エージェントアプローチによる構造最適化・満足化に関する研究*

宮下 朋之^{*1}, 山川 宏^{*2}

A Study on the Optimum Design Applying Multi-Agents Architecture

Tomoyuki MIYASHITA^{*3} and Hiroshi YAMAKAWA^{*3} Waseda University, Dept. of Mech. Eng., 59-314, 3-4-1, Ohkubo, Shinjyuku-ku Tokyo, 169-8555 Japan

In recent years, multi-agent architectures which have been studied in the field of artificial intelligence might attract a great deal of attention to the ability of the cooperative properties for engineering. In this study, we proposed a new approach to find the improved design in the layout design and shape design problems of framed structures by applying the multi-agent architectures. We considered each agent as an element in Finite Element Analysis and proposed modification rules for the layout shape of the structure. Following this approach, each agent proposes modification plans based on his or her evaluate function. The proposed plans are picked up or rejected by communication among agents and the remained plans may improve a design created from an initially simple structure. We developed the simulation system running on the UNIX and considerations have been given to the simple truss structural design and some advantages of the proposed have been shown and confirmed.

Key Words: Artificial Intelligence, Layout Planning, Finite Element Method, Design Engineering, Optimum Design, Multi-Agents System

1 緒言

コンピュータ技術の発達に伴い、より良い設計解を見出す最適化設計、満足化設計の研究が積極的に行われるようになってきている。最適化設計、満足化設計では設計を決定するパラメータ(設計変数)、設計の解候補が従う制約条件及び解候補を評価する評価関数(目的関数)より構成される。これらの量を数学的に定式化することにより、目的関数を最良にしたり、満足する水準以上にする設計候補を見出すことが可能となる⁽¹⁾。これらの設計技術が適用される問題は部材寸法や材料定数や構造の外形状を決定するような詳細設計に属する問題から、部材の配置を決定するような基本設計に属する問題へと、より設計の上流部の問題が取り扱われるようになってきている。前者は形状決定問題と呼ばれ現在では市販のソフトウェア等を使っても容易に計算ができるようになってきている。後者は位相決定問題と呼ばれ多くの実用に向けての研究例がある。

本研究では、位相設計問題及び形状設計問題を統括して取り扱う。2章に整理するように位相設計問題は古くから研究されているが、形状設計問題と総括して取り扱うことにより設計上流部のみではなく、下流部

までを総合して扱える反面、大規模な探索問題となるため取り扱いが難しい問題である。この問題に対してヒューリスティクスを取り込むことが効果的な解決法の1つと考えられる。本研究では、ヒューリスティクスを取り込みやすくしたり、処理を要する情報量を抑えて設計を進めるためにエージェントアプローチによる解決法を提案する。基礎的なものとして骨組構造を対象とし、構造を構成する部材をエージェントと捉え、有限要素モデルにより初期構造を部材数が少ない簡素な構造から、部材を付加したり除去をすることにより位相を決め、節点を移動したり、要素間で質量を移動することにより形状を決定する新しい手法を提示する。最大剛性問題を重量一定の制約条件にてトラスのコート架け問題を対象に簡単な計算例を示し、本手法の特徴および有効性を明らかにし、検討を加える。

2 構造の位相と形状の決定

形状決定問題及び位相決定問題はその重要性から多くの研究がなされている。

Kirsch⁽⁶⁾による分類では、位相最適化問題は、連続体の観点から取扱う手法と有限要素等の離散的な観点から取扱う手法とに分類できる。前者の手法は、古くは、Michell⁽⁶⁾による質量分布という観点から解析解の導出がなされており、菊池ら⁽⁷⁾による均質化法、Steven⁽⁶⁾による進化的構造最適化法等が提案されるに至ってい

* 原稿受付 1998年12月8日。

^{*1} 正員, 早稲田大学大学院 (〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1, 59-314)。^{*2} 正員, 早稲田大学理工学部。

E-mail: miya@yamakawa.mech.waseda.ac.jp

る。また、後者の手法は、Hemp⁽¹⁰⁾により提案され、節点を空間内にあらかじめ配置し、それらをすべて結ぶ要素から応力制限を越えた要素を不要要素として取り除いていく方法や、Dornら⁽¹¹⁾、Pedersonら⁽¹²⁾により提案された、空間内に配置した節点に要素を追加していく方法が存在する。

