二慣性系における状態フィードバック系設計に関する考察*

章 国 光^{*1}, 武居 直行^{*2}, 古 莊 純 次^{*1}

A Study of State Feedback Design on Two-Inertia System

Guoguang ZHANG^{*3}, Naoyuki TAKESUE and Junji FURUSHO^{*3} Graduate School of Engineering, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka, 565-0871 Japan

Flexibility in joint drive systems causes robot arm vibration. The conventional semi-closed-loop control cannot provide a high servo stiffness and large bandwidth for industrial robots. To achieve a high speed and high precision control, it is important to reduce vibration of robot arm and effect of disturbance. For this purpose, state feedback control becomes more and more important in practice. In this paper, we present an analysis and design of state feedback control for two-inertia system. From the viewpoints of non-negative positional stiffness and internal feedback construction, the domain of pole assignment is analyzed. The effect of disturbance is compared and evaluated for three optimum pole assignments, and the worst case of disturbance is also introduced. It is shown that choice and design of optimum pole assignment are very important when considering the effect of disturbance.

Key Words: State Feedback Control, Pole Assignment, Disturbance Rejection, Two-inertia System, Optimum Response

1. は じ め に

多くの電動式のロボットでは、ハーモニックドライブやRV減速機などの減速機を用いて各関節を駆動している。これらの減速機を含む駆動系の弾性のため、多くの産業用ロボットにおいて動作時の振動的な挙動および停止時の残留振動という大きな問題が発生している⁽¹⁾。モータに取付けたセンサの情報を用いるセミクローズドループ制御は、制御系の構造が簡単でかつシステムの安定性がよいので、産業用ロボットでよく使われてきた。しかし、セミクローズドループ制御においては、アーム側の信号をフィードバック制御していないため、機械の構造振動を励起しないためには、制御系の帯域を制限しなければならない。このように帯域を押さえているため、高速な制御の実現が困難である⁽²⁾。

近年、産業界を中心に、状態推定オブザーバを使って推定されたアーム側の状態量をフィードバックすることにより、振動を抑制する方法が研究されてき

た⁽³⁾⁽⁴⁾。さらに、アーム側の外乱を推定できれば、状態フィードバック制御器とアーム外乱のフィードフォワード補償を独立に構成することが可能となり、振動抑制と外乱抑制の両者を改善できる利点がある⁽⁵⁾。しかし、摩擦や負荷変動などによって生じる推定精度の低下は、実用に際して問題を残している。また、モータ側の情報だけからアーム側の状態変数と外乱を正確に分離するのは困難であるので、高ゲインのフィードバックを避ける必要がある。このようなオブザーバを用いたソフトウェアサーボは、アーム側にセンサを必要としないので、コストの面からも有力な方法といえる。これらの研究における制御系の基本構造は状態フィードバックである。しかし、これらの研究では、状態フィードバック制御系の設計方法が示されていない。また、振動抑制と外乱の影響の低減との関係も解析されていない。

また、駆動系に弾性要素を有するシステムにおいて、二重の制御ループによる制御法が提案されてきた⁽⁶⁾⁽⁷⁾。この制御方式では、モータ速度の内ループ⁽⁶⁾あるいはトルクの内ループ⁽⁷⁾により摩擦やモデルの変動などの影響を低減し、外ループの制御により高ゲイン・高帯域の制御を目指している。二重制御ループの手法では、制御系の帯域幅は内ループの制御方式に

* 原稿受付 1998年1月5日。

^{*1} 正員, 大阪大学大学院工学研究科 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)。^{*2} 正員, 大阪大学大学院。

E-mail: zhang@mech.eng.osaka-u.ac.jp

強く影響される。

一方、著者らはロボットにおける振動の抑制を図る一つの方法として、関節トルク情報を用いる制御系について検討し、外乱の影響に注目した設計法を提案している⁽⁸⁾。また、結城ら⁽⁹⁾はこの制御系において、共振比の設計手法より振動が十分に抑えられることを示している。しかし、関節トルクフィードバックをもつ制御系における振動抑制と外乱の影響の低減は、相反する要求となるので、二つの特性を両立させることは困難である⁽⁸⁾。本研究では、振動抑制と外乱の影響の低減の両者を達成することを目的として、関節トルクの比例フィードバックにさらに微分フィードバックも行い、状態フィードバック制御系を構成する。そして、この状態フィードバック系の構造的特性およびその設計について検討を行う。

