ビーム部材挿入を想定した補強レイアウト・断面形状設計法* (耐振設計への適用)

座 古 勝^{*1}, 坂 田 誠一郎^{*2}

Layout and Cross-sectional Shape Design Method with Insertion of Beam-like Reinforcement (Application to Vibration-proof Design)

Masaru ZAKO^{*3} and Seiichiro SAKATA

^{*3} Osaka University, Dept. of Material Science, Yamada-oka 2-1, Suita-city, Osaka, 565-0811 Japan

This paper describes a methodology to design layout and cross-sectional shape and size for beam-like reinforcement to improve eigenfrequency. In case of the optimization for a structure using beam model, the topology, the layout, the cross-sectional shape and the size must be decided as design variables. In addition, some variables must be determined simultaneously because they have effect each other. Previously, we presented the design method which a layout and a cross-sectional shape are designed considering each correlation with feedback loop. In this paper, we describe a new method which has been improved previous method. The improved point is to be able to consider to insert some reinforcements for base structure. The design method which refers to the deformation on main structure is applied to least weight structural design with eigenfrequency constraint. In order to confirm a validity of proposal method, it is applied to design the reinforcement for three-dimensional beam structure. We have obtained the layout and the size of reinforcement for vibration-proof.

Key Words: Reinforcement, Beam, Optimization, Layout, Cross-sectional Shape and Size, Correlation, Feedback Loop, Eigenfrequency

1. 緒 言

原子力関連機器や化学プラントなどでは、耐振設計が施設全体の設計において重要な位置を占めている。原子力設備の場合は、機器を建屋床に設置する際に、機器自身の固有振動数がある値以上にすることで地震波との共振を避けることができる。すなわち、地震に対しては機器を剛体として取扱えるので、設備全体での設計簡略化が図れる⁽¹⁾。一方、供用中の構造物に対して適切な補強を行うことは、寿命や信頼性向上の面で有効である。特に、阪神大震災以降は設計基準の見直しもあり、補強に対する関心が高まってきたといえる。また、構造の概形が要求される機能により決定される場合には、補強の考え方をを用いることで機械特性を効率的に向上させることが可能となる。固有振動数の問題についても、既存の主構造に対して適切な補強を行い、機器全体での機能向上を行うことで、効率的に設計基準を満足することが可能となると考える。このような補強設計問題には、最適設計法を利用するこ

とが考えられる。近年、構造最適設計分野では、従来の形状設計に加え、領域のトポロジーを可変とした形状設計⁽²⁾が行われつつある。固有値問題に関する最適設計については、近年では荻原らによる固有振動数制御のための位相最適化手法⁽³⁾や呉らによる領域最適化⁽⁴⁾、長松による感度解析技術⁽⁵⁾の報告などがある。固有値問題におけるレイアウト設計や形状設計においては、固有モード次数の入れ替わりが問題を解きにくくするとされており、これを考慮した一般化固有値指標によるトポロジー最適化手法が馬ら⁽⁶⁾により提案されている。しかし、実構造におけるトポロジーやレイアウト、形状を設計変数とした固有値問題に対する適用例はまだ数少ないといえる。

また、設計対象を補強部材に限定すれば、ビームによるモデル化が有効であると考えられる。ビームモデルを想定した設計に関しても、設計変数をレイアウト、断面形状および断面寸法として個別に取扱うだけでなく、トポロジーまでを設計変数とし、それらを組合せた設計⁽⁷⁾も試みられている。ビームモデルを想定した場合にはレイアウト設計問題を組合せ問題として取扱うことも多い。組合せ問題も含め、構造設計を最適化問題として解くためには、高い計算コストを必要とすることが知られており、特に目的関数の評価に有限

