遊星歯車装置における浮動歯車の
セルフセンタリング軌跡と特異振動軌跡*吉 野 正 信^{*1}, 矢 鍋 重 夫^{*2}Self-Centering Path and Abnormal Vibration Orbit of Floating Sun Gear in
Star-Type Planetary Gear TrainMasanobu YOSHINO^{*3} and Shigeo YANABE^{*3} Nagaoka college of technology, 888 Nishikataki Nagaoka Niigata, 940-8532 Japan

Both self-centering path and abnormal vibration orbit of a floating sun gear shaft in a star-type planetary gear train which were observed in the experiments are numerically simulated with a simple dynamic model. The model is composed of a floating sun gear with three degree of freedom x , y and θ and meshing springs with backlash which support the sun gear. Effects of the gravitational force and applied exciting torque are also considered in the model. Equations of motion are solved by the Runge-Kutta method under the conditions that a frequency of applied exciting torque is very small to obtain the selfcentering path, or it is equal to a torsional natural frequency of the model to obtain the abnormal vibration orbit. The simulated results are in good accordance with the experimental ones.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Gear, Nonlinear Vibration, Planetary Gear Train, Floating Sun Gear, Meshing Stiffness, Self-Centering Path, Abnormal Vibration Orbit, Mesh Separation

1. 緒 言

遊星歯車装置の荷重等配機構の一つに、軸受をもたない歯車すなわち浮動歯車を用いる方式がある⁽¹⁾。浮動歯車は、トルクが加わらないと重力のため可動範囲の最下点に位置するが、トルクが加わると力とモーメントの釣合いを満足するよう浮動歯車の位置が自動的に変化する。十分大きなトルクに対して、浮動歯車は装置中心へ移動し(セルフセンタリングという)安定に回転する。この状態では、連続しておきる複数の歯車歯面の接触が浮動歯車を支える機能を担っている。本等配機構は実際に広く用いられているにもかかわらず、そのセルフセンタリング特性や振動特性はこれまでほとんど研究されてこなかった。

著者らは既報⁽²⁾⁽³⁾において、浮動太陽歯車をもつ一段スター形遊星歯車装置を対象として、これを含む回転軸系を負荷運転し、負荷トルク依存性をもつねじり共振および太陽歯車軸の特異な横振動についてそれら

の特徴・関連を実験的に明らかにする⁽²⁾とともに、太陽歯車軸のセルフセンタリング軌跡、セルフセンタリングに要する最小トルク等を実験および静力学的な計算によって明らかにしてきた⁽³⁾。この間、セルフセンタリング過程における各歯車のかみあい状態の変化ならびに太陽歯車軸の特異な横振動はねじり共振時の歯面分離によって浮動歯車が支えを失うことによって生じること等も明らかにした。

本研究では、これまで実験で得られた浮動太陽歯車軸のセルフセンタリング軌跡およびねじり共振時の歯面分離による浮動太陽歯車軸の特異な横振動軌跡を数値シミュレーションすることを目的に、簡略計算モデルおよび運動方程式の数値計算法の提案を行い、得られた計算結果を実験と比較している。

本計算モデルでは、太陽歯車の並進および回転運動の自由度のみを考慮し、太陽-遊星歯車間にはかみあい線方向にバックラッシュ(不感帯)をもつばねが仮定されている。得られた運動方程式で、加振トルクの振動数を極めて小さい値に選んで計算すると太陽歯車のセルフセンタリング軌跡が得られ、加振振動数を本モデルのねじり固有振動数付近に選んで計算するとねじり共振による歯面分離を伴う太陽歯車の特異な横振動軌跡が得られる。こうした計算結果が実験とほぼ良好な

* 原稿受付 1998 年 9 月 1 日。

^{*1} 正員, 長岡工業高等専門学校(〒940-8532 長岡市西片貝町 888)。^{*2} 正員, 長岡技術科学大学(〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)。

E-mail: myoshino@nagaoka-ct.ac.jp

($J_{pi}/2$ の距離分) 抵抗なく回転することを意味している(図2参照). このとき反対側の不感帯が($J_{pi}/2$) 減少することが極めて重要で, この条件が満たされないと実験に一致する計算結果が得られない. なお, 太陽歯車は並進運動も行うため不感帯の大きさは各遊星歯車ごとに式(5)に従って決められる.