システムの全状態をフィードバックすることによって任意の極配置が可能であり、理論的にも取扱いやすくなる。しかし、二慣性系の極配置に際しては、応答の速さのみではなく、外乱の影響を考慮する必要がある。また関節トルクの比例・微分フィードバック制御が内部フィードバック系を不安定にしないなどの配慮を行うことが望ましい。

本研究では、これらの設計要求について分析し、極配置の範囲を与える。状態フィードバック系における振動の抑制および外乱の影響の低減を考えた簡単かつ有効な設計手法および評価方法があれば、実用上有用である。そこで、三つのよく使われる最適応答モデル(Binomialモデル, Besselモデル, ITAEモデル)を用いて、状態フィードバック系における極配置の評価を行う。最後に、これらの効果を実験により確認する。

2. 二慣性系モデルおよび関節トルクの比例・微分フィードバック

多くの電動式のロボットでは、アクチュエータから関節軸までの動力伝達を減速機を介して行う。これらの減速機を含む駆動系の剛性が低いため、アクチュエータの出力軸と関節軸を別々な軸として見なさなければならない⁽⁸⁾。

図1にモータとアームの二つの慣性モーメントが弾性をもつ減速機で結合された駆動システムのブロック線図を示す。図1の各記号の定義は次のとおりである。

- θ_m : モータ角度
- θ_a : アーム角度
- N : 減速比 ($N < 1$)
- k_j : 駆動系の剛性

Fig.1 Block diagram of two-inertia system with joint torque and its derivative feedbacks

J_a : アーム側の慣性モーメント

J_m : モータ側の慣性モーメント

T_m : モータの駆動トルク

T_j : 関節トルク

T_d : アーム部に加わる外乱トルク

図1中に点線で示すフィードバックは、関節トルクの比例・微分フィードバックであり、 K_T , K_D はそれぞれ次のように定義される。

K_T : 関節トルクの比例フィードバック係数

K_D : 関節トルクの微分フィードバック係数

また、 $\bar{T}_m$ は、関節トルクの比例・微分フィードバックがマイナーループ制御として施された系の入力である。 $\bar{T}_m$ を入力、 θ_m を出力とする伝達関数は、次のように与えられる。

$$\frac{\theta_m}{\bar{T}_m} = \frac{1}{J_m s^2} \frac{s^2 + \omega_a^2}{s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \tilde{\omega}_m^2} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 ω_a , ω_m はそれぞれ反共振周波数・共振周波数であり、次のように与えられる。

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_j}{J_a}} \dots\dots\dots (2)$$

$$\omega_m = \sqrt{k_j \left(\frac{1}{J_a} + \frac{N^2}{J_m} \right)} \dots\dots\dots (3)$$

また、 $\tilde{\omega}_m$ は、関節トルクの比例フィードバックが施された際の共振周波数であり、次のように与えられる。

$$\tilde{\omega}_m = \sqrt{k_j \left(\frac{1}{J_a} + \frac{(K_T + N)N}{J_m} \right)} \dots\dots\dots (4)$$

一方、 ζ_m は、関節トルクの微分フィードバックを行うことによって生じる減衰係数であり、次のように定義される。

$$\zeta_m = \frac{K_D}{2} \frac{k_j N}{\omega_m J_m} \dots\dots\dots (5)$$

つまり、関節トルクの比例・微分フィードバックによって、二慣性系の共振周波数および減衰係数を変えることができる。

ζ_m の符号の違いによる二慣性系のステップ応答の実験結果を図2に示す(実験システムについては6章を参照)。図2からわかるように、 ζ_m が負の場合には、モータ角度が指数的に増大し、発散している。

Fig. 2 Step responses of $\bar{T}_m$ to θ_m (experiment)

すなわち, $\zeta_m < 0$ と設定すると, $\bar{T}_m$ を入力, θ_m を出力とする系の伝達関数の極は, 複素平面の右半平面となるため, この系は不安定となる。本研究では, 内部フィードバック系の安定性を配慮し, 関節トルクの比例・微分フィードバックを施された二慣性系が, 不安定にならないように設計することにする。すなわち, $\zeta_m \geq 0$ とした。そこで, $K_D \geq 0$ とする必要がある。

