線形相補性問題にもとづく包み込み把握の遷移運動解析*

八島 真人^{*1}, 山口 秀谷^{*1}, 平野 祐治^{*2}Transit Motion Analysis of Enveloping Grasp
Based on the Linear Complementarity ProblemMasahito YASHIMA^{*3}, Hideya YAMAGUCHI and Yuji HIRANO^{*3} National Defense Academy, Dept. of Mechanical Engineering,
1-10-20 Hashirimizu Yokosuka, Kanagawa, 239-8686 Japan

This paper discusses a transit motion of a planar enveloping grasp with friction point contacts. We first formulate the kinematics and dynamics of the enveloping grasp on the assumption that Coulomb friction is applied at each contact point. The conditions for static determinacy of the enveloping grasp are derived based on the linear complementarity problem. We also show the relation between the static determinacy of the enveloping grasp and kinetic friction. Finally the conditions for the feasibility of a continuous motion by the enveloping grasp are presented.

Key Words: Robotics, Enveloping Grasp, Static Determinacy, Linear Complementarity Problem, Contact Problem, Coulomb Friction, Multibody Dynamics

1. はじめに

多指ハンドロボットに関する研究の多くは、指先で対象物と接触することを前提としていた。これに対して、包み込み把握はロバストな把握・繰りを実現することを目的として、対象物を指リンクで囲むように接触させる把握形態である。これまでの包み込み把握に関する研究は、包み込み把握状態にある対象物の運動を接触点で作用する摩擦力を利用して完全に拘束させることを目的としたものであり(これをパワーグラスプと呼ぶ)、接触力の解析⁽¹⁾、把握のロバスト性⁽²⁾に関する研究が中心であった。これに対して著者らは、包み込み把握状態にある摩擦のない対象物の操りを対象とし、その力学的解析⁽³⁾、操り制御則の提案⁽⁴⁾を行い実験によりその妥当性を明らかにしてきた。一方金子ら⁽⁵⁾は、床に静止している摩擦のある対象物を重力に逆らってもち上げ、最終的に対象物がパームと接触し、指リンクとパームによって対象物を拘束して包み込み把握を完成させる把握プロセスのうち、包み込み把握

動作中の遷移過程における把握の安定性について考察している。しかしながら、これは準静的モデルに限定され、包み込み把握系の静定性と摩擦の関係や遷移運動を実現するための関節トルクを導出する逆問題について議論されていない。

本論文では図1に示すように摩擦のある対象物が指リンクとパームによって拘束される把握状態を達成する方向へもち上げられる拘束遷移運動のみならず、図2に示すように図1とは逆に拘束状態から離脱して対象物を降ろす離脱遷移運動も考慮した包み込み把握の遷移運動に関する動力学特性について考察する。まず第2章では滑り接触する包み込み把握の基礎式を導出する。第3章では第2章で得られた基礎式から、滑り接触する包み込み把握系が静定となる条件を数理計画問題の一つである線形相補性問題に帰着して明らかにする。また数値シミュレーションにより包み込み把握系の静定性と動摩擦の関係について検証する。第4章では連続的な遷移運動の実現性と動摩擦の関係を検証する。

2. 基礎式

2・1 仮定 本章では包み込み把握の遷移運動の基礎式を導く。ここで、以下の仮定をおく。

* 原稿受付 1998年11月24日。

^{*1} 正員, 防衛大学校機械工学教室 (☎ 239-8686 横須賀市走水1-10-20)。^{*2} 防衛大学校大学院。

E-mail: yashima@cc.nda.ac.jp

$G_j^{iT} = [E_2 \ DR_o c_j] \in R^{2 \times 3}$ は対象物速度・角速度ベクトル $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\mathbf{x}}_o^T \ \omega_o^T]^T \in R^3$ を Σ_j^i の並進速度に変換するヤコビ行列, $J_j^i = \partial \mathbf{r}_j^i / \partial \theta^i \in R^{2 \times m_i}$ は関節角速度ベクトル $\dot{\theta}^i$ を Σ_j^i の並進速度に変換するヤコビ行列, E_i は $i \times i$ 単位行列である.

