tau)^\alpha \simeq 0$ となるように τ を調整し、指定した周波数領域の外乱を除去できる。 τ を小さくすればするほど、外乱の直流成分から広い周波数領域の外乱を除去できるという明確さがある。

この設計法は、 τ を小さくすればするほど、広い周波数領域の外乱に対して外乱抑制特性が改善され、さらに安定条件を満足しやすくなるという傾向があり、明快な特質から設計しやすい。

制御対象 $G(s)$ が不安定零点を持つ場合には、 $G_m(s)$ と $Q(s)$ をそれぞれ (18)、(20) 式と選ぶと、 $Q(s)$ の不安定極と $G_f(s)$ の不安定零点の極零消去を起こし、図 5 の制御系は内部安定でなくなることが知られている⁽¹³⁾。内部安定性を満足するためには、 $G_f(s)$ を $G_f(s) = G_{fi}(s)G_{fo}(s)$ のようにインナーアウター分解し、 $Q(s)$ を

$$Q(s) = \frac{\bar{Q}(s)}{G_{fo}(s)} \quad (23)$$

とすると、 $G_f(s)$ と $Q(s)$ の不安定な極零消去が発生せず、不安定な極零消去による不安定化は起きない。ただし、 $G_{fi}(s)$ は、安定で $G_{fi}(0) = 1$ $|G_{fi}(j\omega)| = 1$ ($\forall \omega \in R$) を満足するインナー関数であり、 $G_{fo}(s)$ は安定で不安定零点を持たないアウター関数である。また、 $G_{fi}(s)$ 、 $Q(s)$ がともに安定であり $G_{fi}(0)\bar{Q}(0) = 1$ 、 $|G_{fi}(j\omega)\bar{Q}(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \neq 0$ から

$$\frac{\frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}}{1 + \frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}} = \frac{G_{fi}(s)\bar{Q}(s)}{1 + G_{fi}(s)\bar{Q}(s)}$$

Fig. 3 Multi-period repetitive control system

となる。 $W(j\omega)$ の N 個の構成要素 $W_i \exp(-ij\omega T)$ の位相が一致する角周波数は $\omega = 2\pi/T, 2\pi/(2T), \dots$ しか存在しない。したがって、 $|\Phi(j\omega)| < 2$ が成り立ち、図1の繰返し補償器よりも外乱抑制特性が改善される。 $q(s)$ を(11)式とし $N = 3, 5, 7$ としたときの $\Phi(s)$ のゲイン線図を図4に示す。ただし、点線が $N = 3$ 、破線が $N = 5$ 、実線が $N = 7$ の $\Phi(s)$ のゲイン線図である。図2と比較すると $\Phi(s)$ のゲインの最大値は減少しており外乱を2倍までは増幅しないことが確認できる。一方では、外乱を積極的に低減している領域、すなわち Φ のゲインが1以下となる周波数領域が逆に狭くなっている。繰返し補償器の効果で、外乱を低減できる周波数領域が狭くなり、狭い周波数領域のみの外乱を低減することしかできなくなる。 N の値を増やせば増やすほど外乱の影響の最悪値は低減できるが、外乱を低減できる周波数領域が狭くなる傾向が見られる。以上のことから、様々な周波数成分の外乱の影響を積極的に小さくするという観点からは、多重周期補償器を用いる利点が大きくなく、根本的な解決にはならない。また、多重周期繰返し補償器を用いると、観測出力 y が目標入力 r に追従するためには、少なくとも N 周期の経過が必要となり、高い収束速度の繰返し補償器の実現は、困難になる。したがって、外乱の影響の最悪値を抑えるために、目標入力に対する収束速度が悪くなるので、収束速度が高い繰返し制御系を設計する場合には、多重周期繰返し補償器の適用は適さない。

4 目標入力外乱分離補償法を用いた繰返し制御

前節で、通常の繰返し補償器を多重周期繰返し補償器に変更しても目標入力と同じ周波数成分以外の成分に対しては、外乱を積極的に低減しているわけではな

Fig. 4 Gain plot of $\Phi(s) = 1 - q(s) \sum_{i=1}^N W_i(s) e^{-isT}$

いことが示された。本節では、この問題を解決し、繰返し制御系の外乱抑制特性を改善する一設計法を提案する。繰返し制御系の外乱抑制特性の問題は、繰返し補償器を用いる限りさけて通れない。そこで、2自由度制御系のアイデアを用いて、目標入力に対しては外側のループによる補償により定常偏差を0にし、制御対象周りの内側のループによる補償で外乱抑制特性を改善する目標入力外乱分離補償法を提案する。制御対象周りの補償には、図5のような外乱の抑制特性に優れたIMC構造を用いた補償法を採用する。ここで、 $G_m(s) \in \mathcal{R}(s), Q(s) \in \mathcal{R}(s)$ とする。 $G_m(s)$,

