車輪型倒立振子の位置・姿勢制御*

尾崎 弘明^{*1}, 大串 孝弘^{*2}
下川 哲司^{*1}, 林 長 軍^{*1}

Position and Orientation Control of a Wheeled Inverted Pendulum

Hiroaki OZAKI^{*3}, Takahiro OHGUSHI,
Tetsuji SHIMOGAWA and Chang-jun LIN^{*3} Fukuoka University, Dept. of Mechanical Engineering,
Nanakuma 8-19-1, Jonan-ku Fukuoka, 814-0180 Japan

A wheeled inverted pendulum (WIP), which is unstable and nonholonomic, with two servo-driven wheels is manufactured and used to confirm the proposed method for controlling its position and orientation. First WIP control system equipped with sensors such as a piezoelectric gyro to detect the tilt angle and two semiconductor photosensing devices to obtain the position and orientation is constructed. By using a distance variable the system dynamics is decoupled and an integral type optimum regulator is built up to reduce the influence of disturbance. Algorithms are proposed to cope with the singularity problem included in the control rule. Finally the WIP is effectively controlled starting from various initial position and orientation states to a specified final state.

Key Words: Mechatronics and Robotics, Servo Mechanism, Nonlinear Control, Wheeled Inverted Pendulum, Nonholonomic, Decoupling Control, Singularity, Position and Orientation, Integral Type Optimum Regulator, Unstable

1. 緒 言

独立に駆動される平行二輪をもつ車両を任意の位置・姿勢から指定された位置・姿勢へフィードバック制御によって移動させる問題は、その運動が非ホロミックな拘束となるために困難な問題となることが知られている⁽¹⁾(ただし、目標の位置・姿勢が動き続ける目標軌道として与えられる場合は、従来の連続なフィードバックによってその軌道に漸近させる制御構造にすることができるが、この場合は特定の位置・姿勢に収束させる、ここで取上げる問題とは異なることに注意する)。その反面、入力変数はそれぞれの車輪を駆動する二つでありながら、位置と姿勢の3変数を制御することができるという興味深い性質をもっており、さまざまなフィードバック制御則が検討されている。しかしながら、従来の研究では、シミュレーションによる検討は多く見られる⁽²⁾ものの、実機を用いた検討例は少ないようである。本論では、支持輪をもたないため運動の前後方向に不安定である車輪型倒立振

子(Wheeled Inverted Pendulum 以後 WIP と略す)を用いて、運動学的な拘束と安定化とを考慮した位置・姿勢のフィードバック制御を検討する。この制御対象は、転倒を避けながら目標の位置・姿勢に到達するように各駆動輪を制御することになるので、外乱の影響を受けやすいものと考えられ、制御則の検討の見地から興味深いものである。なお、WIPに目標の走行速度と方位角速度とを与えて制御した研究例⁽³⁾があるが、本研究の制御法とは異なるものである。

本論では、まず WIP を安定化したのち、位置を表す2変数を目標位置からの距離に置き換え、制御系を車輪を操作する2入力と WIP の目標値からの距離と姿勢の2変数の出力として表現し非干渉化する。さらに、制御系が外乱の影響を受けやすいことを考慮して積分形のレギュレータを構成する。また、制御則には特異点が存在して不連続なフィードバックとなるので、この対処法を提案する。最後に、設計した制御則を製作した WIP に適用してその有効性を検討する。

2. WIP の構造と安定化制御則

まず制御対象である WIP の構造について説明し、その運動方程式を示す。また、外乱の影響による定常

* 原稿受付 1998年11月16日。

^{*1} 正員, 福岡大学工学部 (☎ 814-0180 福岡市城南区七隈)。^{*2} 正員, 福岡大学大学院。

E-mail: ozaki@fukuoka-u.ac.jp

偏差をなくすために積分形最適レギュレータを構成する。

2・1 WIPのハードウェア 製作したWIPの外観を図1に示す。図2に示した構造の概略に従ってハードウェアを説明する。車体に固定された二つのサーボモータの回転は、それぞれのタイミングベルトを介して伝えられ、両輪は独立に駆動される。両輪の動きは、それぞれのエンコーダの出力をカウンタを介してコンピュータに入力される。WIPの傾斜は圧電振動ジャイロによって角速度が検出され、AD変換器を介して入力され、傾斜角はそれを数値積分して求められる。WIPの鉛直軸周りの回転角は、車体上部に取付けられた二つのLEDターゲットの赤外線光をWIP上部に設置されたカメラ内の半導体位置検出素子(PSD)によって検出し、AD変換器を介して入力された2点の位置データから算出される。同時にWIP中心の位置も得られる。コンピュータとサーボドライバはWIPに搭載されておらず、WIPの運動にできるだけ影響を与えないようにその上部からケーブルでつながれている。