さて, Σ_B で表された $\hat{\mathbf{n}}_j^i, \hat{\mathbf{t}}_j^i$ の転置をそれぞれ式 (5) の左からかけると, Σ_j^i からみた接触点法線方向相対速度 $v_{jn}^i = \hat{\mathbf{n}}_j^{iT} \mathbf{v}_j^i \in R^1$ と接触点接線方向相対速度 $v_{jt}^i = \hat{\mathbf{t}}_j^{iT} \mathbf{v}_j^i \in R^1$, すなわち滑り速度に分離することができる.

$$v_{jn}^i = G_{jn}^{iT} \dot{\mathbf{x}} - J_{jn}^i \dot{\theta}^i \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$v_{jt}^i = G_{jt}^{iT} \dot{\mathbf{x}} - J_{jt}^i \dot{\theta}^i \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで, $G_{jn}^{iT} = (G_j^i \hat{\mathbf{n}}_j^i)^T$, $G_{jt}^{iT} = (G_j^i \hat{\mathbf{t}}_j^i)^T$ はそれぞれ $\dot{\mathbf{x}}$ を Σ_j^i からみた対象物表面上の接触点の法線方向および接線方向の速度に変換する 1×3 ヤコビ行列, $J_{jn}^i = \hat{\mathbf{n}}_j^{iT} J_j^i$, $J_{jt}^i = \hat{\mathbf{t}}_j^{iT} J_j^i$ はそれぞれ $\dot{\theta}^i$ を Σ_j^i からみたリンク表面上の接触点の法線方向および接線方向の速度に変換する $1 \times m_i$ ヤコビ行列である.

式 (6), (7) をすべての接触点 $i=1 \sim k, j=1 \sim m_i$ についてまとめると, 接触点における対象物と指リンクの相対運動を法線方向と接線方向に分離して表した運動学の拘束条件式

$$\begin{bmatrix} v_n \\ v_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_n^T \\ W_t^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

を得る. ここで, $z \in \{n, t\}$ に対し

$$W_z^T = [G_z^T - J_z] \in R^{m \times (m+3)}$$

$$G_z = [G_{1z}^1, \dots, G_{m_1 z}^1, \dots, G_{m_k z}^k] \in R^{3 \times m}$$

$$J_z = \text{diag} \left[\begin{bmatrix} J_{1z}^1 \\ \vdots \\ J_{m_1 z}^1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} J_{1z}^k \\ \vdots \\ J_{m_k z}^k \end{bmatrix} \right] \in R^{m \times m}$$

$$v_z = [v_{1z}^1, \dots, v_{m_1 z}^1, \dots, v_{m_k z}^k]^T \in R^m$$

$$\dot{\theta} = [\dot{\theta}^{1T}, \dots, \dot{\theta}^{kT}]^T \in R^m$$

である. $\text{diag}[\]$ はかつこ内の要素をもつ対角行列を示す.

Fig. 4 Velocity-force duality

仮想仕事の原理を用いると運動学の拘束条件式と双対関係にある静力学の式を導ける⁽⁶⁾. この場合式 (8) に双対な静力学の式は

$$\begin{bmatrix} f_o \\ \tau_h \end{bmatrix} = [W_n \ W_t] \begin{bmatrix} f_n \\ f_t \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

で表される. 式 (8), (9) の双対関係を図示したのが図 4 である. $f_n = [f_{1n}^1, \dots, f_{m_1 n}^1, \dots, f_{m_k n}^k]^T \in R^m$, $f_t = [f_{1t}^1, \dots, f_{m_1 t}^1, \dots, f_{m_k t}^k]^T \in R^m$ はそれぞれ指リンクが対象物に作用する Σ_j^i からみた接触法線力ベクトルと接触接線力ベクトルを表し, それぞれ行列 W_n, W_t で対応している. $f_o \in R^3$ は接触力 f_n, f_t によって対象物に作用する合力・合モーメントベクトル, $\tau_h \in R^m$ は接触力 f_n, f_t の反力と等価な関節トルクベクトルを表す.