* 原稿受付 1998年5月18日。

^{*1} 正員、大阪大学大学院工学研究科 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)。

^{*2} 正員、大阪大学大学院。

E-mail: zako@mapse.eng.osaka-u.ac.jp

要素法による数値解析を用いた場合には計算コストは重要な問題となる。本論文では、計算コスト軽減をはかるための設計手法構築を目的の一つとした。

ビームモデルを用いたレイアウト、部材断面形状設計においては、著者らがすでに各設計問題の相関を考慮する必要性を検討し、レイアウトと部材断面形状の相関を考慮した補強設計法について報告した⁽⁸⁾。このとき用いた設計手法では、簡単な構造に対する補強を想定し、部材を一本ずつ挿入するとした。しかし、複数次数の固有モードに対する補強を考えた場合には、複数本の部材挿入を考慮することが必要不可欠である。そこで本論文では、複数本の補強部材挿入を想定する。

以下に、本論文で想定する問題設定、提案手法およびその適用例について記述する。

2. 問題設定

本論文で目的とする設計問題を以下に定義する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Problem } P) \\ \text{find} \quad \quad \quad x \\ \text{to minimize} \quad W \equiv W(x) \\ \text{subject to} \quad g_i(x) \leq g_{id} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 x は物体を具体的に決定するために必要な幾何学的情報を表す変数であり、ビーム部材の挿入を想定し、部材挿入本数を既知とした場合には、部材の配置(レイアウト)、断面形状および断面寸法である。評価関数 W は体積とする。また、 g_{id} は設計に関する任意の制約である。本論文においては、構造物の最小固有振動数がある制約値以上にする事を考える。なお、式中のボールドはベクトルもしくはマトリックスを表す。

式(1)に示す設計問題に対し、補強に限定した問題設定を考える。想定する補強部材に対して次の仮定を設ける。

(1) 補強部材同士は結合しないものとする。幾何学的に交わる場合でも、補強部材同士の結合はないものとし、位相的に分離できる領域であると見なす。

(2) 補強部材の端点は主構造上に存在する。

(3) 補強部材は直線状のビームであり、部材の断面形状および寸法は、部材内で均一とする。

これらの仮定に関しては、現行の構造物に後天的な補強を行うことを想定すれば実用上妥当であると考えられる。

解析に関しては、設計変数としてレイアウトすなわち補強部材の配置を離散的に考えることにする。主構造上に任意の個数だけ設計点を設け、補強部材は設計点の任意の2点を結ぶように挿入されるものとする。

これらの点を考慮して、実際に解くべき問題を、式(2)のように具体的に書き直す。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Problem } P') \\ \text{find} \quad \quad \quad x \equiv \{r_{ij}, s_{ij}\} \\ \text{to minimize} \quad W \equiv W(x) \\ \text{subject to} \quad Freq_{\min}(x) \geq Freq_p \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで r_{ij} は i 番めと j 番めの設計点を結ぶ補強部材配置を表す。具体的には、主構造上の設計点を用いて、

$$r_{ij} \equiv (r_i, r_j) \in S \dots\dots\dots (3)$$

と書ける。ただし S は設計点全体の集合であり、その任意の要素 l は r_l と表される。また、 s_{ij} は補強部材 r_{ij} の断面形状および寸法を表す。ここで、断面の寸法は任意の断面形状を具体的に決定するための代表寸法を表し、断面形状の概形により次元数が決定される実ベクトルである。したがって s_{ij} は具体的には

$$s_{ij} \equiv \{cs, fs(cs)\}_{ij} \dots\dots\dots (4)$$

である。ここで cs は断面形状の特徴量であり、長方形、円などの概形を表す。また fs は cs により次数の定まる代表寸法 xs_m を要素に持つ寸法ベクトルであり、次式で表される。

$$fs(cs) \equiv (xs_1, xs_2, \dots) \dots\dots\dots (5)$$

また、 $Freq_{\min}$ は構造全体での固有振動数の最小値であり、 $Freq_p$ は固有振動数の制約を表す。以降では r をレイアウト、 s を断面形状、 fs を断面寸法と称する。

本論文では、式(2)により表現された設計問題を解くための設計手法を提案する。

3. 設計手法

3・1 固有振動数設計の変形制御問題への置き換え

一般的な構造の r 次の固有角振動数 ω_r は、 r 次の固有ベクトルを表す正規化された変位ベクトル u_r および剛性マトリックス K 、質量マトリックス M より計算されるモード剛性 K^* およびモード質量 M^* を用いて

$$\omega_r = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} \dots\dots\dots (6)$$