(4) 数値計算では, 実験系のねじり固有振動数とモデル系のそれとが等しくなるように, 遊星歯車の慣性モーメントや太陽と遊星歯車のかみあいばね定数 k の値を変更している. また適当な加振トルクを仮定する.

(5) かみあう歯面間の摩擦力, 遊星歯車の変位によるかみあい線方向の変化, かみあいばね定数の時間変化, 各種の歯車誤差の影響等は無視する.

3.2 おもな記号 本解析で用いたおもな記号は次のとおりである. なお, サフィックス s, p, i はそれぞれ太陽, 遊星, 内歯車に関する量を表し, j は j 番めの遊星歯車に関する量であることを表す.

c_1, c_2 : 太陽歯車の並進, 回転運動に関する粘性減衰係数

F_{jl}, F_{jr} : j 番めの遊星歯車の歯面が太陽歯車を反時計方向(l)または時間方向(r)に回転させようとする力

g_{jl}, g_{jr} : 歯面力 F_{jl}, F_{jr} の作用線方向のかみあいばねの不感帯の大きさ

I : 太陽歯車の慣性モーメント

J_{sp}, J_{pi} : 太陽・遊星歯車間および遊星・内歯車間の法線方向バックラッシュ

k : 歯車のかみあいばねのばね定数

m : 太陽歯車の質量

O- xy : 内歯車中心を原点とする座標系

r_b : 太陽歯車の基礎円半径

T_s : 平均伝達トルク

T_d : 加振トルクの振幅

x, y : 太陽歯車中心の変位

δ_{jl}, δ_{jr} : 歯面力 F_{jl}, F_{jr} の作用線方向のかみあい歯面の接近量

θ : 太陽歯車の回転角(反時計周りを正)

θ_{jl}, θ_{jr} : F_{jl}, F_{jr} の作用線方向を x 軸より反時計回りに測った角度

ω : 加振トルクの角振動数

3.3 運動方程式 図3の標準状態から太陽歯車が(x, y, θ)変位した場合の運動方程式は, 重力および付加トルクを考慮して, 式(1)~(3)のように書ける.

$$m\ddot{x} + c_1\dot{x} = F_{1l} \cos \theta_{1l} + F_{1r} \cos \theta_{1r}$$

$$+ F_{2l} \cos \theta_{2l} + F_{2r} \cos \theta_{2r} + F_{3l} \cos \theta_{3l} + F_{3r} \cos \theta_{3r} \dots\dots\dots (1)$$

$$m\ddot{y} + c_1\dot{y} = F_{1l} \sin \theta_{1l} + F_{1r} \sin \theta_{1r} + F_{2l} \sin \theta_{2l} + F_{2r} \sin \theta_{2r} + F_{3l} \sin \theta_{3l} + F_{3r} \sin \theta_{3r} - mg \dots\dots\dots (2)$$

$$I\ddot{\theta} + c_2\dot{\theta} = (F_{1l} - F_{1r} + F_{2l} - F_{2r} + F_{3l} - F_{3r})r_b + T_s + T_d \sin \omega t \dots\dots\dots (3)$$

一方, 太陽歯車の変位によるかみあう歯面間の接近量 δ は, 図3を参照して式(4)のようになる.