3. 関節トルクの比例・微分フィードバックを有する位置制御系

二慣性系においては, 状態量として, モータの角度, モータの角速度, 駆動系のねじれ角度(関節トルクに対応)と駆動系のねじれ角速度(関節トルクの微分に対応)の四つがある。そこで, 状態フィードバックは, モータ角度の比例・微分制御方式および関節トルクの比例・微分フィードバックよりなる。すなわち, 制御は次式で与えられる。

$$T_m = K_p(\theta_{mr} - \theta_m) - K_v\dot{\theta}_m - K_T T_j - K_D \dot{T}_j \quad \dots\dots\dots (6)$$

モータ角度の目標値 θ_{mr} から θ_m までの閉ループ伝達関数は, 次のように与えられる。

$$\frac{\theta_m(s)}{\theta_{mr}(s)} = \frac{K_p(s^2 + \omega_a^2)}{J_m s^2(s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \bar{\omega}_m^2) + (K_p + K_v s)(s^2 + \omega_a^2)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

また, アーム角度の目標値 $\theta_r(N\theta_{mr})$ で与えられる)から θ_a までの閉ループ伝達関数は, 次のように与えられる。

$$\frac{\theta_a(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K_p \omega_a^2}{J_m s^2(s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \bar{\omega}_m^2) + (K_p + K_v s)(s^2 + \omega_a^2)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

3.2 外乱に対する特性 図3に示すように, アーム部に外乱トルク T_d が加えられたとき, 外乱 T_d から θ_a までの伝達関数は次のようになる。

$$\frac{\theta_a(s)}{T_d(s)} = \frac{1}{J_a} \frac{J_m s^2 + (K_v + K_p k_j N)s + K_p + k_j(K_T + N)N}{J_m s^2(s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \bar{\omega}_m^2) + (K_p + K_v s)(s^2 + \omega_a^2)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

外乱 $T_d(t)$ が単位ステップ入力するとき, 外乱に対する定常偏差 e_d は, ラプラス変換の最終値定理を用いて, 次のように与えられる。

$$e_d = \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_a(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \theta_a(s) = \frac{1}{k_j} + \frac{N^2}{K_p} + \frac{K_T N}{K_p} \quad \dots\dots\dots (10)$$

上式右辺の第1, 第2項は, 関節トルクフィードバックを行わない場合の外乱 T_d に対する定常偏差である。一方, 第3項は, 関節トルクの比例フィードバックを行うことにより付加的に発生する定常偏差である。

また, 式(10)は次のように変形できる。

$$e_d = \frac{1}{k_j} \left(1 + \frac{k_j(K_T + N)N}{K_p} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

Fig. 3 State feedback control system

Fig. 4 Block diagram of the closed-loop control system

この状態フィードバック系を図3に示す。図3中の K_p, K_v, θ_{mr} はそれぞれ次のように定義される。

K_p : モータ角度のフィードバック係数

K_v : モータ角速度のフィードバック係数

θ_{mr} : モータ角度の目標値

本章では, この制御系が持ついくつかの性質をまとめておく。

3.1 角度目標値を入力とする伝達特性 図3の位置制御系を等価変換すると, モータ角度を出力とする制御系は, 図4のブロック線図のようになる。図4からわかるように, 関節トルクの比例・微分フィードバックを施された二慣性系が, モータ角度の比例・微分フィードバックの制御対象となっている。

3.3 反共振周波数におけるゲイン特性 反共振周波数 ω_a はシステムの構造より決められる固有の周波数であるので、この周波数におけるゲイン特性はシステムの振動特性に大きな影響を与える⁽⁸⁾。反共振周波数におけるゲイン特性を求めると、次のようになる。

$$\left| \frac{\theta_a(j\omega_a)}{\theta_r(j\omega_a)} \right| = \frac{K_p}{k_d N} \frac{1}{\sqrt{(K_T + N)^2 + K_D^2 \omega_a^2}} \quad \cdots \cdots (12)$$