2.3 接触力と運動方程式 各接触点で摩擦がある場合, 接触点が滑ると接触点接線方向に動摩擦力が作用する. クーロン摩擦を仮定すると, 動摩擦力は運動を妨げる方向に作用し, 接触法線力に比例した大きさをもつ. 図 5 に示すように対象物が指リンクに対して矢印の向きに滑るとき, 指リンクが対象物に作用する接触力は, 図 5 中に示す錐の左側の辺に沿う. したがって第 i 指の j 番めの接触点に作用する動摩擦力 f_{jt}^i は, 滑り速度 v_{jt}^i を用いて

$$f_{jt}^i = -\text{sgn}(v_{jt}^i) \mu_j^i f_{jn}^i \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{sgn}(v_{jt}^i) = \begin{cases} 1, & \text{for } v_{jt}^i > 0 \\ -1, & \text{for } v_{jt}^i < 0 \end{cases}$$

で表される. なお, v_{jt}^i は 2.2 節で導出したように, 対象物の指に対する接触点接線方向の相対速度であることに注意されたい. μ_j^i は各接触点の動摩擦係数を示す. 式 (10) をすべての接触点についてまとめると

$$f_t = H f_n \quad \dots\dots\dots (11)$$

を得る. ただし

$$H = \begin{bmatrix} -\text{sgn}(v_{1t}^1) \mu_1^1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -\text{sgn}(v_{m_k t}^k) \mu_{m_k}^k \end{bmatrix} \in R^{m \times m} \quad \dots\dots\dots (12)$$

Fig. 5 Kinetic friction force acting at a sliding contact

である。式(11)を式(9)に代入すると

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_o \\ \boldsymbol{\tau}_h \end{bmatrix} = (\mathbf{W}_n + \mathbf{W}_t \mathbf{H}) \mathbf{f}_n \cdots \cdots \cdots (13)$$

が得られ、 $\mathbf{f}_o$ と $\boldsymbol{\tau}_h$ は接触法線力 $\mathbf{f}_n$ を用いて表すことができる。

次に、対象物、多指ハンドに関するニュートン・オイラーの運動方程式を導出する。対象物、多指ハンドにはそれぞれ接触力が外力 $\mathbf{f}_o$, $\boldsymbol{\tau}_h$ として作用することを考慮すると、運動方程式はそれぞれ次式で表される。

$$\mathbf{M}_o \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_o + \mathbf{g}_o \cdots \cdots \cdots (14)$$

$$\mathbf{M}_h \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_h - \mathbf{g}_h - \mathbf{h}_h \cdots \cdots \cdots (15)$$

$\mathbf{M}_o \in R^{3 \times 3}$, $\mathbf{M}_h \in R^{m \times m}$ はそれぞれ対象物、多指ハンドの慣性行列、 $\mathbf{g}_o \in R^3$, $\mathbf{g}_h \in R^m$ はそれぞれ対象物、多指ハンドに作用する重力項、 $\mathbf{h}_h \in R^m$ は多指ハンドに作用するコリオリ力・遠心力項、 $\boldsymbol{\tau} \in R^m$ は関節駆動トルクベクトルを示す。式(13)を式(14), (15)に代入してまとめると、包み込み把握系全体の運動方程式

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{W}_n + \mathbf{W}_t \mathbf{H}) \mathbf{f}_n + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_o \\ \boldsymbol{\tau} - \mathbf{g}_h - \mathbf{h}_h \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (16)$$

を得る。ただし、 $\mathbf{M} = \text{diag}[\mathbf{M}_o, \mathbf{M}_h] \in R^{(m+3) \times (m+3)}$, $\mathbf{q} = [\mathbf{x}^T \boldsymbol{\theta}^T]^T \in R^{(m+3)}$ である。

3. 包み込み把握系の静定性

3.1 線形相補性問題への定式化 多指ハンドによる対象物の望みの運動を実現するには、把握系が静定となることが必要条件となる。本章では、接触点で動摩擦力が作用し、滑り接触する包み込み把握系が静定となるための条件を数理計画法の一つである線形相補性問題⁽⁷⁾に帰着して明らかにする。本論文における静定の定義を以下に示す。

[定義1] 「任意の関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ に対して、対象物に唯一な合力・合モーメント $\mathbf{f}_o$ が作用できるとき、静定と呼ぶ」

本節では第2章で得た基礎式の線形相補性問題への定式化について述べる。まず、接触法線力 $\mathbf{f}_n$ と接触点法線方向相対加速度 $\mathbf{a}_n$ に関する線形な関係式を導く。 $\mathbf{a}_n$ は式(8)の第1式 $\mathbf{v}_n = \mathbf{W}_n^T \dot{\mathbf{q}}$ を時間微分すると得られる。すなわち

$$\mathbf{a}_n = \mathbf{W}_n^T \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{W}}_n^T \dot{\mathbf{q}} \cdots \cdots \cdots (17)$$