と計算される。ただし

$$K^* = u_r^T K u_r \dots\dots\dots (7)$$

$$M^* = u_r^T M u_r \dots\dots\dots (8)$$

である。ここで正規化された変位ベクトル、剛性マトリックス、質量マトリックスが、補強によりそれぞれ u_r' 、 K' 、 M' に変化したとする。ただし簡単のため補強部材に生じる固有変位ベクトル成分は無視できるとする。これらをそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_r' &= \mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r \\ \mathbf{K}' &= \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \\ \mathbf{M}' &= \mathbf{M} + \Delta \mathbf{M} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

と書けば、補強後の構造の r 次の固有角振動数 ω_r' は

$$\omega_r' = \sqrt{\frac{\mathbf{u}_r'^T (\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K}) \mathbf{u}_r'}{\mathbf{u}_r'^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \mathbf{u}_r'}} \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここで補強による固有変位ベクトルの変化が少ないことを仮定すれば、

$$\mathbf{u}_r' = \mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r \approx \mathbf{u}_r \dots\dots\dots (11)$$

となる。したがって、式(10)は次式に近似できる。

$$\omega_r' \approx \sqrt{\frac{\mathbf{u}_r^T \mathbf{K} \mathbf{u}_r}{\mathbf{u}_r^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \mathbf{u}_r} + \frac{\mathbf{u}_r^T \Delta \mathbf{K} \mathbf{u}_r}{\mathbf{u}_r^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \mathbf{u}_r}} \dots\dots\dots (12)$$

補強構造が主構造と比較して十分規模が小さいとすれば、感度 $\Delta \omega_r'$ を考えた場合には式(12)の右辺第1項は定数とみなせる。また、第二項の $\mathbf{M}$ は定数であるので、ある変形状態を固有モードとする構造の固有振動数を上昇させるには、明らかに変位ベクトルに対する剛性増加と質量増加の比

$$\frac{\mathbf{u}_r^T \Delta \mathbf{K} \mathbf{u}_r}{\mathbf{u}_r^T \Delta \mathbf{M} \mathbf{u}_r} \dots\dots\dots (13)$$

を増加させればよいことになる。以降、この比を k/m 比と称する。ここで補強による剛性増加 $\Delta \mathbf{K}$ を補強前後の主構造各部の変位ベクトル $\mathbf{d}_k^{org}$ 、 $\mathbf{d}_k^{reinforced}$ を用いて、

$$\Delta \mathbf{K} \propto \sum_k |\mathbf{d}_k^{org} - \mathbf{d}_k^{reinforced}| \dots\dots\dots (14)$$

として評価する。 k は主構造上の評価点を表す。この考え方により、式(14)の単位質量増加あたりの値が最も大きくなるように設計を行えば、最も効果的な k/m 比の増加が期待でき、固有振動数の上昇に寄与できると考える。補強を想定すれば、質量増加は挿入された補強部材の体積増加により記述できるため、単位補強体積あたりの式(14)の値を評価関数として設計を行うことにする。以降、この評価関数を

$$f_{ij} = \frac{\sum_k |\mathbf{d}_k^{org} - \mathbf{d}_k^{reinforced}|}{V_{ij}} \dots\dots\dots (15)$$

として定義する。ここで下添字 ij は $\mathbf{r}_{ij}$ となる補強を表す。この方法により、任意の次数の固有モードのみを設計対象とする。ただし部材の挿入により、新たに部分的な変形を有する低次の固有モードの出現に注意する必要があることは言及するまでもない。

この評価関数を用いて、補強部材のレイアウトと断面形状の同時設計を行う。以下に設計手法の詳細を記述するが、補強レイアウトと断面形状の相関を考慮した設計法の概略はすでに報告済み⁽⁸⁾ であるので、ここでは前報で考慮しなかった複数本の部材挿入を想定し

たレイアウト設計手法と、固有振動数を制約とする断面形状設計の定式化、並びにフィードバックを含む設計の流れについて説明を行う。

3・2 複数本の部材挿入を想定したレイアウト設計手法

レイアウト設計では、本質的には式(15)を最大化する複強レイアウトの探索を行う。式(15)により、単位体積あたりの主構造全体の変形抑制度合いを表し、断面形状設計による最大変位抑制に最も効果が高い補強レイアウトを解とすることを目的とした。