2・2 状態方程式の導出と制御系設計 WIPの運動を記述する変数の座標系を図3を用いて説明する。 x - y 座標系はWIPの走行平面上に固定された基準座標系である。 z - s 座標系は、 z 軸を x - y 平面に垂直かつ上向きにとり、 s 軸を両輪の間点 G を通して車軸

に垂直かつ進行方向にとる。 b は車輪の中心から s 軸までの距離、 r は車輪の半径を表している。また、 (x, y) はWIPの中心点 G の位置、 η はWIPの向き(姿勢角と呼ぶ)、 θ_{wA} 、 θ_{wB} は車輪A、Bの回転角、 ϕ はWIPの傾斜角、 P および Q は位置計測用のLEDの位置を表している。車輪を駆動する二つのモータは十分な駆動力をもち、車輪の目標回転角速度の変化に十分追従することが実験的に確認されたので、WIPの安定化制御系は加速度入力の形で構成する。このとき、WIPの s - z 平面内の運動は $\phi \approx 0$ のまわりで線形近似すると次式となる。

$$\begin{aligned} & \{I_b + M_b b(r+b)\} \ddot{\phi} \\ &= M_b b g \phi - \{I_w + M_w r^2 \\ &+ \frac{1}{2} M_b r(r+b)\} (\ddot{\theta}_{wA} - \ddot{\theta}_{wB}) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

そこで、状態変数 x_a 、入力変数 w_a をそれぞれ $x_a^T = [\theta_{wA} \ \dot{\theta}_{wA} \ \theta_{wB} \ \dot{\theta}_{wB} \ \phi \ \dot{\phi}]$ 、 $w_a^T = [\ddot{\theta}_{wA} \ \ddot{\theta}_{wB}]$ (T は転置を表す)とおくと、状態方程式は以下ようになる。

$$\dot{x} = A_a x_a + B_a w_a \dots\dots\dots (2)$$

各パラメータの意味とその値は表1に示している。また、出力変数 y_a を、

$$y_a^T = [\theta_{wA} \ \theta_{wB} \ \phi]$$

とおくと出力方程式は

$$y_a = C_a x_a \dots\dots\dots (3)$$

目標の位置・姿勢となる平衡状態を y_{as} 、それに対応する状態変数を x_{as} 、制御入力を w_{as} とすると、

$$y_{as}^T = [\theta_{wAs} \ \theta_{wBs} \ 0], \ x_{as}^T = [\theta_{wAs} \ 0 \ \theta_{wBs} \ 0 \ 0 \ 0] \text{ およ}$$

Fig. 1 Appearance of wheeled inverted pendulum (WIP)

Fig. 2 Structure of WIP

Table 1 Parameters of WIP

Name of parameter	Value and Unit
r Radius of wheel	0.0375 (m)
b Half distance between wheels	0.0720 (m)
M_b Mass of body part	3.16 (kg)
M_w Mass of wheel part	0.426 (kg)
I_b Moment of inertia with respect to mass center of body part	$2.69 \times 10^{-2} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$
I_w Moment of inertia with respect to mass center of wheel part	$8.38 \times 10^{-3} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$
z Reduction gear ratio	0.5 (-)
a Distance between forward LED and center of body	0.0900 (m)

Fig. 3 Coordinate frames and variables of WIP

び $w_{as}^T = [0 \ 0]$. ここに, θ_{wAs} および θ_{wBs} は左右両輪の目標回転角である. さらに, $\theta_{ws}^T = [\theta_{wAs} \ \theta_{wBs}]$ および $\theta_w^T = [\theta_{wA} \ \theta_{wB}]$ を用いてつぎの関係を満たす $\varepsilon^T = [\varepsilon_A \ \varepsilon_B]$ を導入する.

$$\varepsilon = \int_0^t (\theta_{ws} - \theta_w) d\tau \quad \dots\dots\dots (4)$$