上式からわかるように、反共振周波数におけるゲインは、フィードバック係数 K_p , K_T , K_D だけが関係して、 K_v は関係しない。

関節トルクの比例フィードバックのみを行う場合、すなわち $K_D = 0$ の場合には、上式は式(11)右辺の括弧内の第2項の逆数になっている。式(12)のゲインを下げると振動を抑圧できるが、逆に外乱による影響が大きくなることがわかる。すなわち、関節トルクの比

例フィードバックのみを行う系では、振動の抑制と外乱の影響の低減は相反する要求である⁽⁸⁾。

一方、関節トルクの微分フィードバックも行う場合には、 K_p , K_T および K_D を調整することによって、式(11)と(12)を独立に設定できるので、制御系の振動抑制と外乱の影響の低減を両立することが可能である。

4. 極配置による状態フィードバック制御系の設計

本章では、極配置と外乱の影響の関係について議論する。また、サーボ剛性の設定および内部フィードバック系の安定性観点からも、極配置の領域について議論する。

4.1 極配置による設計 式(8)で示す閉ループ伝達関数を次のような四次の参照モデルで表すことにする。

$$\frac{\omega_{10}^2 \omega_{20}^2}{\left(\frac{s^2}{P^2 \omega_a^2} + 2\zeta_1 \omega_{10} \frac{s}{P \omega_a} + \omega_{10}^2 \right) \left(\frac{s^2}{P^2 \omega_a^2} + 2\zeta_2 \omega_{20} \frac{s}{P \omega_a} + \omega_{20}^2 \right)} \quad \cdots \cdots (13)$$

ここで、 P は極の位置を規定する係数であり、時間軸のスケール変換を意味する。すなわち、 P に比例して極の配置は複素平面の原点から遠ざかる。今、安定な極配置を考えているので、 P を大きくするにつれて、各極の実数部が複素平面の左方向へ移動し、応答は速くなる。

上式を式(8)の各係数と比較することによって、次の四つの関係式を得ることができる。

$$K_p = P^4 \omega_{10}^2 \omega_{20}^2 \omega_a^2 J_m \quad \cdots \cdots (14)$$

$$K_v = 2P^3 (\zeta_1 \omega_{10} \omega_{20}^2 + \zeta_2 \omega_{20} \omega_{10}^2) J_m \omega_a \quad \cdots \cdots (15)$$

$$K_T = (C_0 P^2 - \omega_{10}^2 \omega_{20}^2 P^4 - R - 1) N / R \quad \cdots \cdots (16)$$

$$\zeta_m = \frac{\omega_a}{\omega_m} P (\zeta_1 \omega_{10} + \zeta_2 \omega_{20} - P^2 (\zeta_1 \omega_{10} \omega_{20}^2 + \zeta_2 \omega_{20} \omega_{10}^2)) \quad \cdots \cdots (17)$$

ここで、 $R = (N^2 J_a / J_m)$ はアーム慣性とモータ慣性の比であり、 $C_0 = \omega_{10}^2 + \omega_{20}^2 + 4\zeta_1 \zeta_2 \omega_{10} \omega_{20}$ である。

すなわち、極配置設計では、極の位置を最初に決め、式(14)～(17)を用いて K_p , K_v , K_T , ζ_m を求める。

4.2 極の位置と外乱の影響 2章の分析より関節トルクの比例・微分フィードバック制御が内部フィードバック系を不安定にしないように設計することにした。その結果、減衰係数 ζ_m は、 $\zeta_m \geq 0$ となる必要がある。 $\zeta_m \geq 0$ より、 P の上限は、式(17)から次のように与えられる。

$$P \leq \sqrt{\frac{\zeta_1 \omega_{10} + \zeta_2 \omega_{20}}{\zeta_1 \omega_{10} \omega_{20}^2 + \zeta_2 \omega_{20} \omega_{10}^2}} = P_{\max} \quad \cdots \cdots (18)$$

一方、外乱により生じる定常偏差 e_d は、式(10)より次のように与えられる。

$$\begin{aligned} e_d &= \frac{1}{k_j} \frac{1}{\omega_{10}^2 \omega_{20}^2 P^4} (P^2 C_0 - 1) \\ &= \frac{1}{k_j} \frac{1}{\omega_{10}^2 \omega_{20}^2} \left(\frac{C_0^2}{4} - \left(\frac{1}{P^2} - \frac{C_0}{2} \right)^2 \right) \quad \cdots \cdots (19) \end{aligned}$$