この際に、前述のように複数本の部材挿入を想定し、配置を離散的に考えた場合には、組合せ数が本数の増加に対して指数関数的に増加するため、それに応じて解の探索に要する計算コストも増大する。この問題に対しては、解の探索手法の改善とともに、評価関数に要する計算コストの低減も考える必要がある。

補強部材を1本だけ挿入する場合には、各断面形状に対して式(15)を計算し解の探索を行うこととした。複数本の部材挿入に対しては、式(15)を逐一計算することが考えられるが、この場合の組合せ数は挿入本数が増えるにつれ莫大となるため、次のような演算に置き換えることを考える。

いま、式(15)の f_{ij} に関する新たな演算子として、次の条件を満足する演算子。を考える。

$$\left. \begin{aligned} f_{ij}^{(1)} &= \Delta f_{ij}^{(0)} \Delta e_{ijk} = \Delta f_{ij} \\ f_{ij}^{(2)} &= \Delta f_{ij}^{(1)} \Delta e_{ijk} \\ &= \max_{i_2, j_2} \left(\sum_k \left[\left\{ \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{ij}} + \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{i_2 j_2}} \right\} - |(\Delta e_{ijk} + \Delta e_{i_2 j_2 k})| \right] \right) \\ &\vdots \\ f_{ij}^{(n)} &= \Delta f_{ij}^{(n-1)} \Delta e_{ijk} \\ &= \max_{i_2, j_2, \dots, i_n, j_n} \left(\sum_k \left[\left\{ \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{ij}} + \sum_{m=2}^n \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{i_m j_m}} \right\} - \left| \left(\Delta e_{ijk} + \sum_{m=2}^n \Delta e_{i_m j_m k} \right) \right| \right] \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 Δe_{ijk} は次式で表される。

$$\Delta e_{ijk} = \frac{\mathbf{d}_k^{reinforced}}{V_{ij}} \dots\dots\dots (17)$$

式(16)は複数本の部材挿入後の単位体積あたりの変形状態を、部材を1本だけ挿入した状態の変形状態から推測するものである。式(16)は、 n 本の部材挿入後の補強効果 $\Delta \mathbf{d}^{(n)}$ を、各部材を1本ずつ挿入した場合の補強効果の重ね合せにより次式のように表現することを目的としている。

$$\Delta \mathbf{d}^{(n)} \approx \Delta \mathbf{d}^1 + \Delta \mathbf{d}^2 + \dots + \Delta \mathbf{d}^n \dots\dots\dots (18)$$

ただし $\Delta \mathbf{d}^n$ は n 番めの部材挿入に伴う単位補強体積

当たりの変位変化率ベクトルである。したがって、実際に解く補強レイアウト設計問題は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{Problem P1)} \\ \text{find } i, j, \dots, i_n, j_n (i_n, j_n) \in S \\ \text{to maximize } f_{ij}^{(n)} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

となる。この問題を解く具体的方法は、 $f_{ij}^{(n)}$ マップを実際に作成することとした。

3・3 断面形状設計手法 断面形状設計は、断面形状の概形の設計と、それに伴う断面寸法のサイジング問題とにより行う。解くべき問題は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{Problem P2)} \\ \text{find } \mathbf{x} = \{\mathbf{s}\} = \{\mathbf{cs}, \mathbf{fs}(\mathbf{cs})\} \\ \text{to minimize } W \equiv W(\mathbf{x}) \\ \text{subject to } d_{\max}(\mathbf{x}) \leq d_p \end{array} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

となる。 $d_{\max}$ は変位ベクトルのノルムの最大値である。この問題は以前の論文⁽⁸⁾と同様の方法で解くこととした。また、簡単のため断面形状の概形は長方形のみとした。変位制約 d_p に関しては次の式で算出した。

$$d_p = \left(\frac{Freq_p}{Freq_{org}} \right)^2 \times d_{\max}^{org} \dots\dots\dots (21)$$