このとき入力 w_a は積分形最適レギュレータによってつぎのように構成される.

$$w_a = -K_1 \tilde{x}_e \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし,

$$\tilde{x}_e^T = [\theta_{wA} \ -\theta_{wAs} \ \dot{\theta}_{wA} \ \dot{\theta}_{wB} \ -\theta_{wBs} \ \dot{\theta}_{wB} \ \phi \ \dot{\phi} \ \varepsilon_A \ \varepsilon_B].$$

w_a は両輪の角加速度であるから, モータのサーボドライバへの速度指令電圧 u は次式で求められる.

$$u = k_f z \int_0^t w_a d\tau \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし,

k_f : 速度換算係数 volt/(rad/s)

z : タイミングギヤ・ベルトによる減速比 ー.

なお, 実験での積分形最適レギュレータによる固有値は $(-63.4, -2.44 \pm 3.22i, -1.35 \pm 2.60i, -2.74 \pm 0.964i, -4.34)$ である.

3. 位置・姿勢制御

ここでは, 移動ロボットの両輪の回転角を操作して, 移動ロボットを平面座標系の任意の初期状態(位置・姿勢)から任意の目標位置に移動させ, かつ目標姿勢も制御するフィードバック制御則について述べる. また, x - y 平面内の運動学を考慮した状態方程式に対して非干渉化を行うことにより制御則を導出する. ただし, 位置・姿勢制御では入力変数より出力変数が多いため, このままでは非干渉制御は行えない. そこで, 移動ロボットの位置変数を目標位置までの距離変数に置き換えることにより入出力変数の数を一致させ, 非干渉制御を適用する.

3.1 平面運動の状態方程式 WIP は 2 章の制御によって傾斜方向に安定化されているので, 並進や姿勢変化を考える場合には安定な車両の運動とみなす. すなわち, その運動の変化は緩やかであるとして, 簡単化のため運動学のみを考慮する. ただし, 外乱の影響による定常偏差を除くため, 積分形レギュレータを用いることにする.

安定化された WIP の運動を次式で表す.

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= A_n x_n + B_n w_n \\ y_n &= C_n x_n \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに, $x_n^T = [\theta_{wA} - \theta_{wAs} \ \dot{\theta}_{wA} \ \dot{\theta}_{wB} - \theta_{wBs} \ \dot{\theta}_{wB}]$, $y_n = [\theta_{wA} - \theta_{wAs} \ \dot{\theta}_{wB} - \theta_{wBs}]$ および $w_n^T = [\ddot{\theta}_{wA} \ \ddot{\theta}_{wB}]$. そ

こで, 式(4)の変数 ε を用いて拡大系を作ることにより, 最適フィードバックゲインを求めて積分形最適レギュレータを構成することができる. すなわち,

$$w_n = -[K_2 \ K_3] \begin{bmatrix} x_n \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

拡大系について式(8)を用いて整理すれば次式を得ることができる.

$$\dot{x}_d = A_d x_d + B_d w_d \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに,

$$A_d = \begin{bmatrix} A_n - B_n K_2 & -B_n K_3 \\ -C_n & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -(A_n - B_n K_2) \\ C_n \end{bmatrix}$$

$$x_d^T = [\theta_{wA} \ \dot{\theta}_{wA} \ \theta_{wB} \ \dot{\theta}_{wB} \ \varepsilon_A \ \varepsilon_B]$$

および

$$w_d^T = [\theta_{wAs} \ \theta_{wBs}].$$

つぎに, 平面運動する WIP の運動学的な拘束を考える. 図 3 に示すように点 $G(x, y)$ の移動速度と姿勢の変化について次式が成立つ.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r \cos \eta}{2} & -\frac{r \cos \eta}{2} \\ \frac{r \sin \eta}{2} & -\frac{r \sin \eta}{2} \\ \frac{r}{2b} & \frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{wA} \\ \dot{\theta}_{wB} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

そこで, 図 4 に示すように, 現在の WIP の位置 (x, y) と目標点 (x_s, y_s) を通りその点の目標姿勢角 η_s の方向の接線をもつ円を考える. このとき, 現在の WIP の状態は,

$$x_{gp}^T = [R \ \eta] \quad \dots\dots\dots (11)$$

で表すことができる. ただし,

$$R = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

であり, $\tilde{x} = x - x_s$ および $\tilde{y} = y - y_s$ である. その結果, x_{gp} について出力方程式を導くことにより入力数と出力数を一致させることができる. 以後, 目標位置までの距離 R を減少させ, 姿勢は現在の姿勢角 η