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_{1l} \\ \delta_{1r} \\ \delta_{2l} \\ \delta_{2r} \\ \delta_{3l} \\ \delta_{3r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_{1l} & -\sin \theta_{1l} & -r_b \\ -\cos \theta_{1r} & -\sin \theta_{1r} & r_b \\ -\cos \theta_{2l} & -\sin \theta_{2l} & -r_b \\ -\cos \theta_{2r} & -\sin \theta_{2r} & r_b \\ -\cos \theta_{3l} & -\sin \theta_{3l} & -r_b \\ -\cos \theta_{3r} & -\sin \theta_{3r} & r_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

また6個のかみあいばねの不感帯の大きさは式(5)のように表せる.

$$g = \begin{bmatrix} g_{1l} \\ g_{1r} \\ g_{2l} \\ g_{2r} \\ g_{3l} \\ g_{3r} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここで g の各要素は下記の条件に従い, $\beta_1 = (J_{sp} + J_{pi})/2$ または $\beta_2 = (J_{sp} - J_{pi})/2$ の値を取る.

$\delta_{jl} \geq \delta_{jr}$ のとき

$$g_{jl} = \beta_1, g_{jr} = \beta_2 \quad (j=1, 2, 3)$$

$\delta_{jl} < \delta_{jr}$ のとき

$$g_{jl} = \beta_2, g_{jr} = \beta_1 \quad (j=1, 2, 3)$$

式(4), (5)を用いて式(1)~(3)の歯面力 F_{jl}, F_{jr} は式(6)のように書ける.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{1l} \\ F_{1r} \\ F_{2l} \\ F_{2r} \\ F_{3l} \\ F_{3r} \end{bmatrix} = k(\delta - \mathbf{g}) \dots\dots\dots (6)$$

ここで, $(\delta - \mathbf{g})$ の要素が負の場合, その歯面は分離していることになり対応する歯面力 F_{jl}, F_{jr} は零と置く.

3.4 計算方法 本研究では設計仕様どおり3個の遊星歯車が取り付けられている場合(3遊星の場合と呼ぶ)およびNo.2遊星歯車1個を取除いた場合(2遊星の場合と呼ぶ)について, 太陽歯車のセルフセンタ

リング軌跡および負荷運転時における太陽歯車の振動軌跡を数値計算により求めた。セルフセンタリング軌跡の計算では加振トルク $T_d \sin \omega t$ の角振動数 ω を極めて小さく選び、 $T_d \sin \omega t$ がゆるやかに増加する範囲で、式(1)～(3)を汎用数値計算ソフト MATLAB に標準装備されているルンゲクッタ法を用いて数値積分した。振動軌跡の計算では加振トルクの角振動数が系のねじり固有振動数から離れている場合(A)および接近している場合(B)について、セルフセンタリングの平衡位置(終点)を太陽歯車の初期位置に選び、式(1)～(3)を数値積分した。それぞれの計算に用いたパラメータの値を表2に示す。表2では、かみあいばね定数 k の値は弾性ピンの剛性を考慮した値とし、ねじり振動の固有振動数 f_n が実験結果の値⁽²⁾に一致するように太陽歯車の慣性モーメント I の値を定めている。減衰係数の値は振動振幅が実験結果に近くなるよう定めた。

Table 2 Main values in calculation

Symbol	unit	3 planetary gears			2 planetary gears		
		S.C.	A	B	S.C.	A	B
M	kg	0.66					
I	kgm ²	0.0161			0.0035		
K	kN/m	3600					
C ₁	Ns/m	7					
C ₂	Nms	0.35					
T _s	Nm	0	3		0	3	
T _d	Nm	0.2	2	2	0.2	0.5	2.2
ω	Rad/s	0.1	96	275	0.1	83	201
F _n	Hz	52.5			32.5		

Remark: S.C.: Self-centering path

A: Normal vibration orbit (see Figs 10,13)

B: Abnormal vibration orbit (see Figs 10,13)

Fig. 4 Measured self-centering path of sun gear center (three planetary gears)⁽²⁾