ただし $Freq_{org}$ は初期構造の固有振動数、 $d_{\max}^{org}$ は初期構造の変位ベクトルのノルムの最大値である。式(21)は、固有振動数が剛性の平方根に比例することに基づき、構造物の固有振動数と最大変位とを概算的に関係づけたものである。

さらに、固有値問題においては、主構造と比較して k/m 比が小さい部材が挿入された場合、その部材の固有モードが低次に現れることがある。この現象を回避するために、断面寸法設計時に以下の制約を設けた。

$$h \geq l^2 \pi \times Freq_p \times \sqrt{\frac{\rho}{E}} \dots\dots\dots (22)$$

ただし h は長方形断面の短辺の寸法、 l は部材長さ、 ρ は部材の密度、 E は部材のヤング率を表す。また、レイアウト設計時にも同様の現象を回避するため、式(22)を l について解いた条件を設け、満足しない解候補は選択しないようにした。

さらに、レイアウト設計へのフィードバックを考慮して、各断面形状設計ステップでの断面寸法ベクトル $\mathbf{fs}$ の最大更新幅を式(23)で与え、制約とした。式(23)は大幅な断面寸法の変化に伴うレイアウト設

$$\mathbf{s}^l = \begin{cases} \xi \mathbf{s}^{l-1} & (\mathbf{s}^{l-1} < \xi \mathbf{s}^{l-1}) \\ \mathbf{s}^{l-1} (\xi \mathbf{s}^{l-1} \leq \mathbf{s}^{l-1} \leq (1+\xi) \mathbf{s}^{l-1}) & \dots\dots\dots (23) \\ (1+\xi) \mathbf{s}^{l-1} & ((1+\xi) \mathbf{s}^{l-1} < \mathbf{s}^{l-1}) \end{cases}$$

計の不安定さを回避するための制約である。 ξ の値は任意であるが、0 から 1 までの値が好ましいと考え、

本論文ではその中間値の 0.5 とした。

3・4 フィードバック手法 設計のフィードバックは、各設計ステップで得られた補強レイアウトに対し、断面形状最適化を行った結果に基づき、式(16)で示される評価関数 $f_{ij}^{(n)}$ を新たに作成することにより行う。複数本の部材断面形状が最適化の結果得られた場合には、最大剛性を有する断面形状を採用して新たに $f_{ij}^{(n)}$ を評価し直す。本質的には異なる断面形状に関しては式(15)は異なる評価を与えるが、上述の方法によって $f_{ij}^{(n)}$ の下界を与え、断面形状設計結果の反映度を最大にすることから提案手法では有効に働くと考えた。

3・5 設計全体の流れ 以上の各設計手法からなる提案手法の全体的な流れを図1に示す。任意のトポロジー、すなわち部材挿入本数に対して、初期断面形状および寸法を仮定し、その後、レイアウト設計と断面形状設計を順次行い、断面形状設計結果をレイアウト設計にフィードバックする。なお、解が改善しなくなった時点で計算を打ち切ることとする。

4. 適用例

適用例として、図2に示す骨組み構造の補強設計を行った。材料はすべて軟鋼とした。また、補強部材の挿入可能領域は主構造に囲まれた空間全体とした。

まず、このモデルの初期状態、すなわち補強を行っていない状態での固有値解析結果より得られた一次から四次までのモード図を図3に示す。各モードの固有振動数は1次から順に 16.9 Hz, 17.3 Hz, 19.3 Hz, 96.6 Hz であった。なお解析には有限要素法を用い、

Fig. 1 Flow chart of proposal design method

固有値問題の解法にはサブスペース法を用いた。

いま制約条件として $Freq_p=30$ Hz とすると、固有値解析結果より 3 次以下の固有モードに対応する固有振動数が 30 Hz 以上となり、かつこれら以外の固有モードが低次に現れなければよい。これに対して、初期断面寸法を 10×6 mm と仮定して解の探索を行った。図 4 に一次モードに対する、図 5 に 2 次および 3 次モ

