機械構造物の構造系と制御系の同時最適設計* (閉ループ系の極配置を指定する設計方法の提案)

安達 和彦^{*1}, 阪本 浩司^{*2}, 岩 壺 卓 三^{*1}

Simultaneous Optimum Design of Structure and Control Systems based on Closed Loop Pole Assignment

Kazuhiko ADACHI^{*3}, Koji SAKAMOTO and Takuzo IWATSUBO

^{*3} Kobe University, Dept. of Mechanical Engineering, Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe, Hyogo, 657-8501 Japan

This paper aims at proposing a new simultaneous optimum design method of structure and control system: such as several types of mechanical systems equipped with vibration control system in order to suppress the structural vibration of the mechanical system. When the proposed method is applied to the design of a structure-control combined system, the closed loop pole assignment of the lower order model of the combined system is specified in advance as a design requirement. Proposed method is constructed from two steps: in the first step, output feedback control system is designed for the initial structure in order to realize the specified closed loop pole assignment; and next step, structure and control system design parameters are simultaneously optimized to minimize the objective function subject to constraints on the pole assignment. Scalar objective function is defined as a linear combination of several measures of the optimality of structure design and control system design. According to the proposed method, the closed loop pole assignment of the lower order model is preserved through the iterative optimum design process. The effect of the proposed method will be shown by the numerical simulation results of the cantilever beam design example. Not only structural configuration but also control system are successfully optimized under the objective function minimization.

Key Words: Optimum Design, Vibration Control, Simultaneous Optimum Design of Structural and Control System, System Equivalent, Pole Assignment

1. 結 言

動的荷重条件の下で使用する機械構造物の振動は、機械構造物の動的性能を劣化させる主たる原因の一つになっているので、振動を許容されるレベルまで低減することが必要となる。振動低減のために振動制御系を備えた機械構造物の最適設計の方法は、構造系と制御系の設計順序により二つの方法に分けられる。構造系を最適設計してからその構造系の動特性が設計仕様を満足するように制御系を設計して付加する方法を著者らは別々最適設計と呼び、またそれらを同時に最適化する方法を同時最適設計と呼ぶ⁽¹⁾。別々最適設計では制御対象である構造系が確定してから制御系を設計するので、制御系の設計情報に基づいて制御しやすい構造系を設計することが難しい。大型宇宙構造物やフレキシブルロボットマニピュレータなど機械構造物では、構造系と制御系それぞれの設計パラメータが互いに他の系の動特性に影響を与えている。従って、機械構造物の設計の際には同

時最適設計を用いる方が別々最適設計を用いるよりも優れた設計結果が得られる場合があり、これまでに多くの研究が行なわれている。

これまでの同時最適設計に関する研究では、最適レギュレータや H^∞ 制御などの制御理論を用いて設計問題の定式化が行なわれているが^{(1)~(5)}、閉ループ系の固有振動数や減衰比などの値を設計仕様として事前に指定することが困難である。機械構造物の中には、設計に際して閉ループ系の固有振動数や減衰比の値をあらかじめ設計仕様として具体的な数値で指定できることが望ましいものがある。このような機械構造物の設計問題に適用できる同時最適設計手法の構築が必要である。

本論文では、閉ループ系の固有振動数と減衰比の値があらかじめ設計仕様として指定されている場合の構造系と制御系の同時最適設計法を提案する。これまでの著者らの同時最適設計に関する研究⁽⁶⁾と同様に、設計目的を表した評価関数の値を数値的に最小化する最適化問題として同時最適設計問題を定式化する。閉ループ系の固有振動数と減衰比の値は閉ループ系の極配置によって決まる。そこで、System