すなわち、 P の値によって e_d は変化していく。

外乱により生じる定常偏差 e_d は、サーボ剛性の逆数に対応し、外乱のシステムへの影響を表す。この偏差が小さくなるほど、システムは外乱に対して強くなる。定常偏差 e_d が零になると、抵抗力は無限大となる。すなわち、偏差により外乱の逆方向に抵抗力が発生し、外乱と釣り合う。サーボ剛性を非負に設計し、 e_d は非負とする。 $e_d \geq 0$ より、 P の下限は次のように与えられる。

$$P \geq \frac{1}{\sqrt{C_0}} = P_{\min} \quad \cdots \cdots (20)$$

しかし, P を $P_{\min}$ より小さく選ぶと, e_d は負になる。このとき, 式(9)における分子の常数項の符号は負になり, この伝達関数の零点の一つは右平面の実軸上に存在する。その結果, 系が零非正則になり, 外乱の応答においては逆応答現象が発生する⁽¹⁰⁾。逆応答現象を起こさないようにするため, サーボ剛性を非負に選ぶことは適切である。

以上をまとめると, P の範囲は式(18)および(20)で与えられる。すなわち, 極配置範囲の下限はサーボ剛性の非負性より決定され, その上限は減衰係数 ζ_m の非負性より決定される。

次に, 外乱の影響がどこで最も大きくなるかを求める。式(19)より,

$$P = \sqrt{\frac{2}{C_0}} = P_0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

において, e_d が次のような最大値をもつ。

$$e_{d\max}(P_0) = \frac{1}{k_j} \frac{C_0^2}{4\omega_{10}^2\omega_{20}^2} \quad \dots\dots\dots (22)$$

すなわち, e_d は, $P_{\min} \leq P \leq P_0$ において P の単調増加関数であり, $P_0 \leq P \leq P_{\max}$ において P の単調減少関数である。

4.3 極配置とフィードバック係数 次に極の位置を規定する係数 P の設定に伴い, 各フィードバック係数の変化傾向を示す。式(14), (15)からわかるように, K_p, K_v は係数 P の単調増加関数である。そこで, 極の位置を規定する係数 P を大きく設定することに伴い, K_p, K_v を大きくすることが必要である。

また, K_T の P に関する偏導関数は次のように与えられる。

$$\frac{\partial K_T}{\partial P} = 2P(C_0 - 2\omega_{10}^2\omega_{20}^2P^2)N/R \quad \dots\dots\dots (23)$$

つまり, K_T は, $0 < P \leq \sqrt{0.5C_0}/(\omega_{10}\omega_{20})$ において P の単調増加関数となり, $P > \sqrt{0.5C_0}/(\omega_{10}\omega_{20})$ において P の単調減少関数となっている。

一方, ζ_m の P に関する偏導関数は次のように与えられる。

$$\frac{\partial \zeta_m}{\partial P} = (P_{\max}^2 - 3P^2)(\zeta_1\omega_{10}\omega_{20}^2 + \zeta_2\omega_{20}\omega_{10}^2)\omega_a/\omega_m \quad \dots\dots\dots (24)$$

上式からわかるように, ζ_m は, $P \leq P_{\max}/\sqrt{3}$ において P の単調増加関数となり, $P_{\max}/\sqrt{3} \leq P \leq P_{\max}$ において P の単調減少関数となっている。

5. 最適応答モデルによる設計および評価

Binomial モデル, Bessel モデルおよび ITAE モデルは, 制御系の設計によく使われている最適応答モデルである⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。本章では, この三つのモデルを適用

Fig. 5 Pole assignment based on Binomial Model

Fig. 6 Pole assignment based on Bessel Model

した状態フィードバック系に対して外乱の影響低減の観点から評価を行う。

5.1 Binomial モデルによる設計 ステップ応答の行き過ぎが全くない応答を必要とする場合には, Binomial モデルを選択する。式(13)で示すモデルにおいて, $\omega_{10} = \omega_{20} = 1.0$, $\zeta_1 = \zeta_2 = 1.0$ とすると Binomial モデルが得られる。