で表され、接触点法線方向の加速度に関する運動学の拘束条件を示す。ただし、 $\mathbf{a}_n = [a_{1n}, \dots, a_{1_m n}, \dots, a_{m_n n}]^T \in R^m$ である。式(16)の行列 $\mathbf{M}$ は慣性行列であるので正定となり、その逆行列が存在する。そこで式(16)を

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{W}_n + \mathbf{W}_t \mathbf{H}) \mathbf{f}_n + \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_o \\ \boldsymbol{\tau} - \mathbf{g}_h - \mathbf{h}_h \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (18)$$

のように変形し、式(17)に代入し $\ddot{\mathbf{q}}$ を消去すると、

$$\mathbf{a}_n = \mathbf{A} \mathbf{f}_n + \boldsymbol{\lambda} \cdots \cdots \cdots (19)$$

のように $\mathbf{a}_n$ と $\mathbf{f}_n$ に関する線形方程式を得る。ただし、

$$\mathbf{A} = \mathbf{W}_n^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{W}_n + \mathbf{W}_t \mathbf{H}) \in R^{m \times m} \cdots \cdots \cdots (20)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{W}_n^T \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_o \\ \boldsymbol{\tau} - \mathbf{g}_h - \mathbf{h}_h \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{W}}_n^T \dot{\mathbf{q}} \in R^m \cdots \cdots \cdots (21)$$

である。

さて、 $\mathbf{a}_n$ と $\mathbf{f}_n$ の間には剛体接触に関する拘束条件として、式(19)とは異なる関係式が成り立つ。初期状態で対象物と指リンクは接触しているので、各接触点の法線方向相対速度は、 $v_{jn}^i = 0$ となる。対象物が指リンクに食い込むことはないので、各接触点の法線方向相対加速度 a_{jn}^i は

$$a_{jn}^i \geq 0 \cdots \cdots \cdots (22)$$

を満たす。一方、各接触法線力は、対象物表面から内向き法線方向に作用するので

$$f_{jn}^i \geq 0 \cdots \cdots \cdots (23)$$

を満足する。また、 f_{jn}^i, a_{jn}^i は同時に零または零以外の値をとることはない。すなわち、 $f_{jn}^i > 0, a_{jn}^i = 0$ のとき接触が維持される。一方、 $f_{jn}^i = 0, a_{jn}^i > 0$ のとき接触が破れる。このことを式(22), (23)の条件のもとで全接触点についてまとめると、 $\mathbf{a}_n$ と $\mathbf{f}_n$ の内積を用いて

$$\mathbf{a}_n^T \mathbf{f}_n = 0 \cdots \cdots \cdots (24)$$

で表される⁽⁸⁾。以上より $\mathbf{a}_n$ と $\mathbf{f}_n$ の間には次の相補性条件

$$\mathbf{a}_n^T \mathbf{f}_n = 0, \quad \mathbf{a}_n \geq 0, \quad \mathbf{f}_n \geq 0 \cdots \cdots \cdots (25)$$

が成り立つ。なお、 $\mathbf{0}$ は零ベクトルを示す。

以上より滑り接触する包み込み把握系の遷移運動に対する線形相補性問題は、行列 $\mathbf{A} \in R^{m \times m}$ とベクトル $\boldsymbol{\lambda} \in R^m$ が与えられたとき、運動学・動力学方程式をまとめた線形方程式(19)と相補性条件式(25)を満たす $\mathbf{a}_n \in R^m, \mathbf{f}_n \in R^m$ を求める問題となる。

3.2 静定性の条件 静定性が成り立つ場合、唯一な $\mathbf{f}_o$ が定まることから、唯一な $\mathbf{a}_n, \mathbf{f}_n$ が任意の関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ に対して定まらなければならない。線形方程式(19)に対する相補性条件(25)を満たす唯一な解 $\mathbf{a}_n, \mathbf{f}_n$ の存在性に関して以下の定理が証明されている。

[定理1]⁽⁹⁾ 「線形相補性問題(19), (25)において、任意のベクトル $\boldsymbol{\lambda} \in R^m$ に対して唯一解 $\mathbf{a}_n \in R^m, \mathbf{f}_n \in R^m$ の組が存在するための必要十分条件は、行列 $\mathbf{A} \in$