* 原稿受付 1998年10月19日。

^{*1} 正員, 神戸大学工学部 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)。

^{*2} 准員, 松下電工(株)(元: 神戸大学大学院)。
E-mail: kazuhiko@mech.kobe-u.ac.jp

Equivalent の考え方⁽⁷⁾に基づき、最適化の各繰り返し過程で構造系と制御系の設計変数の値が変更されても閉ループ系の極配置が変わらない制約条件を導出する。設計対象のモデルの自由度の大小に係らず提案手法が適用出来るようにするために、以下では低次元モデルを対象にする。設計例として構造物モデルには、宇宙構造物に付属する柔軟なアンテナを模擬した円形断面の片持ちはりを用いる。片持ちはりの自由端にインパルス状の初期外力が作用する場合に、片持ちはりの断面の直径の分布と制振用の制御ゲインを最適化する。

2. 機械構造の構造系と制御系の定式化

2.1 支配方程式 機械構造の有限要素モデルから得られた構造系の線形な運動方程式:

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = \mathbf{L}_a\mathbf{u} + \mathbf{L}_f\mathbf{f} \quad (1)$$

の右辺の制御入力 $\mathbf{u}$ が出力フィードバック制御則:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{F}_v\dot{\mathbf{y}} - \mathbf{F}_d\mathbf{y} \quad (2)$$

で与えられるものとする。制御則式(2)の出力ベクトル $\mathbf{y}$ は次式で与えられるものとする。

$$\mathbf{y} = \mathbf{L}_s\mathbf{q} \quad (3)$$

M , C , K は、それぞれ機械構造の有限要素モデルの慣性行列、減衰行列、剛性行列を示す。 $\mathbf{q}$ は機械構造の有限要素モデルの節点変位ベクトルを示し、 $\mathbf{y}$ は出力ベクトルを示す。センサとアクチュエータの配置行列がそれぞれ $\mathbf{L}_s$ と $\mathbf{L}_a$ で与えられるものとし、速度と変位のフィードバックゲインがそれぞれ $\mathbf{F}_v$ と $\mathbf{F}_d$ で与えられるものとする。 $\mathbf{f}$ は外力ベクトルで、 $\mathbf{L}_f$ は外力の作用位置を示す。なお、構造物の減衰は比例減衰を仮定する。式(2)と式(3)を式(1)に代入して整理すると、次式の閉ループ系の支配方程式が得られる。

$$M\ddot{\mathbf{q}} + (C + \mathbf{L}_a\mathbf{F}_v\mathbf{L}_s)\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \mathbf{L}_a\mathbf{F}_d\mathbf{L}_s)\mathbf{q} = \mathbf{L}_f\mathbf{f} \quad (4)$$

設計仕様としてあらかじめ指定された閉ループ系の固有振動数と減衰比の値から決定される極配置を実現するように閉ループ系の運動方程式(4)の慣性項、減衰項、剛性項の要素の値が決定されている場合を考える。式(4)の減衰項 $C + \mathbf{L}_a\mathbf{F}_v\mathbf{L}_s$ と剛性項 $\mathbf{K} + \mathbf{L}_a\mathbf{F}_d\mathbf{L}_s$ の各要素には、構造系と制御系でどのように分担して実現するかという自由度が存在する。従って、同じ極配置を有する閉ループ系を実現する多数の構造系と制御系の組み合わせの中から、同時最適設計の評価関数の値が最小となるような構造系と制御系の組み合わせを探す設計問題の設定が必要となる。この場合、設計変数は、構造系に対しては構造物の構成部材の寸法や材料特性値を、制御系に対してはフィードバックゲイン $\mathbf{F}_v$ と $\mathbf{F}_d$,

センサとアクチュエータの配置行列 $\mathbf{L}_s$ と $\mathbf{L}_a$ を用いる。閉ループ系の極配置を変えずに構造系と制御系の設計変数の値を変更することを著者らは「閉ループ系再設計」と呼ぶ。