Fig. 4 Transformation of variables from (x, y, η) to (R, η)

を円の接線の角度 η_t に漸近させる制御を行うこと⁽⁴⁾を考える. $\mathbf{x}_{gp}$ の時間微分をとると,

$$\dot{\mathbf{x}}_{gp} = \mathbf{E}_z(\mathbf{x}_c) \mathbf{F} \mathbf{x}_d \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに, $\mathbf{x}_c^T = [x \ y \ \eta]$,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ および } \mathbf{E}_z(\mathbf{x}_c) = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix}$$

ただし,

$$E_{11} = \frac{r}{2\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}} (\tilde{x} \cos \eta + \tilde{y} \sin \eta), \quad E_{21} = \frac{r}{2b} \\ E_{12} = -\frac{r}{2\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}} (\tilde{x} \cos \eta + \tilde{y} \sin \eta), \quad E_{22} = \frac{r}{2b} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(9)と(13)より系全体の状態方程式は以下のように表される.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_d \\ \dot{\mathbf{x}}_{gp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{O} \\ \mathbf{E}_z(\mathbf{x}_c) \mathbf{F} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_{gp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \mathbf{w}_p \quad \dots\dots\dots (15)$$

まとめると, 以下のように表される.

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p(\mathbf{x}_c) \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{w}_p \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに,

$$\mathbf{x}_p^T = [\mathbf{x}_d^T \ \mathbf{x}_{gp}^T], \quad \mathbf{w}_p^T = \mathbf{w}_d^T = [\theta_{wAs} \ \theta_{wBs}] \\ \mathbf{A}_p(\mathbf{x}_c) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{211} & -K_{212} & -K_{213} & -K_{214} & -K_{311} & -K_{312} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_{211} & -K_{222} & -K_{223} & -K_{224} & -K_{321} & -K_{322} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{11} & 0 & E_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{21} & 0 & E_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

および

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & K_{211} & 0 & K_{221} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{213} & 0 & K_{223} & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad \dots\dots\dots (17)$$

ただし, K_{lij} は式(8)のゲイン行列 $\mathbf{K}_l (l=2, 3)$ の第 i 行 j 列の要素を表す. 出力方程式は, 以下ようになる.

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{y}_{ps} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに,

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ および } \mathbf{y}_{ps} = [R_t \ \eta_t].$$

R_t は理論的には零でよいが, R_t を用いることによって制御スタート時に算出される過大な入力に飽和して安定化制御を悪化させることを避けることができる.

3・2 非干渉制御 式(16), (18)より WIP の平面運動の状態方程式は 2 入力 2 出力の非線形方程式として表されたので, Freund の方法⁽⁵⁾に従って非干渉化を行う.

途中の計算過程を省略して結果のみを示せば, 式(16)の入力をつぎのようにフィードバックすればよいことになる.

$$\mathbf{w}_p = -\frac{1}{D_p} \left\{ \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & \varepsilon_{14} & \varepsilon_{15} & \varepsilon_{16} & \varepsilon_{17} & \varepsilon_{18} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{24} & \varepsilon_{25} & \varepsilon_{26} & \varepsilon_{27} & \varepsilon_{28} \end{bmatrix} \mathbf{x}_p - \begin{bmatrix} \varepsilon_{17} & \varepsilon_{18} \\ \varepsilon_{27} & \varepsilon_{28} \end{bmatrix} \mathbf{y}_{ps} - \begin{bmatrix} \lambda_1 D_{p11} & \lambda_2 D_{p12} \\ \lambda_1 D_{p12} & \lambda_2 D_{p12} \end{bmatrix} \mathbf{u}_p \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに, $D_p = D_{p1} D_{p2}$.