$R^{m \times m}$ が P —マトリックスとなることである。」

なお、 P —マトリックスは以下のように定義される。

[定義2]⁽¹⁰⁾ 「行列 $A \in R^{m \times m}$ の主小行列式がすべて正、すなわち

$$\det A \begin{pmatrix} i_1 \cdots i_r \\ i_1 \cdots i_r \end{pmatrix} > 0,$$

$$1 \leq i_1 < \cdots < i_r \leq m, \quad r=1, 2, \dots, m$$

となる場合、行列 A を P —マトリックスと呼ぶ。

なお、

$$A \begin{pmatrix} i_1 \cdots i_r \\ i_1 \cdots i_r \end{pmatrix}$$

は A から第 i_1 行、第 i_2 行、 $\dots$ 、第 i_r 行を残し、次に第 i_1 列、第 i_2 列、 $\dots$ 、第 i_r 列を残した $r \times r$ の正方小行列である」

さて、定理1にもとづくと、滑り接触する包み込み把握系が静定となるための条件が得られる。把握コンフィギュレーション(対象物と多指ハンドの幾何学的位置関係)および包み込み把握系の現在の運動状態(接触点の滑り速度の向きや対象物・多指ハンドの速度)が既知であるならば、関節駆動トルク τ を与えると式(20)、(21)より A, λ を定めることができる。ベクトル λ が関節駆動トルク τ の関数になっていることに注目すると、任意の τ に対して線形方程式(19)と相補条件式(25)を満たす唯一解 a_n, f_n の組が存在するための必要十分条件は、行列 A が P —マトリックスとなることである。上記を満たすならば任意の τ に対して f_n が一意に定まると同時に式(13)より f_o も一意に定まるので、第3・1節で述べたように静定性が保証される。以上より包み込み把握系の静定性に関して、定理1を以下に示す系に書き改められる。

[系1] 「接触点でクーロン摩擦が作用し、滑り接触

する包み込み把握系が静定となるための必要十分条件は、線形方程式(19)の行列 A が P —マトリックスとなることである」

3・3 静定性と動摩擦の関係 式(20)に示すように行列 A は行列 H, W_n, W_t, M より構成される。よって行列 A が P —マトリックスになるか否かは、(i) μ_j^i の大きさ、(ii) v_{jt}^i の符号、(iii) 接触点配置、(iv) 対象物・多指ハンドの質量特性に依存する。ここで(ii)に示す滑り方向は任意ではなく、運動学の拘束条件を満たすように決定されなければならない。また仮定3より各リンクは対象物と一点で接触するので、対象物の重心位置に対して、(iii)は一意に決定される。(iv)は仮定2より既知となる。したがって、ある把握コンフィギュレーションと運動状態に対して(i)のみが任意に与えられるので、ここでは μ_j^i の大きさをパラメータとして、包み込み把握系の静定性と動摩擦の関係を系1にもとづき数値シミュレーションにより検証する。なお、付録に行列 A の導出について示す。

[例1] 図6のような2関節2本指による円形対象物の包み込み把握の拘束遷移運動(+ y 方向への運動)・離脱遷移運動(- y 方向への運動)を考える。ここでは Σ_B を両指第1関節軸を結ぶ線分の中点におき、対象物重心位置は Σ_B の y 軸上にあるとする。また各リンクは同じ質量特性をもち、各指第1リンク、第2リンクの接触点における動摩擦係数をそれぞれ μ_1, μ_2 とする。その他の変数の値は以下のとおりである。
 m_o, m_h はそれぞれ対象物、リンクの質量を表す。

$$r=125 \text{ mm}, d=100 \text{ mm}, l=200 \text{ mm}$$

$$y_G = -200 \text{ mm}, m_o=1.0 \text{ kg}, m_h=0.5 \text{ kg}$$

Fig. 6 Simulation model

Fig. 7 Region of static determinacy. $\circ$ indicates enveloping grasp model is statically determinate for both constraint/detach transit motion