次節では、閉ループ系の極配置を変えずに構造系と制御系の設計変数の値を変更するための制約条件を導出する。

2.2 閉ループ系の極配置を保存するための制約条件 閉ループ系再設計を行なう前の初期閉ループ系の支配方程式は、式(4)の各項に初期閉ループ系の構成要素であることを示す添字 $(\cdot)_i$ をつけて以下のように表わす。

$$M_i\ddot{\mathbf{q}} + (C_i + \mathbf{L}_{ai}\mathbf{F}_{vi}\mathbf{L}_{si})\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_i + \mathbf{L}_{ai}\mathbf{F}_{di}\mathbf{L}_{si})\mathbf{q} = \mathbf{L}_f\mathbf{f} \quad (5)$$

式(5)にモード解析法(例えば文献(8))を適用して機械構造の有限要素モデルの節点変位ベクトルをモード変位ベクトルに変換すると、次式の全次元モデルに対する運動方程式が得られる。

$$\overline{M}_i\ddot{\boldsymbol{\eta}} + (\overline{C}_i + \Phi_i^T\mathbf{L}_{ai}\overline{F}_{vi})\dot{\boldsymbol{\eta}} + (\overline{K}_i + \Phi_i^T\mathbf{L}_{ai}\overline{F}_{di})\boldsymbol{\eta} = \Phi_i^T\mathbf{L}_f\mathbf{f} \quad (6)$$

ただし、

$$\overline{M}_i = \Phi_i^T M \Phi_i, \quad \overline{C}_i = \Phi_i^T C \Phi_i, \quad \overline{K}_i = \Phi_i^T K \Phi_i, \quad (7)$$

$$\overline{F}_{vi} = \mathbf{F}_{vi}\mathbf{L}_{si}\Phi_i, \quad \overline{F}_{di} = \mathbf{F}_{di}\mathbf{L}_{si}\Phi_i \quad (8)$$

で、 $\boldsymbol{\eta}$ と Φ_i は、それぞれモード変位ベクトルと初期の構造系に対するモード行列を示す。 $\overline{F}_{vi}$ と $\overline{F}_{di}$ は、モード空間における速度と変位のフィードバックゲインを示す。全次元モデル式(6)の m 個のモデル化モードの中から高次の振動モードを切り捨てて低次の n 個のモードから構成された低次元モデルを作成する。低次元モデルの運動方程式は、

$$\widetilde{M}_i\ddot{\boldsymbol{\eta}} + (\widetilde{C}_i + \widetilde{\Phi}_i^T\mathbf{L}_{ai}\widetilde{F}_{vi})\dot{\boldsymbol{\eta}} + (\widetilde{K}_i + \widetilde{\Phi}_i^T\mathbf{L}_{ai}\widetilde{F}_{di})\boldsymbol{\eta} = \widetilde{\Phi}_i^T\mathbf{L}_f\mathbf{f} \quad (9)$$

となる。ただし、

$$\widetilde{M}_i = \widetilde{\Phi}_i^T M \widetilde{\Phi}_i, \quad \widetilde{C}_i = \widetilde{\Phi}_i^T C \widetilde{\Phi}_i, \quad \widetilde{K}_i = \widetilde{\Phi}_i^T K \widetilde{\Phi}_i, \quad (10)$$

$$\widetilde{F}_{vi} = \mathbf{F}_{vi}\mathbf{L}_{si}\widetilde{\Phi}_i, \quad \widetilde{F}_{di} = \mathbf{F}_{di}\mathbf{L}_{si}\widetilde{\Phi}_i \quad (11)$$

で、 $\boldsymbol{\eta}$ と $\widetilde{\Phi}_i$ は、それぞれ低次元化したモード変位ベクトルと初期の構造系に対する低次元化したモード行列を示す。状態ベクトル: $\tilde{\mathbf{z}} = \{\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}^T\}^T$ を用いて式(9)を状態方程式に変換する。