極の位置を規定する係数 P は, 式(18)および(20)より, $1/\sqrt{6} \leq P \leq 1$ となる。係数 P の変化に伴い, 閉ループシステムの根軌跡は図5に示されるようになる。すなわち, Binomial モデルによる極の配置は四重根で与えられる。

e_d の最大値 $e_{d\max}$ は, 式(22)より, $P_0 = 1/\sqrt{3}$ において $9.0/k_j$ となる。また, 式(23)で示す K_T の P に関する偏導関数は, $1/\sqrt{6} \leq P \leq 1$ においては正となっている。そこで, K_T は係数 P の増加に伴って大きくなっていく。

5.2 Bessel モデルによる設計 ステップ応答の行き過ぎがほとんどなく整定の速い応答を必要とする場合には, Bessel モデルを選択する。式(13)において $\omega_{10} = 1.0589$, $\zeta_1 = 0.6207$, $\omega_{20} = 0.9444$, $\zeta_2 = 0.9579$ とすると, 4 次の Bessel モデルが得られる⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。

極の位置を規定する係数 P は, 式(18)および式

(20)より, $0.4772 \leq P \leq 0.9878$ となる. 係数 P の変化に伴う根軌跡は, 図6のようになる. 共役複素根は実軸に関して対称となるので, 図6中には複素平面の上半平面のみを示す.

e_d の最大値 $e_{d\max}$ は式(22)より, $P_0=0.67$ において $4.84/k_j$ となる. また, 式(23)に示す K_T の P に関する偏導関数は, $0.4772 \leq P \leq 0.9878$ においては正となっている. そこで, K_T は係数 P の増加に伴って大きくなっていく.

5.3 ITAEモデルによる設計 応答の追従性を重視する場合にはITAEモデルを選択する. 式(13)において $\omega_{10}=0.7506$, $\zeta_1=0.8340$, $\omega_{20}=1.3323$, $\zeta_2=0.3183$ とすると4次のITAEモデルが得られる.

極の位置を規定する係数 P は, 式(18)および(20)より, $0.5423 \leq P \leq 0.8819$ となる. 係数 P の変化に伴い, 閉ループシステムの根軌跡は図7のようになる.

e_d の最大値 $e_{d\max}$ は式(22)より, $P_0=0.77$ において $2.89/k_j$ となる. また, 式(23)に示す K_T の P に関する偏導関数は, $0.5423 \leq P \leq 0.8819$ においては正となっている. そこで, K_T は係数 P の増加に伴って大きくなっていく.

5.4 各種最適応答モデルによる設計の評価 以上の三つの最適応答モデルに基づいて設計した制御系の外乱に対する特性を図8に示す. 極の位置を規定する係数 P を横軸とし, 外乱によって生じる定常偏差

を縦軸としてその関係を示す. 図8からわかるように, Binomialモデルを用いた場合には, 外乱に生じる定常偏差は最も大きくなる. Besselモデルを用いた場合には, この定常偏差が小さくなり, ITAEモデルを用いた場合には, この定常偏差が最も小さくなっている.

図8からわかるように, P を $P_{\min}$ に近づけると, 外乱の影響が非常に小さくなる. しかし, P を小さくすると応答が遅くなる. 一方, システムの追従性を向上するため, P を大きく設定すると, 外乱の影響はいったん増大し, その後減少する.

係数 P に関する最適設計は, 外乱の抑制, 応答の速応性およびアクチュエータへの過大入力の防止を総合的に考えて行う必要がある. 本研究では, これらを配慮し, P を目安とした設計について検討する.

以下のシミュレーションに際しては, $\omega_a=1$ となるように時間軸について正規化を行った. $t=0$ においてステップ状のアーム角度指令を与え, 次に $t=30$ において $T_d=-0.05/k_j$ のステップ状外乱を加えた.