4. 計算結果と実験結果の比較および考察

4.1 セルフセンタリング軌跡

4.1.1 3遊星の場合 図4に実験⁽²⁾から得られた太陽歯車軸中心の可動範囲(ACJKDBA)およびセルフセンタリング軌跡(AEO)を示す。可動範囲はほぼ六角形で、トルクが作用していないとき太陽歯車中心は可動範囲の底辺AB上に位置している。トルクが作用するとその位置がA, E点を経由してO点(終点)へ移動する。図5に前報⁽³⁾の計算で得られた可動範囲(ACJKDBA)および3.4節で述べた方法で計算したセルフセンタリング軌跡(O'AEO)を示す。このときのセルフセンタリング軌跡の初期位置は点O'(点O真下のAB上の点)である。実験結果(図4)の可動範囲が横長の六角形なのは遊星歯車の取付位置誤差のためであることを考慮すれば、図4(実験)と図5(計算)はよく一致しているといえる。なお、図4の結果は摩擦力の影響を極力除いた場合の結果であり、摩擦力の影響が大きいといくつものセルフセンタリング軌

Fig. 5 Calculated self-centering path of sun gear center (three planetary gears)

Fig. 6 Change of sun gear center position against applied torque (three planetary gears)

跡が生じる [前報(3)参照]。

図6は、図4, 5のセルフセンタリング軌跡を付加トルクの大きさに対してプロットしたものである。横軸に付加トルクの大きさ、縦軸に太陽歯車の変位をとり、実験値(×印, ○印)と計算値(実線)を示している。図6中のA, E, Oはトルクを増加させても太陽歯車中心が図4, 5のA, E, O点にとどまっている領域を示しており(折れ曲がり点)、 $\overline{O'A}$, $\overline{AE}$, $\overline{EO}$ は太陽歯車中心が線分 $\overline{O'A}$, $\overline{AE}$ および $\overline{EO}$ 上を移動している領域を示している。図6より実験値と計算値は、縦軸(移動距離)の値が若干異なるが、これは実験装置の遊星歯車取付位置誤差のためであり、太陽歯車中心がE, O各点に移動し始めるトルク(それぞれ0.075および0.107 Nm)は両者でよく一致している。なお、3遊星の場合この値より十分大きな付加トルクを加えても、セルフセンタリングの終点Oの位置(図5)は変わらない。

4・1・2 2遊星の場合 図7に実験⁽²⁾で得られた太陽歯車中心の可動範囲(ABCD)およびセルフセンタリング軌跡(AEO)を示す。2遊星の場合、可動範囲は取除いたNo.2遊星歯車側を底辺とする台形となり、トルクが作用していない時に太陽歯車中心はその最下点(A点)に位置する。トルクが作用すると太陽歯車軸中心は可動範囲の一辺に沿って上昇しE点を経由してO点(終点)に移動する。図8に前報⁽³⁾の計算で得られた可動範囲および本計算で求めたセルフセンタリング軌跡(AEO)を示す。図7と8を比較すると、セルフセンタリング軌跡は実験と計算で非常によく一致していることがわかる。図9に図7, 8のセルフセンタリング軌跡を付加トルクに対してプロットした結果を示す。図9中の記号の意味は図6の場合と同じである。図9より実験値と計算値は、縦軸(移動距離)の値が若干異なるが、太陽歯車中心がE, O各

点に移動し始めるトルクは3遊星の場合同様よく一致している。なお、2遊星の場合は3遊星の場合と異なりセルフセンタリングの終点Oの位置は付加トルクの大きさによって変化し可動範囲を超える場合がある(図8, 15)。

4・2 負荷運転時の振動軌跡

4・2・1 3遊星の場合 図1の実験装置に3 Nmの平均伝達トルクを加え、回転速度を徐々に増加させた場合に得られる太陽歯車垂直方向振動の応答曲線の一例を図10に示す⁽²⁾。横軸は太陽歯車の回転速度である。図10より8200 rpm付近から振幅の大きい振動が発生していることがわかる。この浮動太陽歯車軸の横振動を特異振動と呼び、これは内歯車回転速度の3倍の加振トルクがねじり固有振動数(52.5 Hz)と共振を起こし歯面分離が発生した結果生じた振動であることが明らかにされている⁽²⁾。なお、減速時の応答曲線はこれと異なり特異振動はより低速で消滅し、いわゆるヒステリシス特性を示す。図10で、正常な振動