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}} = \widetilde{A}_{ci}\tilde{\mathbf{z}} + \widetilde{D}_{fi}\mathbf{f}, \quad (12)$$

$$\widetilde{A}_{ci} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\widetilde{M}_i^{-1}(\widetilde{K}_i + \widetilde{\Phi}_i^T\mathbf{L}_{ai}\widetilde{F}_{di}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & -\widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} \left(\widetilde{\mathbf{C}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{vi} \right) \Big], \\ \widetilde{\mathbf{D}}_{fi} = & \begin{bmatrix} 0 \\ \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_f \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

閉ループ系再設計を行なった後の閉ループ系の支配方程式は、式(4)の各項に再設計後の閉ループ系の構成要素であることを示す添字 $(\cdot)_r$ をつけて以下のように表わす。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C}_r + \mathbf{L}_{ar} \mathbf{F}_{vr} \mathbf{L}_{sr}) \dot{\mathbf{q}} \\ + (\mathbf{K}_r + \mathbf{L}_{ar} \mathbf{F}_{dr} \mathbf{L}_{sr}) \mathbf{q} = \mathbf{L}_f \mathbf{f} \end{aligned} \quad (14)$$

式(6)~(13)を導出した手続と同様の手続により、次式に示す再設計後の低次元モデルの閉ループ系の状態方程式が得られる。

$$\dot{\widetilde{\mathbf{z}}} = \widetilde{\mathbf{A}}_{cr} \widetilde{\mathbf{z}} + \widetilde{\mathbf{D}}_{fr} \mathbf{f}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{A}}_{cr} = & \begin{bmatrix} 0 \\ -\widetilde{\mathbf{M}}_r^{-1} (\widetilde{\mathbf{K}}_r + \widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar} \widetilde{\mathbf{F}}_{dr}) \\ -\widetilde{\mathbf{M}}_r^{-1} (\widetilde{\mathbf{C}}_r + \widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar} \widetilde{\mathbf{F}}_{vr}) \end{bmatrix}, \\ \widetilde{\mathbf{D}}_{fr} = & \begin{bmatrix} 0 \\ \widetilde{\mathbf{M}}_r^{-1} \widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_f \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (16)$$

式(12)と式(15)において、

$$\widetilde{\mathbf{A}}_{ci} = \widetilde{\mathbf{A}}_{cr} \quad (17)$$

が成立するとき、低次元モデルの初期の閉ループ系に対する極配置と再設計後の閉ループ系に対する極配置が一致する。式(17)に式(13)と式(16)それぞれの第一式を代入し、次の制約条件が得られる。

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{F}}_{vr} = & (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+ \widetilde{\mathbf{M}}_r \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} (\widetilde{\mathbf{C}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{vi}) \\ & - (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+ \widetilde{\mathbf{C}}_r, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{F}}_{dr} = & (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+ \widetilde{\mathbf{M}}_r \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} (\widetilde{\mathbf{K}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{di}) \\ & - (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+ \widetilde{\mathbf{K}}_r. \end{aligned} \quad (19)$$

ただし、式(18)と式(19)を用いてフィードバックゲインを決定する際には、それぞれ以下に示す式(20)と式(21)が成立しなければならない。式(20)と式(21)が成立しない場合には、式(18)と式(19)を用いてフィードバックゲインを決定しても閉ループ系の極配置が保存されない。なお、 $(\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+$ は行列 $\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar}$ の擬似逆行列(例えば文献(9))を示す。

$$\begin{aligned} & (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar}) (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+ \left\{ \widetilde{\mathbf{M}}_r \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} (\widetilde{\mathbf{C}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{vi}) - \widetilde{\mathbf{C}}_r \right\} \\ & = \widetilde{\mathbf{M}}_r \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} (\widetilde{\mathbf{C}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{vi}) - \widetilde{\mathbf{C}}_r, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar}) (\widetilde{\Phi}_r^T \mathbf{L}_{ar})^+ \left\{ \widetilde{\mathbf{M}}_r \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} (\widetilde{\mathbf{K}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{di}) - \widetilde{\mathbf{K}}_r \right\} \\ & = \widetilde{\mathbf{M}}_r \widetilde{\mathbf{M}}_i^{-1} (\widetilde{\mathbf{K}}_i + \widetilde{\Phi}_i^T \mathbf{L}_{ai} \widetilde{\mathbf{F}}_{di}) - \widetilde{\mathbf{K}}_r. \end{aligned} \quad (21)$$