Fig. 5 Repetitive control system with internal model compensation

$Q(s)$ の選び方に関しては、後で述べる。

図5の制御系の目標入力 r から出力偏差 e までの伝達関数は、

$$\frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1 - q(s)e^{-sT}}{\left\{1 - q(s)e^{-sT}\right\} + \frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}}$$

は安定である。それ故、(17) 式の条件

$$\begin{aligned} & \left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right| \\ &= |1 + G_f(j\omega)Q(j\omega)| \\ &= \left| 1 + G_{fi}(j\omega) \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^\alpha} \right| > |q(j\omega)| \quad (24) \end{aligned}$$

を満足するよう τ を選ぶと図 5 の制御系が内部安定となる。しかし、

$$\begin{aligned} 1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) &= 1 - G_{fi}(j\omega)\bar{Q}(j\omega) \\ &= 1 - G_{fi}(j\omega) \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^\alpha} \end{aligned}$$

となり、 $G_{fi}(s)$ の位相遅れのために、広い周波数領域で $1 - G_{fi}(j\omega) \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^\alpha} \simeq 0$ にできず、外乱抑制特性が悪化するという問題がある。より広い周波数領域で外乱を低減する要求がある場合には、この方法では対処できないという問題が残る。

5 疑似内部モデル補償による外乱抑制特性の改善

本節では、前節で述べた問題点を解決する一設計法、すなわち、制御対象 $G(s)$ が不安定零点を持つ場合に、広い周波数領域で外乱を抑制する制御系の一設計法を提案する。

前節で述べられた IMC 構造を持つ補償法において、制御対象 $G(s)$ が不安定零点を持っている場合に外乱抑制特性が悪化するという問題は、 $G_m(s) = G_f(s)$ とし、 $G_m(s)$ が非最小位相推移系に選んだことに起因する。そこで、 $G_m(s)$ を $G_m(s) = G_f(s)$ と選ばずに、最小位相推移系に選び、さらに $Q(s)$ を (20) 式のように選ぶ。このとき

$$1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) = 1 - \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^\alpha} \quad (25)$$

となるので、任意の周波数領域に対して $1 - 1/(1 + j\omega\tau)^\alpha \simeq 0$ となるように τ を調整でき、指定した周波数領域の外乱を除去できる。このようにして、IMC 構造を用いた外乱抑制特性の問題点が解決できる。IMC 構造をもちいる場合、 $G_m(s)$ は、 $G_m(s) = G_f(s)$ のように選ばれることが一般的であるため (13, 14, 15)，本稿のような $G_m(s) \neq G_f(s)$ と選ぶ補償法を疑似内部モデル補償法と呼ぶことにする。

$G_m(s) \neq G_f(s)$ としたことにより、疑似内部モデル制御系の安定性に問題が出てくることが懸念されるが、疑似内部モデル制御系の安定性が、前節の安定条件と同様の方法により安定条件を満足させることができることを示す。疑似内部モデル補償を施した制御

系図 5 は、前節で述べた制御系と同じ構造を持っているので $G_f(s)Q(s)/\{1 - G_m(s)Q(s) + 2G_f(s)Q(s)\}$ が安定で、

$$\left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right| > |q(j\omega)| \quad (26)$$