前者の方法は、得られた位相が実構造へ直接に置き換えることが困難なことが多く、山崎ら⁽¹³⁾は、ヘンスキー網が持つ絶対最適性を指針として、離散的な骨組み構造を決定する方法を示している。また、菊池ら、Stevenの方法で得る結果から製作可能な構造要素による構造を求める方法として画像処理などの方法が検討されている⁽⁹⁾。一方、後者の手法は、取扱う領域は離散的なため、前者の手法と比較し最適性の観点からは十分に最適解でない場合がある反面、使用要素をあらかじめ限定しているため、実構造への置き換えは容易であると考えられる。さらに位相設計問題と形状設計問題を総括的に考慮し、より良い設計解を得ることを目標とするいくつかの研究が存在する。

位相設計問題と形状設計問題を総括的に扱う問題は探索空間が非常に大きいため、何らかの近似が必要になり、厳密な意味で最適性を保証する手法の構築が困難である。また、計算量も多いため、決定的な手法は存在しないのが現状である。その解決及び改善のために、遺伝的アルゴリズムによる解法⁽¹⁴⁾、⁽¹⁵⁾、⁽¹⁶⁾やヒューリスティクスを導入した解法⁽¹⁷⁾、⁽¹⁸⁾が提案されている。しかしながら、十分な解決には至っていない。また、位相設計問題では、情報処理の負荷低減を目的とした場合、生体系での情報処理機構を参考にした分散環境下での取り扱いが有効⁽¹⁹⁾、⁽²⁰⁾であり、情報の局所化によって取り扱う情報量を低減できたり、処理効率の向上が実現できるものと考えられている。

そこで、本研究では、エージェントアプローチを以下の3点を考慮し導入する。

(1) 大規模な探索問題は、ヒューリスティクスを導入することにより効果的に探索空間を削減できる可能性があり、このヒューリスティクスを取り入れる基盤としてエージェントアプローチによるシステム構築が適している。

(2) 多くの情報を使用した場合、その取り扱いに多くの計算が必要であり時間がかかる。また、複雑な規則がいくつも考えられ、ヒューリスティクスの構築に手間と時間がかかるため、なるべく少ない情報及び簡易な規則で構造決定を実現することが有効である。そのため、局所的な情報やそれを使用した規則やタスクを柔軟に取り扱うことに適したエージェントアプローチ

によるシステム構築を行うことが有効である。

(3) 複雑なシステムを構成している生体構造における情報処理機構の多くは、その構成要素が局所的な情報に基づき動作し、その積み上げにより機能目標を達成している。このような相互作用により問題解決を図る機構を用いる試みは価値あるものと考えられる。

3 エージェントの仕様

マルチエージェントシステムの明確かつ厳密な定義は存在しておらず、本研究ではマルチエージェントシステムを「変化する環境を読み取ることができ、自律的に動作を決定し環境を変更していく機能を持つものをエージェントと呼び、それらが複数存在した場合に、全体として整合性の取れる挙動を示すシステム」と便宜的に定義し研究を進める。図1にその概念図を示す。

本研究ではエージェントの動作を構造変更と定義する。以下には、骨組構造の位相決定問題及び形状決定問題を有限要素モデルにエージェントを対応させて取扱う際の、個々のエージェントの動作環境に置く変数、問題の求解に対して想定したエージェントによる構造変更及びそれに用いる基準について本研究で定めたものを示す。

Fig. 1 Concepts of multi-agents system

3.1 エージェントの動作環境 有限要素モデルのトラス要素において使用する以下の変数をエージェントの動作環境とする。

- ・ 節点座標*
- ・ 要素を構成する節点番号*
- ・ 要素部材の断面積*
- ・ 要素部材の弾性係数
- ・ 要素部材の密度

*の付されている量は、エージェントによる構造変更により変更される量である。

3.2 評価関数 エージェントによる構造変更を決定するにあたり、その構造変更を決定する評価(目的)関数が必要となる。これはエージェントの目的を表すものとなる。ここでは以下の2通りの基準関数を設け、後の計算例で比較した。

評価関数 1 : 構造全体の基準関数

(歪みエネルギー)

評価関数 2 : エージェント近隣の評価関数

(部材間の直交度)