3. 同時最適設計問題

閉ループ系の固有振動数と減衰比の値があらかじめ設計仕様として指定されている場合の構造系と制御系の同時最適設計問題は以下の二つの段階から構成される。図1に設計手順の概略の流れを示す。

第一段階では、例えば回転機械軸系の運転速度や機械構造物の耐震設計で考慮する地震入力のスเปクトルなど機械構造物に作用する外乱の周波数特性に基づき、設計仕様である機械構造物の閉ループ系の極配置(固有振動数と減衰比)をまず決定する。次に設計仕様として与えられた閉ループ系の極配置を実現するように、初期の構造系の特性行列 $\mathbf{M}_i$ と $\mathbf{K}_i$ 、および初期のセンサとアクチュエータの配置行列 $\mathbf{L}_{si}$ と $\mathbf{L}_{ai}$ に対して制御系を設計し、初期の閉ループ系を構成する。制御系は極配置法(例えば文献(10))を用いて設計する。このとき、初期の閉ループ系の速度と変位のフィードバックゲイン $\widetilde{\mathbf{F}}_{vi}$ と $\widetilde{\mathbf{F}}_{di}$ が得られる。なお、設計仕様の極配置を決定する方法には、前述のように機械構造物に作用する外乱の周波数特性から決定する以外に例えば次のような方法がある。最適レギュレータや H^∞ 制御などを用いて最適制御を実現する制御系を初期の構造系に対して設計することによって初期の閉ループ系の極配置が確定するが、この初期の極配置を設計仕様の極配置として採用する方法が一例として挙げられる。

第二段階では、同時最適設計の評価関数の値が最小となるように数値最適化手法を用いて構造系と制御系の設計変数の値を決定する。このとき、前の章で導出した閉ループ系の極配置を保存するための制約条件式(18)と式(19)を満足するように再設計後のフィードバックゲイン $\widetilde{\mathbf{F}}_{vr}$ と $\widetilde{\mathbf{F}}_{dr}$ を最適化の各繰り返し過程で逐次求める。この制約条件の下では、構造系の設計変数は構造物の構成部材の寸法や材料特性値、制御系の設計変数はセンサとアクチュエータの配置行列 $\mathbf{L}_s$ 、 $\mathbf{L}_a$ となる。

同時最適設計の評価関数は、構造設計と制御系設計の最適性の評価指標の関数として構成する。ここでは、著者らのこれまでの研究⁽⁶⁾と同様に、次式に示すスカラー評価関数を用いる。

$$J = \alpha \cdot J_u + \beta \cdot J_t + \gamma \cdot J_r + \delta \cdot J_m \quad (22)$$

α , β , γ と δ は重み係数を示し、以下に定義する $J_u \sim J_m$ の各評価指標をそれぞれどの程度重視した設計を行うことにするかという観点から設計者が重み係数の値を決定する。

J_u には、制御入力 $\mathbf{u}$ の二次形式評価指標:

$$J_u = \int_0^\infty \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} dt \quad (23)$$

を用いる。 $\mathbf{R}$ は正定対称な重み行列を示す。 J_t と J_r には、それぞれ全次元モデルの閉ループ系における外乱 $\mathbf{f}$ から出力ベクトル $\mathbf{y}_e$ までのコンプライアンス伝達関数 $\mathbf{G}(s)$ の制御