なお $z \in \{n, t\}$ に対し

$$W_z^T = \begin{bmatrix} G_{1z}^{1T} & -J_{1z}^1 & 0 \\ G_{2z}^{1T} & -J_{2z}^1 & 0 \\ G_{1z}^{2T} & 0 & -J_{1z}^2 \\ G_{2z}^{2T} & 0 & -J_{2z}^2 \end{bmatrix} \in R^{4 \times 7}$$

$$H = \text{diag}[-\text{sgn}(v_{1t}^1)\mu_1, -\text{sgn}(v_{2t}^1)\mu_2, \\ -\text{sgn}(v_{1t}^2)\mu_1, -\text{sgn}(v_{2t}^2)\mu_2] \in R^{4 \times 4}$$

$$v_z = [v_{1z}^1, v_{2z}^1, v_{1z}^2, v_{2z}^2]^T \in R^4$$

$$\dot{\theta} = [\dot{\theta}^{1T}, \dot{\theta}^{2T}]^T = [\dot{\theta}_1^1, \dot{\theta}_2^1, \dot{\theta}_1^2, \dot{\theta}_2^2]^T \in R^4$$

となる。

図7にシミュレーション結果を示す。○印は対象物の拘束遷移・離脱遷移の両運動に対して静定となる場合を示す。○印に対応した動摩擦係数では唯一な $\mathbf{a}_n$, $\mathbf{f}_n$ の組が存在することから、第3・1節のとおり各接触点は(a)滑り接触維持状態($f_{jn}^i > 0, a_{jn}^i = 0$)または(b)接触離脱状態($f_{jn}^i = 0, a_{jn}^i > 0$)のいずれかの接触状態となる。なお接触状態および f_{jn}^i , a_{jn}^i の大きさは、関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ の大きさによって定まる。空白領域は包み込み把握系が静定とならない領域を表す。これは任意の $\boldsymbol{\tau}$ に対して線形相補性問題の解が存在しないかまたは唯一でない場合に相当するが、本手法ではどちらの原因で静定にならないかは特定できない。ただし解が存在しないということは、関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ が作用しても仮定した(a)または(b)の接触状態を満たす対象物の運動が発生できない場合と考えられる。一方、解が唯一でない場合、関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ の作用に対して唯一な $\mathbf{a}_n$, $\mathbf{f}_n$ の組が存在せず、式(19), (25)から接触状態を数学的に唯一に定められない場合に相当する。この原因は、クーロン摩擦を仮定した剛体運動のモデル化によると考えられる⁽⁸⁾。したがって、図7の空白領域には物理的には静定であるが、数学的に唯一解が得られないために静定とならない場合も含んでいることに注意されたい。

さて図7よりわかることは、クーロン摩擦の仮定のもとで(1)たとえ摩擦あり接触の場合でも包み込み把握系が滑り接触するならば静定となる場合があり、(2)その静定性は動摩擦係数の大きさに依存することである。これは静摩擦を仮定しているパワーグラスブが静定にならないという性質と異にする⁽¹⁾⁽²⁾。

次に、動摩擦係数が $\mu_j^i = 0$ の特別の場合、すなわち指リンクが対象物と摩擦なし接触をする場合について考察する。 $\mu_j^i = 0$ を式(20)に代入すると

$$\mathbf{A} = \mathbf{W}_n^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}_n \dots\dots\dots (26)$$

を得る。 $\mathbf{W}_n$ が列フルランクの場合、 $\mathbf{A}$ は正定値対称行列となり、以下に示す定理2より $\mathbf{P}$ -マトリックスを満足する。

[定理2]⁽¹⁰⁾ 「 $\mathbf{A}$ を対称行列とする。このとき、 $\mathbf{P}$ -マトリックスのクラス $\mathbf{P}$ は次の性質をもつ。

$\mathbf{A}$ は正定 $\iff \mathbf{A} \in \mathbf{P}$ 。」

したがって、系1より摩擦なし接触の場合静定となることがわかる。しかし、 $\mu_j^i \neq 0$ 、すなわち動摩擦が作用し滑り接触する場合、行列 $\mathbf{A}$ が $\mathbf{P}$ -マトリックスになるかは、本節の最初で述べた(i)~(iv)の要因によって決まるので、動摩擦係数が小さくても必ずしも静定性を満たすとは限らないことに注意されたい。

4. 連続的な遷移運動の実現

第3章で述べたように、包み込み把握系が静定であるならば、与えられた任意の関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ に対して $\mathbf{f}_o$ が一意に定まる。しかし、対象物と指リンクの接触を保ちながら連続的な目標遷移運動を実現するには、包み込み把握系が各瞬間で静定であると同時に、その逆問題として各瞬間で対象物に目標の $\mathbf{f}_o$ を作用させる $\mathbf{f}_n > 0$ を満たす接触力と関節駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ の存在を保証しなければならない。