評価関数 1 は、構造解析を行った後に得られる量であり、これを構造解析により計算するためには部材全体に関する情報が必要である。この量が小さい程、全体的に変形の少ない構造となる。

一方、評価関数 2 はエージェント近隣から算出する評価関数である。ここで設定したものは後の平面トラスの解析で用いる部材間の直交度とする。すなわち図 2 に示すように節点を共有する近隣の要素の単位方向ベクトルを設け、算出対象の部材に対し応力が同符号、異符号の要素の単位方向ベクトルの外積の大きさの差を評価関数として設ける。Michell の研究により重量最小問題においては異符号応力部材が直交することが示されている⁽⁶⁾。すなわち、この量が大きい程、Michell トラスの状態に近づくと考えられる。定式化では、計算の都合上、式(1)に示す量が小さい場合に、直交度が高くなるものとする。

$$f(element) = \sum_{R=1}^{N_R} |a_R^+ \times e| - \sum_{L=1}^{N_L} |a_L^- \times e| \quad (1)$$

Fig. 2 Performance index for element

式(1)において、 $\times$ は外積を表し、 e は評価対象とする要素の単位方向ベクトルであり、 a_R^+ 、 a_L^- は評価対象となる要素の両端に接続する要素群を示す単位方向ベクトルである。 a_R^+ は評価対象要素の応力値と同符号な応力値を持つもの、 a_L^- は異符号の要素群を表す。応力値が 0 となる場合は算定対象から除外する。式(1)は異符号応力部材の成す角度が 90[deg.] に近く、同符号応力部材の成す角度が 0[deg.] に近いほど小さな値となる。図 2 に評価値を算出する要素を中心として節点を共有する部材を、応力値が同符号な部材を実線で、応力値が異符号な部材を破線で示す。

3.3 エージェントの協調動作 エージェントは後述の 3.4 に示す規則、3.2 の評価関数により構造変更の候補を決定する。構造変更の候補は他のエージェントにより評価され、構造変更を行うか、行わないかを決定する。これは、他のエージェントが仮に構造変

更を受け入れた状態にて評価関数を算出し、既存値との上下による多数決にて構造変更の実行を決定する方法を採用する。その処理の概略を図 3 に示す。図 3 では、エージェントにより示された構造変更に対し、他のエージェントは自らの設計評価値が向上する場合は「同意」の返答を行い、設計評価値が悪化する場合には「拒否」の返答を行う。「同意」のエージェント数が「拒否」のエージェント数を上回る場合に、構造変更の実行を行う。

Fig. 3 Process flow of action process

これらの過程ではエージェント間の通信が必要とされ、その通信手順を表 1 に示す。ただし、評価関数 1 は構造システム全体から算出される量であるため、このような交渉なしに構造変更を決定することができる。

Table 1 Abstract of communication protocol

Protocol of communication	Abstract of communication
PROPOSE	Propose a plan to other agents
REJECT	Inform rejection of proposal from other agents
ACCEPT	Inform accept of proposal from other agents
MODIFY	Modify the environment
INFORM	Inform modified environment to other agents from server

構造変更は図 4 に示すような 4 種類の構造変更を行うことを考えている。実行を決定した構造変更は PROPOSE コマンドにより他のエージェントに通知し、REJECT または、ACCEPT の返答を各エージェントから得た後、構造変更を行った際には、その変更を MODIFY により環境変更をおこなう。MODIFY では、変更または追加する変数名と変数値を変数管理をする環境部分へ通知する。また、INFORM は環境部分に変更があったことを各エージェントへ通知する。

図 4(a) は要素の分割を行う構造変更である。構造変更を提案する要素の midpoint と他の節点（後の計算例では支持点）を結ぶ要素を追加することにより実現する。

新しく追加される要素2'の断面積は要素1の断面積を減らし、新しい要素を加えた後の構造で質量が一定という制約条件を満たすように与える。ここにエージェント間に親子関係が生じると考え、2分された要素1', 2'は、構造変更履歴を引き継ぎ、新たに追加した要素3'の構造変更履歴はないとする。構造変更により評価関数を計算する必要があるが、新たに追加した要素3'は、剛性の増加には寄与しないため、明らかに応力値が0となる。歪みエネルギーを基準とする評価関数1は値の悪化をみることになり、評価関数2は、その算出対象を応力値を持つものとするため評価値は変化しない。そこで、この構造変更の評価は新たに追加した節点をその近傍でxy方向の組み合わせの4点にて移動させた場合で評価値を計算し、最も良いものを構造変更の候補とする。移動量は固定値(後の計算例では0.01[m])とし、新設要素の質量は分割される要素に対する一定の割合(後の計算例では10[%])とする。