Fig.1 Block diagram of design procedure

モードと非制御モードの共振ピークの最大値を用いる。モード空間における全次元モデルの運動方程式は式(6)で、出力方程式は、

$$\mathbf{y}_e = \mathbf{L}_e \Phi \boldsymbol{\eta} \quad (24)$$

で与えられる。 $\mathbf{L}_e$ は、出力ベクトル $\mathbf{y}_e$ を観測する位置を示す。式(6)と式(24)をラプラス変換することによって、コンプライアンス伝達関数 $\mathbf{G}(s)$ が以下のように求められる。

$$\mathbf{G}(s) = \overline{\mathbf{C}}_e (s\mathbf{I} - \overline{\mathbf{A}}_c)^{-1} \overline{\mathbf{D}}_f \quad (25)$$

ただし、

$$\overline{\mathbf{A}}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\overline{\mathbf{M}}^{-1}(\overline{\mathbf{K}} + \Phi^T \mathbf{L}_a \overline{\mathbf{F}}_d) \\ \mathbf{I} \\ -\overline{\mathbf{M}}^{-1}(\overline{\mathbf{C}} + \Phi^T \mathbf{L}_a \overline{\mathbf{F}}_v) \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{D}}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \overline{\mathbf{M}}^{-1} \Phi^T \mathbf{L}_f \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{C}}_e = [\mathbf{L}_e \Phi \quad \mathbf{0}] \quad (26)$$

である。式(25)で $s = j \cdot \omega_i$ とおくことによって、 J_t と J_r は以下の式で与えられる。ここで、 ω_i は全次元モデルの開ループ系の第 i 次の固有円振動数を示す。

$$J_t = \max_{1 \leq i \leq n} |\mathbf{G}(j \cdot \omega_i)| \quad (27)$$

$$J_r = \max_{n+1 \leq i \leq m} |\mathbf{G}(j \cdot \omega_i)| \quad (28)$$

J_m には、構造系の質量:

$$J_m = \int_V \rho dV \quad (29)$$

を用いる。 ρ と V は、それぞれ構造物の材料密度と体積を示す。閉ループ系再設計に関する著者らのこれまでの研究⁽¹¹⁾では制御系設計に関する評価指標として J_u と J_t を用いていたが、再設計によってスピルオーバー不安定が発生することが分かった。そこで、 J_r を導入することによって再設計後の全次元モデルの開ループ系の安定性を確保する。設計の第二段階において、評価関数の値や時間応答波形を計算する際には、全次元モデルを用いる。

4. 片持ちはり構造物モデルの設計例

4.1 設計対象モデル 図2に示す円形断面を有する片持ちはりの形状設計(断面の直径の軸方向分布の最適化)と振動制御系設計に提案した同時最適設計法を適用する。10個のはり要素からなる片持ちはりの離散近似モデルを有限要素法を用いて作成する。図2に示すように節点番号を固定端から順に0, 1, 2, ...と付け、自由端の節点番号を10とする。片持ちはり構造物モデルの諸元を表1に示す。設計外力には、片持ちはりの自由端に並進変位を生じさせる方向に作用するインパルス状の初期外力を用いる。センサを節点5と節点9に、アクチュエータを節点6と節点10にそれぞれ配置し、二入力二出力の非コロケートの出力フィードバック制御系を設計する。今回の数値計算では、センサとアクチュエータの配置は変更しないものとする。また、アクチュエータのダイナミクスが構造系のダイナミクスに及ぼす影響は微小であると仮定する。片持ちはりの弾性一次と弾性二次の振動モードを制御モードとし、弾性三次モード以上の高次の弾性振動モードは非制御モードとする。表2に、初期の開ループ系の二つの制御モードと非制御モードの中の低次の二つに対する固有振動数と減衰比の値を示す。設計仕様として与える開ループ系の固有振動数と減衰比の値を表3に示す。