を満足するならば安定となる。安定条件を満足する $G_m(s)$ 、 $Q(s)$ は、つぎのように選ぶと良い。外乱を小さくしたい周波数領域で $1 - \bar{Q}(j\omega) \simeq 0$ になり、 $\|\bar{Q}(s)\|_\infty < 1$ になるよう、1 に十分近く $\epsilon < 1$ を満足する ϵ を用いて $\bar{Q}(s)$ を $\bar{Q}(s) = \epsilon/(1 + s\tau)^\alpha$ のように定める。また、

$$G_f(s)Q(s) = \frac{G_f(s)}{G_m(s)}\bar{Q}(s)$$

が成り立つことと、これまでの議論においては $G_m(s)$ は最小位相推移系であればよかったのでその自由度を用い、 $\|2G_f(s)\bar{Q}(s)/\{G_m(s)(1 - \bar{Q}(s))\}\|_\infty < 1$ を満足するよう $G_m(s)$ を選ぶことができる。このとき、(20) 式から

$$\begin{aligned} & \frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + 2G_f(s)Q(s)} \\ &= \frac{G_f(s)\bar{Q}(s)}{G_m(s)(1 - \bar{Q}(s))} \frac{1}{1 + \frac{2G_f(s)\bar{Q}(s)}{G_m(s)(1 - \bar{Q}(s))}} \quad (27) \end{aligned}$$

となり、 $\|2G_f(s)\bar{Q}(s)/\{G_m(s)(1 - \bar{Q}(s))\}\|_\infty < 1$ から

$$\frac{G_f(s)\bar{Q}(s)}{G_m(s)(1 - \bar{Q}(s))}$$

が安定である。さらに、ルーシェの定理から

$$\frac{1}{1 + \frac{2G_f(s)\bar{Q}(s)}{G_m(s)(1 - \bar{Q}(s))}}$$

が安定となる。かくして $G_f(s)Q(s)/\{1 - G_m(s)Q(s) + 2G_f(s)Q(s)\}$ が安定となることが示せた。あとは、(26) 式の条件を満足しているかどうか確認することにより図 5 の制御系の安定性が確認できる。ある $G_m(s)$ 、 $\bar{Q}(s)$ で (26) 式を満足しないならば、(19) 式の $\bar{Q}(s)$ における τ を小さくすることにより、低域からより広い周波数領域で

$$\begin{aligned} & \left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right| \\ &\simeq \left| \frac{2G_f(j\omega)Q(j\omega)}{G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right| \\ &= 2 > |q(j\omega)| \quad (28) \end{aligned}$$

を満足でき、(26) 式の条件を満足しやすくなるという傾向がある。それゆえ上式の条件は、上式の条件に対

応する前節の (21) 式と異なっており、見かけ上、上式の方が複雑に見えるが、条件を満足するためには、 τ を小さくすればよいという意味では等価なパラメータ調整により安定条件を満足できる。

6 数値例

本稿で提案した繰返し制御系の有効性を確かめるために数値例を示す。制御対象 $G(s)$ の伝達関数が

$$G(s) = \frac{-s + 75}{s^2 + 5.4s + 7.2} \quad (29)$$

と表されるときに、周期 $T = 3[\text{sec}]$ の目標入力 $r(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ に追従させる図 5 の制御系を設計することを考える。この制御系に加わる外乱は、制御対象の入力側に加わることにし、 $d(t) = \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)$ とする。

繰返し補償器のローパスフィルタを $q(s) = 1/(1 + 0.01s)$ とする。(29) 式の $G(s)$ が安定であるので、状態フィードバック、オブザーバを用いないものとし、疑似内部モデル補償器の $G_m(s)$ 、 $Q(s)$ 、 ϵ をそれぞれ

$$G_m(s) = \frac{0.1s + 30}{s^2 + 5.4s + 7.2} \quad (30)$$

$$Q(s) = \frac{1}{G_m(s)} \frac{\epsilon}{1 + 0.07s} \quad (31)$$

$\epsilon = 0.9999999$ とする。

安定条件 (26) 式を満足しているかどうかを確認するために、図 6 に

$$\left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right|$$

と $|q(j\omega)|$ を示す。ただし、点線が $|q(j\omega)|$ であり、実線が

$$\left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right|$$

である。

$$\left| 1 + \frac{G_f(j\omega)Q(j\omega)}{1 - G_m(j\omega)Q(j\omega) + G_f(j\omega)Q(j\omega)} \right|$$

が $|q(j\omega)|$ より大きく安定であることが確認できる。

目標入力に対する応答を図 7 に示す。点線が目標入力、実線が出力 y の応答である。高精度で目標入力に追従していることが確認できる。

4. で述べたインナーアウター分解を用いた IMC 構造による繰返し制御 ($G_m(s) = C(sI - A - BF)^{-1}B$, $\bar{Q}(s)$ の τ を $\tau = 0.07$ として設計)、本稿で提案した疑似内部モデル補償法の外乱に対する応答を図 8 に示す。ただし、破線がインナーアウター分解を用いた IMC 構造を用いた場合、実線が本稿で提案した方法