ただし,

$$D_{p1} = K_{211} K_{223} - K_{213} K_{221} \\ D_{p2} = E_{11} E_{22} - E_{21} E_{12} \quad \dots\dots\dots (20)$$

および

$$\begin{bmatrix} D_{p11} & D_{p12} \\ D_{p21} & D_{p22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(K_{213}E_{21} + K_{223}E_{22}) & K_{213}E_{11} + K_{223}E_{12} \\ K_{211}E_{21} + K_{221}E_{22} & -(K_{211}E_{11} + K_{221}E_{12}) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

$$\varepsilon_{ij} = h_{1j}D_{pi1} + h_{2j}D_{pi2} \quad (i=1, 2 \quad ; \quad j=1, 2, \dots, 8). \dots\dots\dots (22)$$

ただし,

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & h_{16} & h_{17} & h_{18} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} & h_{26} & h_{27} & h_{28} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} K_{211}E_{11} + K_{221}E_{12} & K_{212}E_{11} + K_{222}E_{12} - \dot{E}_{11} - a_{p11}E_{11} & & & & & & \\ K_{211}E_{21} + K_{221}E_{22} & K_{212}E_{21} + K_{222}E_{22} - \dot{E}_{21} - a_{p21}E_{21} & & & & & & \\ K_{213}E_{11} + K_{223}E_{12} & K_{214}E_{11} + K_{224}E_{12} - \dot{E}_{12} - a_{p11}E_{12} & & & & & & \\ K_{213}E_{21} + K_{223}E_{22} & K_{214}E_{21} + K_{224}E_{22} - \dot{E}_{22} - a_{p21}E_{22} & & & & & & \\ K_{311}E_{11} + K_{321}E_{12} & K_{312}E_{11} + K_{322}E_{12} & -a_{10} & 0 & & & & \\ K_{311}E_{21} + K_{321}E_{22} & K_{312}E_{21} + K_{322}E_{22} & 0 & -a_{20} & & & & \end{bmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

式(19)～(23)により, 新しい入力 $\mathbf{u}_p$ と式(18)の $\mathbf{y}_p$ の各成分の関係はつぎのように非干渉化される.

$$\ddot{y}_{pi} + a_{i1}\dot{y}_{pi} + a_{i0}y_{pi} = \lambda_i u_i \quad (i=1, 2) \dots\dots\dots (24)$$

ここに, a_{i0} , a_{i1} および λ_i は式(19)および(23)において与えた正の値である. WIP が外乱の影響を強く受けることを考慮して, $\mathbf{u}_p$ を積分形レギュレータで構成すると,

$$\mathbf{u}_{pi} = -\mathbf{k}_{pi}[\mathbf{y}_{pi} \quad \dot{\mathbf{y}}_{pi} \quad \varepsilon_{pi}]^T \dots\dots\dots (25)$$

ここに,

$$\mathbf{k}_{pi} = [k_{pi1} \quad k_{pi2} \quad k_{pi3}], \quad \varepsilon_{pi} = \int_0^t \mathbf{y}_{pi} d\tau \quad (i=1, 2)$$

以上により, 式(25)によって $\mathbf{u}_p$ を計算したのち式(19)によって $\mathbf{w}_p$ を生成し, 式(6)によってサーボドライバ入力 $\mathbf{u}$ を求めて制御すればよいことがわかる. 実験では, 積分形最適レギュレータによる固有値は R に対して $(-2.82 \pm 142i, -0.317)$, η に対して $(-1.51 \pm 1.20i, -2.71)$ である.

3.3 特異点の対処 3.2 節の非干渉化の過程で式(19)において $D_p=0$ となるとき $\mathbf{w}_p$ は決定できず, この点が特異点となる. なお, 本論では詳しくは触れないが, 姿勢制御することを放棄して, 図3に示す WIP 前方の LED の位置 P を目標点に到達させる位置制御のみを考える場合には, 非干渉化の際に導かれる D_p は位置 P の WIP 中心点 G からの距離 $a \neq 0$ のとき零とならないことが示せる. これは, 目標を位置

Fig. 5 Trial trajectories to check function $f(\mathbf{x}_c)$

のみを指定する多様体とすれば, 連続な状態フィードバックが可能であること⁽¹⁾を示しており, 羅⁽⁶⁾が単車輪の位置制御の解析で指摘していることと符合する.