Fig. 8 Calculated self-centering path of sun gear center (two planetary gears)

Fig. 7 Measured self-centering path of sun gear center (two planetary gears)⁽²⁾

Fig. 9 Change of sun gear center position against applied torque (two planetary gears)

状態の代表例として 3 000 rpm (A 点), 特異振動が発生している場合の代表例として 8 600 rpm (B 点)での振動軌跡の実測結果をそれぞれ図 11(a), (b)に示す。また, これらに対応した本研究の計算結果を図 12(a), (b)にそれぞれ示す。図 11, 12 の(a)では, 太陽歯車は装置中心において小さい振幅で静かに回転しているが, (b)では特異振動が発生し太陽歯車中心は装置中央付近を一見不規則に大きな振幅で振動していることがわかる。図 12(a), (b)の計算結果は加振トルク, 減衰係数の値を試行錯誤的に選んだとはいえ, 実験結果を比較的良好に表しているといえる。

4・2・2 2 遊星の場合 3 遊星の場合と同様な実験を行って得た太陽歯車軸の水平方向振動応答曲線(増速時)の一例を図 13 に示す。3 遊星の場合より大きな振幅をもつ特異振動が約 6 100 rpm 付近で発生していることがわかる。図 13 の応答曲線の中で特異振動が

Fig. 10 Lateral vibration response curve (three planetary gears, vertical, $T_0=3$ Nm)⁽²⁾

Fig. 11 Measured vibration orbit of sun gear center (three planetary gears)⁽²⁾

Fig. 12 Calculated vibration orbit of sun gear center (three planetary gears)

発生していない場合の代表例として A 点(2 600 rpm), 発生している場合の代表例として B 点(6 300 rpm)の太陽歯車軸中心振動軌跡の測定結果をそれぞれ図 14(a), (b)に示す。また, これらに対応する本計算結果を図 15(a), (b)に示す。図 14 と図 15 を比較すると, 計算による振動軌跡が実験結果とよく一致していることがわかる。2 遊星で特異振動の軌跡が図 14, 15 の(b)のように明確に現れるのは, この場合のセルフセンタリング経路が図 7, 8 に示した 1 本だけであるためである。これに対して 3 遊星では摩擦がある場合のセルフセンタリング経路は図 4 以外に無数にあり〔文献(2)参照〕, このため特異振動の軌跡が複雑になると考えられる。

4・3 かみあい歯面力 ここでは, 3 遊星の場合について計算で得られたかみあい歯面力 F_{jt} , F_{jr} の変化

Fig. 13 Lateral vibration response curve (two planetary gears, horizontal, $T_0=3$ Nm)⁽²⁾

Fig. 14 Measured vibration orbit of sun gear center (two planetary gears)⁽²⁾

Fig. 15 Calculated vibration orbit of sun gear center (two planetary gears)

について説明する。

4・3・1 セルフセンタリング過程時 図16のセルフセンタリング過程における、かみあい歯面力の計算結果を示す。横軸は付加トルク、縦軸はかみあい歯面力の大きさ F_{3r} , F_{3r} を示している。図16中の記号 $\overline{O'A}$, $\overline{AE}$, $\overline{EO}$, A , E , O の意味は図6と同じである。 $\overline{O'A}$, $\overline{AE}$, $\overline{EO}$ のように太陽歯車中心がセルフセンタリング軌跡上を移動している時、太陽歯車は遊星歯車と2箇所の歯面でかみあい、かみあい力の大きさはほとんど変化しない(例えば図16 $\overline{AE}$ では F_{3r} と F_{3r} , $\overline{EO}$ では F_{3r} と F_{1r} のように二つの歯面力のみ存在する)。また、 A , E のようにセルフセンタリング軌跡の折れ曲がり点あるいは O (セルフセンタリング終点) においては、太陽歯車は遊星歯車と3箇所の歯面で接触していることがわかる。各折れ曲がり点において、付加トルク増加に伴い3個のかみあい歯面力のうちの1個(例えば A 点における F_{2l}) が零になると、2個の歯面力を受けて太陽歯車はセルフセンタリング軌跡 ($\overline{AE}$) 上を移動し、新たな歯面接触が生じる点に到達する。こうしたかみあい状況の変化は2遊星の場合の計算結果でも確認された。このように式(1)～(6)はセルフセンタリング過程で順次変化していくかみあい歯面の組合せを特別な拘束条件なしで与えてくれる。