同時最適設計の評価関数式(22)を構成する評価指標に乘ずる重み係数には、表4に示す値を用いる。構造系の設計変数には各はり要素の直径を用いる。制御系の設計変数には速度と変位のフィードバックゲインを用いるが、最適化の繰り返し過程において、速度と変位のフィードバックゲインは、式(18)と式(19)より構造系の設計変数の関数として与えられる。従って、本数値計算においては設計変数は、構造系の設計変数のみとなる。式(18)と式(19)、各はり要素の直径 $d_j (j = 1, 2, \dots, 10)$ の上限と下限:

$$d_{min} \leq d_j \leq d_{max}, \quad (30)$$

Fig.2 Flexible cantilever beam model

Table 1 Specification of beam model

Beam length	1.0 (m)
Diameter (initial value)	1.0×10^{-2} (m)
d_{min}	0.7×10^{-2} (m)
d_{max}	1.3×10^{-2} (m)
Density	7860 (kg/m ³)
Young's modulus	205.8 (GPa)
Modeling mode	1st~20th modes
Control mode	Lower 1st and 2nd modes

Table 2 Eigenvalues of initial open loop system

	Frequency	Damping ratio
Control mode:		
1st mode	7.123 (Hz)	2.11×10^{-4}
2nd mode	44.64 (Hz)	1.02×10^{-3}
Non-control mode:		
3rd mode	125.0 (Hz)	2.83×10^{-3}
4th mode	245.2 (Hz)	5.44×10^{-3}

Table 3 Specified characteristics

	Natural frequency	Damping ratio
1st mode	6.000 (Hz)	1.00×10^{-1}
2nd mode	40.00 (Hz)	1.00×10^{-2}

Table 4 Weighting coefficients

α for J_u	β for J_t	γ for J_r	δ for J_m
1.0	0.5	0.1	0.3

および閉ループ系の支配方程式 (15) が制約条件となる。これらから構成した制約条件付きの非線形計画問題は、非線形計画法の一つである逐次二次計画法 (例えば文献 (12)) を用いて数値的に解く。逐次二次計画法では、上記の非線形計画問題を、最適化の繰り返し過程において二次計画問題で逐次近似し、評価関数の値が最小となるように各はり要素の直径 d_j ($j = 1, 2, \dots, 10$) の値を更新する。最適化のプログラムは MATLAB 言語を用いて作成し、Optimization TOOL BOX 中の関数: constr を利用した⁽¹³⁾。

4.2 設計結果と考察 初期の閉ループ系と再設計で得られた最適閉ループ系の固有値解析結果を表5に示す。表5では、二つの制御モードと、非制御モードの中の低次の二つに対する値を示す。表5から、制御モードである一次と二次の弾性振動モードにおいて、再設計で得られた最適閉

Fig.3 Beam shape before and after the optimization

Fig.4 Displacement response of the beam at node 9

Fig.5 Control input before and after the optimization

ループ系の極が初期の閉ループ系の極と同じであり、低次元モデルの閉ループ系の極配置を変更せずに構造系と制御系の設計変数の値を変更することができた。また、非制御モードの中の低次の二つの弾性振動モード (三次モードと四次モード) は、再設計後も安定である。

表6に再設計で得られた最適閉ループ系の評価関数 J の値と、制御エネルギー J_u の値、外乱から出力までのコンプライアンス伝達関数の一次モードと三次モードのピーク値 J_t と J_r 、片持ちはりの質量 J_m の値を示す。表6より、再設計で得られた最適閉ループ系では初期の閉ループ系と比べて評価関数の値を以下のように改善することができた。制御エネルギーに関する評価指標の値が約 99.7% 減少した。外乱から出力までのコンプライアンス伝達関数の一次モードと三次モードのピーク値がそれぞれ約 2(dB) と約 12(dB) 減少した。