式(20)に示すように, D_p は D_{p1} と D_{p2} の積で表されるが, 前者は制御ゲインの設定により $D_{p1} \neq 0$ とできるので, 以下では D_{p2} について考察する. D_{p2} の逆数を求めると,

(a) Relation between $f(\mathbf{x}_c)$ and x on trajectory ①

(b) Relation between $f(\mathbf{x}_c)$ and x on trajectory ②

(c) Relation between $f(\mathbf{x}_c)$ and x on trajectory ③

(d) Relation between $f(\mathbf{x}_c)$ and y on trajectory ③

Fig. 6 Variation of function $f(\mathbf{x}_c)$ on the trajectories in Fig. 5

Fig. 7 Region enlarging function $|f(x_c)|$ in x_b - y_b coordinates

$$\frac{1}{D_{p2}} = \frac{2b}{r^2} \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\tilde{x} \cos \eta + \tilde{y} \sin \eta} \quad (26)$$

ここで、定数を除いたつぎの関係について考える。

$$f(x_c) = \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\tilde{x} \cos \eta + \tilde{y} \sin \eta} \quad (27)$$

図5に示す三つの軌道を用いて $f(x_c)$ の値の変化を調べると図6のように不連続になる。この状態をWIPに固定された x_b - y_b 座標系(図7)でみると、 $f(x_c)$ は目標の位置の x_b - y_b 座標上の点 (x_{bs}, y_{bs}) が y_b 軸に近づくにつれて増大し y 軸上で無限大となり、その前後で符号も変化することがわかる。以下では、特異点の影響を抑える三つの方法を考える。これらの対処法は、制御対象が不安定であるために特異点の影響が強く現れることから、シミュレーションや実機の応答を配慮して検討する。

(1) $f(x_c)$ の符号変化への対処

目標位置が y_b 軸を横切ると同時、つまり x_{bs} の符号が変化すると同時に、移動ロボットの経路により蓄積された値、つまり車輪の回転角 θ_{wA} , θ_{wB} と積分値 ε_A , ε_B , ε_{p1} , ε_{p2} を初期値にもとどし、その位置を初期位置として新たに入力を計算しなおす。

(2) $|f(x_c)|$ の増大への対処

$f(x_c)$ の大きさ $|f(x_c)|$ が、 $x_b=0$ の前後で極めて大きな値をとることに対する対処を考える。 $f(x_c)$ の変化を調べると、目標位置 (x_{bs}, y_{bs}) が図7に示す斜線部に入るとき $|f(x_c)|$ が大きく増大することがわかる。すなわち、 $y_b/x_b \geq 1$ または $y_b/x_b \leq -1$ において $|f(x_c)|$ は増大する。ここで、 y_b/x_b を表すと次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{y_{bs}}{x_{bs}} &= \frac{-(x_s - x) \sin \eta + (y_s - y) \cos \eta}{(x_s - x) \cos \eta + (y_s - y) \sin \eta} \\ &= \frac{\tilde{x} \sin \eta - \tilde{y} \cos \eta}{-(\tilde{x} \cos \eta + \tilde{y} \sin \eta)} \quad (28) \end{aligned}$$

そこで、 $y_b/x_b \geq 1$ (図7の第1, 3象限の傾斜部)にWIPがあるときは $y_b/x_b = 1$ とする。すなわち、

$$f(x_c) = \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\tilde{y} \cos \eta - \tilde{x} \sin \eta} \quad (29)$$

$y_b/x_b \leq -1$ (図7の第2, 4象限の傾斜部)にWIPがあ

(a) Trajectory of WIP

(b) Position x and y

(c) Tilt angle ϕ

(d) Orientation angle η

Fig. 8 Response of WIP with treatments (1) and (2)

るときは $y_b/x_b = -1$ とする。すなわち、

$$f(x_c) = \frac{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}}{\tilde{x} \sin \eta - \tilde{y} \cos \eta} \quad (30)$$

式(29), (30)により $|f(x_c)|$ はほぼ1以下に抑えることができる。

以上の二つの対処法を用いて、WIPを初期位置・姿勢 $(x_0, y_0, \eta_0) = (-0.2, -0.2, \pi/2)$ から目標位置・姿勢 $(x_s, y_s, \eta_s) = (0, 0, 0)$ へ移動させたシミュレーション例を図8に示す。図8(a)の矢印は姿勢を表している。WIPが倒れることなく目標の位置・姿勢に到達していることがわかる。上記の対処法を用いない場合には、目標状態の近傍にいったん近づいた後、WIPの位置が大きく振れて暴走してしまうことが確認されている。

(3) 目標位置・姿勢近傍の補正動作

図8のシミュレーションでは、(b), (c)から目標位置に到達した時点で(1), (2)の対処の影響でWIPの傾斜角 ϕ が振れていることがわかる。シミュレーションではこの切り替えが一度現れるだけであるが、実機では切り替えの影響でWIPが目標位置から離