4・3・2 負荷運転時 図10の応答曲線の A 点および B 点におけるかみあい歯面力 F_{3r} の計算結果を図17(a)および(b)にそれぞれ示す。図17は横軸に時間、縦軸にかみあい歯面力をとっている。3個の r 方向かみあい歯面力 F_{3r} はほとんど同じなので F_{3r} を代表として示した。また、このとき、3個の1側のかみあい歯面力はすべて零で歯面接触していないので図

示していない。

図17(a)より、特異振動のない A 点においてはかみあい歯面力は変動しているが、値は常に正であり歯面分離していない。これより、太陽歯車は支えを失わず、セルフセンタリング終点で小さな振幅で静かに回転することが理解できる。一方、図17(b)では特異振動が発生しており、このときのかみあい歯面力 F_{3r} は零となる場合があり、これは歯面分離が発生していることを意味している。なお、図17(a), (b)とも0～0.1秒は、初期条件の影響を受けている。

5. 結 言

浮動太陽歯車および3個の遊星歯車をもつ一段スター形遊星歯車装置に関して、太陽歯車のセルフセンタリング軌跡およびねじり共振に伴う特異振動を数値シミュレーションするため、計算モデルおよび計算方法を提案した。その計算結果と既報の実験結果を比較し以下の結論を得た。

(1) 本計算モデルは、太陽歯車の並進変位 x , y および回転変位 θ の3自由度のみを有し、太陽歯車は

Fig. 16 Calculated gear meshing force during Self-centering process (three planetary gears)

(a) 3 000 rpm

(b) 8 600 rpm

Fig. 17 Calculated gear meshing force F_{3r} during forced vibration (three planetary gears)

遊星歯車とのかみあい線方向にバックラッシによる不感帯をもつ6個のばねで支持されている。本モデルでは重力および加振トルクが考慮されている。

(2) 計算モデルにより得られた3個の運動方程式を適当な初期条件のもとで数値積分することで、浮動太陽歯車のセルフセンタリング軌跡および歯面分離を伴う特異振動軌跡を得ることができる。前者では加振トルクが極めてゆるやかに増加するようにその角振動数を十分小さな値に選び、後者では、角振動数をモデル系のねじり固有振動数に近い値を選べばよい。なお、これらの計算結果の特徴は実験結果とよく一致した。

(3) セルフセンタリング軌跡は2～3本の線分から構成される。その折れ曲がり点では、太陽歯車は三

つの歯面で支持されそれらの歯面力は付加トルクの増加とともにほぼ直線的に増減するが、太陽歯車中心は移動しない。一つの歯面力がゼロになると、わずかな付加トルクの増加で太陽歯車は遊星歯車と2箇所の歯面で接触しながらセルフセンタリング軌跡上の次の折れ曲がり点(または終点)へ移動する。

文 献

- (1) 仙波正荘, 歯車, 第10巻(1967), 4024-4029, 日刊工業新聞社.
- (2) 矢鍋重夫・吉野正信・山岸信雄, 機論, **61**-584, C(1995), 7-14.
- (3) 吉野正信・矢鍋重夫・佐藤英幸, 機論, **63**-611, C(1997), 82-89.