まず、目標の $\mathbf{f}_o$ に対し $\mathbf{f}_n > 0$ を満たす接触力を対象物に作用できるための条件について考察する。与えられた $\mathbf{f}_o$ に対して、式(27)第1式に示す対象物に関する静力学式[式(13)第1式]と第2式に示す $\mathbf{f}_n$ の片側拘束条件式

$$\mathbf{f}_o = (\mathbf{G}_n + \mathbf{G}_t \mathbf{H}) \mathbf{f}_n, \quad \mathbf{f}_n \geq 0 \dots\dots\dots (27)$$

を満たす解 $\mathbf{f}_n$ が存在するならば、その解は

$$\mathbf{f}_n = \mathbf{f}_n^* + \mathbf{N} \boldsymbol{\alpha} \dots\dots\dots (28)$$

で表される⁽¹¹⁾。ここで、 $\mathbf{f}_n^*$ は $\mathbf{f}_o$ を発生する接触力のうちノルム $\|\mathbf{f}_n\|$ を最小にする接触力を表す特殊解、 $\mathbf{N} \boldsymbol{\alpha}$ は同次解を表し内力に相当する。 $\boldsymbol{\alpha}$ は内力の大きさを表す任意の定数ベクトル、 $\mathbf{N}$ は $(\mathbf{G}_n + \mathbf{G}_t \mathbf{H})$ の零

Fig. 8 Region where contact force $f_n > 0$ can be applied for both constraint/detach transit motion

Fig. 9 Region where constraint/detach transit motion by enveloping grasp can be achieved

空間の基底を並べた行列である。したがって、内力 $N\alpha$ を十分大きくすることによって $f_n > 0$ を満たす接触力を作用させることができる。

以上より、包み込み把握系が各瞬間で目標の遷移運動を実現する $\pm y$ 方向の加速度を発生させる合力 f_o に対して式(27)を満たす解 f_n が存在するならば、対象物に $f_n > 0$ の接触力を作用させることができる。 $f_n > 0$ の接触力を作用できる関節駆動トルク τ は、静定であるならば式(13)第2式 $\tau = -(J_n + J_t H) f_n$ より一意に定めることができる。

さて、式(27)の $(G_n + G_t H)$ は H を含んでいるので、 f_o に対して式(27)を満たす解の存在は、動摩擦の影響を受ける。次に、 $f_n > 0$ の接触力の存在と動摩擦の関係を数値シミュレーションにより検証する。

【例2】 例1と同じ包み込み把握を考える。 $\pm y$ 方向の目標加速度を発生させる f_o に対して式(27)を満たす f_n が存在することは、式(27)を制約条件として、

$$\min \frac{1}{2} f_n^T f_n \quad (29)$$

を目的関数とする二次計画問題の解が存在することを調べることで確認できる。図8は、第3・3節と同様に μ_i^j の大きさをパラメータとして計算した結果である。○印は対象物の拘束遷移・離脱遷移の両運動に対して包み込み把握系が $\pm y$ 方向の目標合力を作用できる $f_n > 0$ の接触力が存在する場合を示しているが、動摩擦係数の大きさに上限があることがわかる。なお、×印で示される $\mu_1 = \mu_2 = 0$ では、 $(G_n + G_t H)$ が特異行列となり上述の手法では解を求めることができない特異点となっている。

本章最初で述べたように、遷移運動を実現する動摩擦係数の領域は、図7に示す静定領域と図8に示す f_n

> 0 を発生できる領域の共通集合領域となる。したがって、その領域は図9の○印で示されるが、動摩擦係数の大きさに影響を受けることがわかる。なお、対象物の遷移に伴う接触点位置の変化によって、図9の領域も各瞬間で変わることには注意されたい。

5. 終わりに

多指ハンドによる包み込み把握の遷移運動解析に関して以下の結論を得た。

(1) クーロン摩擦の仮定のもとで、滑り接触する包み込み把握系の数学モデルを導出した。

(2) 包み込み把握系の運動学・動力学式を線形相補性問題に帰着させた場合、その線形方程式の係数行列が P -マトリックスとなることが、滑り接触する包み込み把握系が静定となるための必要十分条件であることを示した。