Fig. 6 Gain plot of $1 + \frac{G_f(s)Q(s)}{1 - G_m(s)Q(s) + G_f(s)Q(s)}$ and $q(s)$

による応答である。インナーアウター分解を用いた IMC 構造を用いた場合には外乱の影響をそれほど小さくできていない。本稿で提案した方法では、インナーアウター分解を用いた IMC 構造と比較して、外乱の影響が十分小さくしていることが示されており、本稿の設計法が外乱抑制特性を改善する有効な設計法であることが示された。

Fig. 7 Response for the reference input

Fig. 8 Response for the disturbance input

7 あとがき

本稿では、繰返し制御系の外乱抑制特性の問題を根本的に解決する制御系の一構成法を提案した。この方法は、目標入力に対しては外側のループによる補償により定常偏差を 0 にし、制御対象周りの内側のループによる補償で外乱抑制特性を改善する目標入力外乱分離補償法を提案した。内側のループの補償には、外乱推定機構を持つ IMC 構造を用いているが、従来のものとは異なり、最小位相推移系のモデルを採用するという疑似内部モデル補償により、制御対象に不安定零点がある場合の外乱抑制特性が悪化するという問題を解決した。疑似内部モデル補償法を用いた繰返し制御系の簡単な安定化法を示した。また、数値例により、本稿の有効性を示した。

末筆ながら、著者らが日頃ご指導いただいております山形大学 渡部慶二 教授、著者の一人がご指導いただいております大阪大学 池田雅夫 教授と、重要なご指摘をいただきました査読委員に感謝いたします。

参考文献

- (1) 中野, 井上, 山本, 原:繰返し制御, (1989), 計測自動制御学会
- (2) 原, 小俣, 中野: 繰返し制御系の安定条件と設計法, 計測自動制御学会論文集, 22-1(1986), 36-42
- (3) 原, 山本: 多変数繰返し制御系の安定化-安定条件と安定化補償器のクラス, 計測自動制御学会論文集, 22-12(1986), 1256-1261
- (4) S.Hara, Y.Yamamoto, T.Omata and M.Nakano: Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-33-7(1988), 659-668
- (5) 井上他:陽子シンクロトロン電磁石電源の繰返し運転における高精度制御, 電気学会論文集, C100(1980), 234-240
- (6) 小林, 原, 田中, 中野: 繰返し制御を応用したモータの回転むら低減法, 電気学会論文集, D107(1987), 29-34
- (7) T.Omatu, S.Hara and M.Nakano: Nonlinear Repetitive Control with Application to Trajectory Control of Manipulators, J. of Robotic Systems, 4-5(1987),631-652
- (8) 渡部, 山足:スペクトル分解法による繰返し制御系の安定化, 計測自動制御学会論文集,22-5(1986),535-541
- (9) 原 辰 次: 繰 返 し 制 御, 計 測 と 制 御,25-12(1986),1111-1118
- (10) 井上, 岩井, 中野:プレイバックサーボ系の高精度制御, 電気学会論文集 C 101(1981),89-96
- (11) 後藤, 松林, 宮崎, 川村, 有本:繰返し型学習補償器を用いた制御系の外乱抑制特性の考察と多重周期学習補償器の提案, システムと制御,31-5(1987),367-374
- (12) ホリカワ, 佐藤, 下河辺: ジャーナル型アクティブベアリング (第 2 報)-形状特性および絶対回転運動精度の検討-, 精密工学会誌, 58-6(1992), 1047-1052
- (13) Manfred Morrarri,Evanghelos Zafiriou :RO-BUST PROCESS CONTROL, (1989),Prentice Hall
- (14) 安田, 前田:外乱推定型 2 自由度制御系の構造, 第 13 回 DST シンポジウム資料 (1990),171-174
- (15) 前田, 安田:外乱推定型 2 自由度制御サーボ系の構成, 第 14 回 DST シンポジウム資料 (1991),17-20
- (16) 北森, 大久保: 制御理論-基礎, 演習, プログラム, 昭晃堂 (1985)
- (17) 山田: 逆システムの構成法と制御への応用, 計測と制御, 36-6(1997), 417-425