〈設計1〉 外乱の影響に注目した設計: 外乱の影響を低減するため, 係数 P を $P_{\min}$ に近い小さい値に設定する場合について考える. 図8より $e_d=2/k_j$ とする係数 P の値が, 各最適モデルに対して得られる. このときの目標値および外乱に関するステップ応答を図9に示す. 図9からわかるように, Binomialモデルを用いた設計では, 目標値に対する応答の行き過ぎが全くなくなるが, その応答が遅く, 外乱に対する応答についてはその回復時間が長くなっている. Besselモデルを用いた設計では, 行き過ぎがほとんどない応答となり, 外乱に対する応答が早くなる. 一方, ITAEモデルを用いた設計では, 行き過ぎが多少あるが, 目標値および外乱に関する応答がさらに早くなる.

〈設計2〉 応答の速応性に注目した設計: システムの追従性を向上するため, 極の位置を規定する係数 P を大きく設定する. 図8からわかるように, P を $P_0 \sim P_{\max}$ の間で大きく設定すると, 外乱の影響が徐々

Fig. 7 Pole assignment based on ITAE Model

Fig. 8 Steady state errors for disturbance

Fig. 9 Simulation for normalized system (design 1)

Fig. 10 Simulation for normalized system (design 2)

Fig. 11 Experimental results (design 1)

Fig. 12 Experimental results (design 2)

に低減するが、4・3節および本章の分析からわかるように、 P が大きくなることに伴い、フィードバック係数 K_p , K_v および K_r も大きくなっていく。大きいフィードバックゲインによって生じるアクチュエータの飽和や高周波数域でのモデル変動などを考慮すると、 $P=(P_0+P_{\max})/2$ が係数 P の一つの選択の目安となる。

目標値および外乱に対するステップ応答を図10に示す。図10からわかるように、Binomialモデルを用いた設計では、外乱の定常偏差は大きくなっている。Besselモデルを用いた設計では、外乱の定常偏差が小さくなっている。一方、ITAEモデルを用いた設計では、この定常偏差がさらに小さくなっている。

6. 実験

実験は、水平一関節ロボットアームを用いて行った⁽⁶⁾。減速機としてはハーモニックドライブ(CSS-25形、減速比1:80)を使用している。また、角度センサとして、減速機出力軸となるアーム側に1296000 PPRの高分解能エンコーダを、モータ側には4096

Table 1 Steady state errors for external force of 5 Kgf

	Design 1	Design 2
ITAE	$0.83/k_j$	$2.1/k_j$
Bessel	$0.80/k_j$	$3.5/k_j$
Binomial	$0.73/k_j$	$5.5/k_j$

Table 2 Steady state errors for simulation

	Design 1	Design 2
ITAE	$2.0/k_j$	$2.8/k_j$
Bessel	$2.0/k_j$	$4.2/k_j$
Binomial	$2.0/k_j$	$7.1/k_j$

PPRのエンコーダを使用している。モータの角速度はモータ側のエンコーダからの信号を微分することにより得られる。また、駆動系のねじれ角度はモータ側のエンコーダとアーム側のエンコーダの角度差より得られ、駆動系のねじれ角速度はねじれ角度の微分により得られる。サンプリング時間は0.5 msとした。また、本システムの反共振・共振周波数はそれぞれ148 rad/s, 190 rad/sである。実験では減速機の摩擦が大きいため、減速機のクーロン摩擦のフィードフォード補償を行っている。

5章の設計1, 2に基づいて閉ループのステップ応答の実験を行った。アーム角度の目標値を0.01 radとし、設計1に関する実験結果を図11に、設計2に関する実験結果を図12に示す。図9, 10のシミュレーションでは、反共振周波数 ω_a を用いて時間軸を正規化したしたが、図11, 12の実験では、反共振周波数が148 rad/sなので、両者の時間軸スケールは148倍異なっている。

図11, 12と図9, 10との比較からわかるように、ITAEモデルを用いた設計による実験結果はシミュレーションよりやや振動が大きくなっている。しかし、三つのモデルを用いた設計による実験結果は、シミュレーションとよく類似している。ただし、図11の静特性に関しては、定常偏差がすこし残っている。

外乱のサーボ系への静的影響について実験的に検証した。アーム角度の目標値を零とし、関節軸から0.3 m離れたアームの先端に5 Kgfの外力を与えたときのアームの回転角度を測定し、外乱の影響を求めた。設計1, 2に関して、測定した外乱の影響を表1に示す(ただし、 k_j は駆動系の剛性)。表1からわかるように実測された外乱の静的影響は、減速機摩擦の影響のため、表2のシミュレーション結果より低いものとなっ