図4(b)は節点の移動を表す。ムーブリミット(後の計算例では0.01[m])を設け、要素を接続する両端の節点をその値でx y方向の4点において評価関数を算出し、最も良い方向を構造変更の候補とする。

図4(c)は、要素の除去を表す。要素の除去により質量が失われることになるが制約条件を満たすことを考え、失われる質量を取り込む要素が必要となる。評価関数が最も良くなる要素へ質量を取込む。

図4(d)は、質量の移動を表す構造変更である。増分量または減少量は固定値(後の計算例では0.1[kg])とする。要素の質量の増加または減少により変化する質量は、質量一定という制約条件を満たすために、評価関数が最も良くなる要素へ質量を移動させる。質量の変化を繰り返すことにより各要素の応力値が等しい設計となる。

Fig.4 Four agent actions

3・4 エージェントの自律性 エージェントの「自律性」に対する議論も多くなされている。本研究では、自律性をエージェントが環境変化に対応するよう構造変更した経験に基づき構造変更を決定することと捉える⁽³⁾。経験を構造変更履歴と捉え、構造変更の内容及び成功・拒絶の別をデータベースに記録する。後の計算例においては、過去の固定数(後の計算例では32)の構造変更の履歴を記録し、古いものから廃棄する。そして、データベースより構造変更の総数及びその内訳(成功・拒絶)を調べ図5に示す流れにより構造変更を決定する。要素分割を行い、それについて節点の移動、部材の除去、質量の移動を繰り返す大域的な方策に従い、その後、対象とする節点や要素を評価関数に基づき決定する。要素生成(Divide element)、節点移動(Move node)、要素除去(Remove element)、質量移動(Move mass)の順にて構造変更を決定するという大域的な方策を設け、図5に示す過去の履歴を用いた簡易な規則により構造変更を決定する。構造変更は、構造変更履歴より他のエージェントの評価による多数決の結果として構造変更を行ったか(成功)、構造変更を拒絶されたか(拒絶)という割合から決定する。この割合は、エージェントが提示する構造変更に対し、どれだけ他のエージェントの賛同が得られるかという傾向を示すと考えられ、賛同を得ている構造変更を優先させる。

実行する構造変更を決定した後、評価関数が最も良くなるよう構造変更の対象とする節点及び要素の組合せをすべて調べ決定する。このような構成要素による簡易なルールによりエージェントに自律的な動作(構造変更)が実現できる。

Fig.5 Decision rule of an action

4 数値計算例

提案した手法の妥当性と有効性を検討するために簡単な問題に対する数値計算を行った。プログラムはC言語にて作成し、PentiumIIプロセッサ（333[MHz]）により稼働するUNIX（Solaris 2.7）にて動作する。取り扱った問題は図6に示す平面トラス構造に関して静的荷重が作用する場合の歪みエネルギーの最小化問題である。構造に関する諸量を表2に示す。制約条件は部材総数が22以下とする。

Fig.6 Initial design of truss structure

Table 2 Modulus of structure

Values of structure	Initial values of structure
Modulus of elasticity	1.000×10^{11} Pa
Cross-sectional area	1.000 cm^2
Density	10.00 kg/m^3

計算結果として図7に環境の更新回数に対する歪みエネルギーの値を示す。更新回数はすべてのエージェントが構造変更を提案し採用した構造変更を実行する段階で1と計測する。図8に各要素の歪みエネルギー値の平均値を中心とする分散を示す。設計指針の1つである等応力設計の場合は0の値を示す。ここにおいて3・2節で示した評価関数と構造変更の組み合わせにより以下の3手法による結果を示す。

(1)手法1 要素の追加，除去，節点移動，質量移動の構造変更の決定についてすべて評価関数1を使用する。

(2)手法2 要素の追加に評価関数2を使用し，その他の構造変更については評価関数1を使用する。

(3)手法3 質量の移動に評価関数1を使用し，それ以外の構造変更に評価関数2を使用する。手法1，2，3の順に評価関数1により構造変更を決定する部分が減り，評価関数2により構造変更を決定する部分が増えており，手法3は最も局所的な情報に基づいた手法となる。