Fig. 9 Initial and final states

Fig. 10 Trajectories of WIP starting from various initial states shown in Fig. 9(a)

れ、以後、接近と離脱が繰返された。そこで以下の補正動作を行う。すなわち、(i)目標値までの距離 R が十分小さな正数の判定定数 δ より小さくなったとき、図4においてWIPは点 (x_s, y_s) を通り姿勢角 η_s をもつ接線上にあるとみなす。(ii)WIPの位置を変化せず姿勢ずれを補正して η_s に一致させる。(iii)WIPを $x_b=0$ となるまで直進させる。上記の補正動作は、 δ を十分小さくとれるので、実際の補正動作はわずかであることが実験結果で示される。

4. 位置・姿勢制御の実験結果

制御則と特異点の対処の有効性を確認するために、製作したWIPを用いて実験を行う。移動ロボットの位置・姿勢制御における初期状態は図9に示すもののうちのいずれかを用い、目標位置は座標系の原点とし、目標姿勢は $0 \pm 2n\pi$ rad (ただし n は任意の整数) とす

る。ただし、移動ロボットの横に示してある括弧内の数字は初期状態での移動ロボットの中心位置を表しており、矢印が示す姿勢は図9(a)においては $\pi/2$ rad、図9(b)においては 0 rad とする。図10および11に、図9(a)および(b)に示されたそれぞれの初期状態から目標状態にWIPが移動するようすを示している。これらは、2・1節に説明した二つのLEDターゲット(図3)の位置を計測したデータをもとに描かれている。同図の結果より、いずれの初期状態から出発してもWIPは目標状態へ到達することがわかる。本実験では、式(18)において $R_b=0.03$ m とし、 $R > R_b$ のとき $R_t = R - R_b$ 、 $R \leq R_b$ のとき $R_t = 0$ とした。また、特異点の対処法(iii)において $\delta=0.002$ m としている。その結果、すべての実験で最終状態の姿勢ずれは 0.002 rad 以下であった。WIPの時間応答を例示するために、図10(b)の実験時の位置 x , y , 傾斜角 ϕ お

Fig. 11 Trajectories of WIP starting from various initial states shown in Fig. 9(b)

Fig. 12 Response of WIP starting from state B

よび姿勢角 η の変化を図 12 に示す。図 12(a) に示すように圧電振動ジャイロから数値積分によって得られた傾斜角 ϕ にはドリフトが現れている。これには WIP が有線で制御されている影響があると考えられるが、実験中に及ぼす影響は見られなかった。

5. 結 言

不安定かつ非ホロノミックな制御対象として、独立

に駆動される平行二輪をもつ車輪型倒立振り子 (WIP) を製作し、その位置・姿勢制御を実現した。本論で行ったおもな内容をまとめると以下になる。

(1) 独立二輪駆動形の WIP を製作し、傾斜角を圧電振動ジャイロ、位置および姿勢を外部から半導体位置検出素子によって検出して制御するハードウェアを構成した。

(2) 位置を表す 2 変数を目標値からの距離変数に置き換え、距離と姿勢に関する非干渉制御系を構成した。さらに WIP が外乱の影響を受けやすいことを考慮し各変数を積分形レギュレータで制御した。

(3) 制御対象が非ホロノミックであるために、非干渉化のための制御則は特異点をもつことが示された。不安定性により特異点の影響が WIP の運動を大きく乱すことから、これに対処する方法を検討した。

(4) 製作した WIP を用いて種々の初期位置・姿勢から目標の位置・姿勢まで制御した結果、検討した制御法が十分に有効であることが確認された。

文 献

- (1) 中村仁彦, 日本ロボット学会誌, **11**-6(1993), 837-844.
- (2) 三平満司, 計測と制御, **36**-6(1997), 396-403.
- (3) 河間秀・油田信一, 第 11 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, No. 2(1993-11), 603-606.
- (4) 辻敏夫・Morasso P. G.・山中徹・金子真, 日本ロボット学会誌, **12**-7(1994), 1072-1078.
- (5) Freund, E., *Int. J. Robotics Research*, **1**-1(1987), 65-78.
- (6) 羅正華, 日本ロボット学会誌, **12**-7(1994), 1009-1012.