Table 5 Characteristics of optimum and initial closed loop system

	Natural frequency (Hz)		Damping ratio	
	Initial CLS*	Optimum CLS*	Initial CLS*	Optimum CLS*
Control mode:				
1st mode	6.000	6.000	1.00×10^{-1}	1.00×10^{-1}
2nd mode	40.00	40.00	1.00×10^{-2}	1.00×10^{-2}
Non-Control mode:				
3rd mode	124.9	118.4	3.03×10^{-3}	2.50×10^{-3}
4th mode	245.2	227.7	6.14×10^{-3}	5.64×10^{-3}

* Closed loop system

Table 6 Optimization results

	Value of objective function J	$J_u(J)$	$J_t(\text{dB})$	$J_r(\text{dB})$	$J_m(\text{kg})$
Initial CLS*	1.60	1.03×10^6	-23.7	5.59	0.212
Optimum CLS*	0.47	2.80×10^3	-25.6	-6.54	0.197
Optimum CLS* Initial CLS*	29.4%	0.27%	1.9(dB) down	12.1(dB) down	92.9%

* Closed loop system

片持ちはりの質量が約7%減少した。全体の評価関数の値が初期の閉ループ系と比較して約70%減少した。これらのことから、提案手法を用いることによって、外乱応答に関する閉ループ系の評価指標の値を初期の閉ループ系と同程度のレベルに維持し、構造重量を減少させるとともに制御入力も減少させることができた。

再設計によって得られた片持ちはりの最適形状を図3に示す。今回の数値計算では、片持ちはりの最適形状が設計に使用した外力の作用位置に依存していた。片持ちはりの自由端にインパルス状の初期外力が作用した場合の節点9における閉ループ系の変位応答と節点10に入力された制御入力の時間変化をそれぞれ図4と図5に示す。閉ループ系の変位応答は再設計の前後でほとんど同一であるが(図4)、制御入力が増加している(図5)ことが確認でき、表6に示した評価指標の値と一致した結果が得られた。

5. 結 言

閉ループ系の固有振動数と減衰比の値があらかじめ設計仕様として指定されている場合の構造系と制御系の同時最適設計法を提案した。本提案手法を片持ちはり構造物モデルの設計に適用した結果、低次元モデルの閉ループ系の極配置を変えないように構造系と制御系の設計変数の値を変更することができた。一例のみの結果ではあるが、本提案手法を用いることによって構造物の重量を減少させるとともに制御入力を減少させるような新しい構造系と制御系の組み合わせを探索することができた。本提案手法は、機械構造物の構造系と

制御系の同時最適設計法の一つとして有効であると考えられる。今後、能動型の制振機構を備えた回転軸系の軸形状設計など、より現実的な設計問題に本提案手法を適用し、手法の性能評価が必要である。

本研究の一部は、平成9年度文部省科学研究費補助金(奨励研究(A) 課題番号 09750261)によった。

文 献

- (1) 岩壺 他2名, 機論, **59**-559 C, (1993-3), pp.631-637.
- (2) 山川, 機習教, No.920-50, (1992), pp.39-54.
- (3) 梶原・長松, 機論, **60**-570 C, (1994-2), pp.368-379.
- (4) 小野田, システム/制御/情報, **39**(3), (1995-3), pp.136-141.
- (5) 大日方, 計測と制御, **36**(4), (1997-4), pp.254-261.
- (6) 岩壺 他2名, 機論, **60**-580 C, (1994-12), pp.4042-4048.
- (7) K.M.Grigoriadis et.al., *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **118**, (1996-9), pp.598-605.
- (8) 長松, モード解析, (1985), pp.53-98, 培風館.
- (9) 児玉・須田, システム制御のためのマトリクス理論, (1978), pp.332-340, (社) 計測自動制御学会.
- (10) 増淵, システム制御, (1987), pp.167-182, コロナ社.
- (11) 安達 他2名, 機講論, No.97-10, (1997-7), pp.523-526.
- (12) 茂木・福島, 最適化の手法, (1993), pp.130-136, 共立出版.
- (13) A.Grace, Optimization TOOL BOX User's Guide, (1992), pp.3-9 - 3-12, The MathWorks, Inc.