(3) 包み込み把握系と動摩擦の関係を考察した。その結果、摩擦あり接触の場合でも滑り接触するならば静定となる場合があり、それは動摩擦係数の大きさに依存していることを明らかにした。

(4) 包み込み把握系が各瞬間で、静定かつ $f_n > 0$ の接触力を作用できることが連続的な遷移運動を実現するための条件であることを示すと同時に、 $f_n > 0$ を満たす接触力の存在は動摩擦係数の大きさに影響を受けることを明らかにした。

付録 行列 A の導出

v_t^j の符号は、対象物の運動方向 $\dot{x}$ に対して対象物と多指ハンドの運動学的拘束条件を満足するように決定する。まず、式(8)第2式を

$$G_t^T \dot{x} = v_t + J_t \dot{\theta} \quad (30)$$

のように変形する。 $G_t = G \hat{t}$, $J_t = \hat{t}^T J$ であるので、上式は以下のように書き換えられる。

$$\hat{t}^T G^T \dot{x} = v_t + \hat{t}^T J \dot{\theta} \quad (31)$$

両辺に左から接触接線 $\hat{t}$ をかけると

$$G^T \dot{x} = [\hat{t} \quad J] \begin{bmatrix} v_t \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (32)$$

を得る。ただし、

$$G = [G_1^1, \dots, G_{m_1}^1, \dots, G_{m_k}^k] \in R^{3 \times 2m}$$

$$J = \text{diag} \left[\begin{bmatrix} J_1^1 \\ \vdots \\ J_{m_1}^1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} J_1^k \\ \vdots \\ J_{m_k}^k \end{bmatrix} \right] \in R^{2m \times m}$$

$$\hat{t} = \text{diag}[\hat{t}_1^1, \dots, \hat{t}_{m_1}^1, \dots, \hat{t}_{m_k}^k] \in R^{2m \times m}$$

である。式(32)右辺の行列 $[\hat{t} \quad J] \in R^{2m \times 2m}$ は正方行列なので、対象物の運動 $\dot{x}$ に対して滑り速度 v_t を一意に求めることができる。ここでは v_t の符号を求め

るので、 $\dot{x}$ はその方向のみが重要であり、その大きさは本質的でないことに注意されたい。以上より、 μ_i^j , v_{ji}^i が与えられると行列 H が計算できる。また、把握コンフィギュレーションが与えられると行列 W_n , W_t , M が計算できる。したがって、式(20)より行列 A を導出できる。

文 献

- (1) Omata, T. and Nagata, K., Rigid Body Analysis of the Indeterminate Grasp Force in Power Grasps, *Proc. IEEE Robotics Autom.*, (1996), 1787-1794.
- (2) Zhang, X-Y. ・ほか 3 名, Robustness of power grasp, *Proc. IEEE Robotics Autom.*, (1994), 2828-2835.
- (3) 八島真人・ほか 2 名, 多指ハンドのリンク内接触による操り(第 1 報, 力学的特性), 機論, **64**-622, C (1998), 2067-2073.
- (4) 八島真人・ほか 2 名, 多指ハンドのリンク内接触による操り(第 2 報, インピーダンス制御にもとづく操り制御), 機論, **64**-622, C (1998), 2074-2080.
- (5) 金子真・ほか 2 名, 包み込み把握の遷移安定性, 日本ロボット学会誌 **16**-5 (1988), 712-720.
- (6) Craig, J. J., *Introduction to ROBOTICS*, 2nd Edition, (1989), 179, Addison-Wesley.
- (7) 小島正和, 相補性と不動点, (1981), 26, 産業図書.
- (8) Lötstedt, P., Coulomb Friction in Two-Dimensional Rigid Body Systems, *Zeitschrift Für Angewandte Mathematikund Mechanik*, **61** (1981), 605-615.
- (9) Cottle, R. W. ・ほか 2 名, *The Linear Complementarity Problem*, (1992), 148, Academic Press.
- (10) 児玉慎三・須田信英, システム制御のためのマトリクス理論, (1978), 294-302, 計測自動制御学会.
- (11) Salisbury, J. K. and Roth, B., Kinematic and Force Analysis of Articulated Mechanical Hands, *ASME J. Mech., Transmissions, Autom. Design*, **105** (1983), 35-41.