ている。

設計1では、表1からわかるように外乱に対する抑制力が強い。しかし、図11からわかるように減速機の摩擦に起因する定常偏差が残っている。これは、設計1における三つのモデルで得られたフィードバック係数 K_p が、それぞれ $k_j N^2$ (モータ側に換算した駆動系の剛性) の 0.042, 0.085, 0.147 倍と小さくなっており、摩擦の影響を受けやすくなっているためである。一方、設計2では、得られた K_p が、それぞれ $k_j N^2$ の 0.599, 0.739, 0.715 倍となっており、これらの大きい K_p により、摩擦の影響が低減している。

7. ま と め

二慣性系におけるモータ角度、角速度、関節トルクとその微分の四つの状態より成る状態フィードバック系について検討し、以下の結果を得た。

(1) 実システムにおける非負のサーボ剛性および内部フィードバック系の安定性観点より、極配置の領域を求めた。すなわち、極配置範囲の下限はサーボ剛性の非負性より決定され、その上限は減衰係数 ζ_m の非負性より決定される。

(2) 極の位置を規定する係数 P を用いて、極配置と外乱の影響との関係について解析を行った。外乱の影響を非常に小さく抑えるため、 P を小さく設定すると、応答が遅くなる。一方、応答を速くするため、 P を大きく設定すると、外乱の影響はいったん増大し、その後減少する。すなわち、この関係は、外乱抑制と応答の速応性の両方を考えた極配置を行う際の目安を与える。

(3) 三つの最適応答モデルを用いて状態フィードバック系における極配置の評価を行った。Binomialモデルを用いた設計では、システムの応答が遅く、外

乱の影響も受けやすくなる。Besselモデルを用いた設計では、外乱抑制の特性が改善され、応答も速くなる。一方、ITAEモデルを用いた設計では、応答の行き過ぎが多少出るが、外乱の影響が受けにくくなる。

文 献

- (1) Good, M. C. and Sweet, L. M., Dynamic Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems, *ASME J. Dyn., Syst., Meas., Contr.*, Vol. 107(1985), 53-60.
- (2) Luh, J. Y. S., Conventional Controller Design for Industrial Robots—A Tutorial, *IEEE Trans. On Sys. Man and Cyb.*, Vol. SMC-13, No. 3(1983), 298-316.
- (3) 宇野知之・久保貞夫・西義和・和田多加夫, ソフトウェアサーボによるロボットの制御—大型電動ロボットの防振制御, 電気学会論文誌, **107**-8, D(1987), 1018-1025.
- (4) 富崎秀徳・富田浩治, 状態推定オブザーバによる産業用ロボットの振動抑制, 安川電機技報, **58**-3(1994), 177-182.
- (5) 西田吉晴・西村利彦・本家浩一・村上晃・中上敬之・今泉吉規, 柔軟関節を持つマニピュレータのロバスト制御—オブザーバと2自由度コントローラの適用, 日本ロボット学会誌, **12**-3(1994), 466-471.
- (6) 武居直行・仁科雅弘・古荘純次・川田誠一, 駆動系に弾性を有するロボットアームのロバストな高速高精度位置決め制御(階層的設計方法の適用), 機論, **62**-602, C(1996), 3858-3864.
- (7) 金子健二・谷江和雄・小森谷清, 減速機付DCモータのトルク制御の研究(第3報, 駆動系に弾性要素を有するシステムの制御系とそのトルク制御特性), 機論, **62**-602, C(1996), 3871-3878.
- (8) 章国光・古荘純次, 関節トルクセンサを用いたロボットアームの制御に関する基礎研究, 機論, **61**-592, C(1995), 4687-4695.
- (9) 結城和明・村上俊之・大西公平, 共振比制御による2慣性共振系の振動抑制制御, 電気学会論文誌D, **113**-10(1993), 1162-1169.
- (10) 伊藤正美, 自動制御概論(上), (1992), 221-229, 昭晃堂.
- (11) 増淵正美, システム制御, (1987), 185-187, コロナ社.
- (12) Franklin, G. F. and Powell, J. D., *Feedback Control of Dynamic Systems*, (1988), 337-343, Addison-Wesley Publishing Company.