Fig. 2 Dimension of main structure

Fig. 3 Eigenmode from 1st mode to 4th mode

ードに対する補強設計結果を示す。2 次および 3 次モードに対する補強設計結果は同一の解が得られた。

また、例として 1 次に対する補強設計過程に関し、設計ステップの進行に伴う補強体積、概算固有振動数並びに実際の固有振動数解析結果を表 1 に示す。表 1 は、初期断面形状では十分な固有振動数上昇は実現できないため、いったん十分な断面寸法まで増加した後、徐々に断面寸法を縮小しつつ満足値を得る過程を表しており、探索過程の妥当性が明らかとなったと考える。

以上の結果に基づき得られた最終補強案を図 6 に示す。また、最終設計に対し固有値解析を行った結果得られた固有モードを図 7 に示す。図 7 より、低次に新たな固有モードの出現もなく、妥当な補強構造が得ら

Table 1 Change of evaluation on each design step

Step	Volume (mm ³)	Estimated Eigenfrequency (H z)	Eigenfrequency (H z)
initial	—	—	16.9
1	305024	26.5	25.2
2	842117	29.9	27.3
3	585027	36.3	34.1
4	355179	31.1	29.9
5	258676	31.3	30.2

Fig. 4 Obtained result for 1st mode

Fig. 5 Obtained result for 2nd and 3rd modes

Fig. 6 Final design for reinforcement

(a) 1st mode

(b) 2nd mode

(c) 3rd mode

Fig. 7 Analytical result of eigenvalue for reinforcement design

れたと考える。また、補強前後における構造全体の固有振動数解析結果を表2に示す。

表2によれば、最小固有振動数が目標値より4%程度、2次の固有振動数が2%程度目標値より低くなっているが、ほぼ満足できる設計結果であるといえる。このように目標値を若干満足できなかった理由として、断面寸法最適化の際、変位制約値を構造の固有振動数概算値をもとに算出したこと、および設計時に補

Table 2 Eigenfrequency before and after insertion of reinforcement (Hz)

	Before	After
1st mode	16.9	28.9
2nd mode	17.3	29.5
3rd mode	19.3	33.0

強構造の質量を考慮していないことが考えられる。特に後者は、提案設計手法が補強構造設計を想定していること、すなわち主構造に対して質量が十分小さい部材を挿入することを考慮した結果であり、この誤差は予想された範囲である。補強効果の評価に実際に固有値解析を用いた場合、この誤差は小さくなると予想される。しかしながら、計算コストの面で提案手法が非常に有利であること、またあらかじめこの誤差を考慮して目標値に数%の余裕を持たせることでこの問題は解決可能であり、提案手法の有効性と実用性が確認できたと考える。

5. 結 言

本研究では、複数本のビーム部材の挿入を想定した補強構造設計手法を構築した。本手法は、複数本の部材挿入効果を考慮するために、新たな演算子を定義したことに特徴があり、部材を1本挿入した結果から複数本挿入時の効果を推測することが可能である。本論文では特に、固有振動数を制約条件とした軽量化設計に関し、簡便な設計手法を提案した。提案手法の適用により得られた知見を以下にまとめる。

(1) 三次元骨組み構造に対して補強設計を行った結果、実用上有効な解が得られた。これにより手法構築時における仮定の妥当性並びに提案手法の有効性が明らかとなったと考える。

(2) 提案手法により、実際には固有値問題をほとんど解かず、固有振動数を考慮した耐振設計を実現した。これにより計算コストの低減が期待でき、補強部材レイアウトと部材断面形状を決定可能であるので、実用的な設計手法と考える。

文 献

- (1) 日本機械学会編, 耐震設計と構造力学, (1985), 157, 日本工業出版。
- (2) 井原久・ほか3名, 機論, No. 95-10 IV (1995), 391-392.
- (3) 荻原一郎・ほか1名, 機論, 61-587, C (1995), 33-40.
- (4) 吳志强・ほか1名, 機論, 61-583, C (1995), 194-201.
- (5) 長松昭男, 機論, No. 940-25, (1994), 145-154.
- (6) 馬正東・ほか3名, 機論, 59-562, C (1993), 128-134.
- (7) 中西康彦・ほか1名, 機論, 60-577, A (1994), 255-260.
- (8) 座古勝・ほか2名, 機論, 63-613, A (1997), 248-254.