計算の終了条件には，構造変更の提案がなされない状態を検知し計算終了とする。手法3においてはこの

終了条件にて停止しないため，歪みエネルギーの最も低い値を得た時点で計算を打ち切った。図9，図10，図11にそれぞれの手法により得られた位相の推移の概要を示す。

Fig.7 Change of strain energy

Fig.8 Change of variation of strain energy

Fig.9 Design history of topology (Method 1)

Fig.10 Design history of topology (Method 2)

Fig.11 Design history of topology (Method 3)

表3に手法1にて得られた位相構造の要素断面積を示す. 簡単に断面積の大きさの別により, 線分の太さを区別したものを図12, 13, 14に示す. 図中の番号は要素番号を表す.

Table 3 Cross-sectional area of the result

Element No.	Cross-sectional area cm^2	Element No.	Cross-sectional area cm^2
1	6.106×10^{-1}	12	1.577×10^{-1}
2	6.823×10^{-1}	13	1.874×10^{-1}
3	5.355×10^{-1}	14	4.664×10^{-1}
4	5.375×10^{-1}	15	2.292×10^{-1}
5	5.467×10^{-1}	16	1.180×10^{-1}
6	4.730×10^{-1}	17	6.745×10^{-1}
7	3.089×10^{-1}	18	9.380×10^{-2}
8	2.641×10^{-1}	19	5.254×10^{-1}
9	6.620×10^{-1}	20	7.500×10^{-2}
10	2.945×10^{-1}	21	3.499×10^{-1}
11	4.016×10^{-1}	22	9.850×10^{-2}

Fig.12 Obtained topology illustrated with cross-sectional area (Method1)

Fig.13 Obtained topology illustrated with cross-sectional area (Method2)

Fig.14 Obtained topology illustrated with cross-sectional area (Method3)

5 考察

本研究では, マルチエージェントによる位相及び形状の決定方法を骨組構造を対象に提案した. 計算例にて, 簡単な平面トラス構造を取り上げシミュレーションを行い, 明らかになった点を整理し以下に考察を加える.

5・1 評価関数値の推移 図8に計算回数に対する歪みエネルギーの変化の様子を示した. 等応力設計の場合には0の値を示し, 静定トラスの単一荷重下での最大剛性問題では0となることが示されている⁽²³⁾. 手法3を除き下降し, この等応力設計に近づいているのかわかる. しかしながら一様な下降をしているわけではない. これは, 第1に要素の分割により追加する要素は, 追加直後は応力値が0となるために評価関数値は悪くなる. 第2に同時に実行する構造変更が1つとは限らないため, 1つの構造変更では評価関数値を下けているが, 複数の構造変更を行うことにより悪化することがある. 第3に, 質量移動量が一定であるため, いわゆる「もぐらたたき」の状態が発生していると考えられる. これは微小振動をしている状態として観測された.

手法3における歪みエネルギーの悪化は、用いている評価関数2の値は、必ずしも歪みエネルギーの値を改善することがないため発生していると考えられる。また、図7において一点鎖線で示すエネルギー値は図15に示すHemp⁽¹⁰⁾の手法により得られた位相構造の歪みエネルギー値であり、この値より良い位相及び形状構造が求まっていることがわかる。

5・2 位相構造について 提示した3通りの方法により得られた位相は完全な一致はしていない。しかしながら、外形形状が一致し、先端部分の部材の配置数が少なく、支持点付近に部材が集まる構造と見ることができ定性的に一致していると考えられる。また、これらの求められた位相の比較対象として、Hempによる手法により求めた位相を図15に、進化的構造最適化手法(Evolutionary Structural Optimization:ESO)⁽⁸⁾により得られた位相を図16に示す。

Fig.15 Topology obtained from the method by Hemp

Fig.16 Topology obtained from ESO

図15では、トラス構造で図中の節点をすべて結ぶ構造に対し、各部材断面積を設計変数とし、設計変数の側面制約及び質量一定の制約条件のもと、構造全体の歪みエネルギーの最少化問題を許容方向法にて解き、下限制約に達した部材は取り除き、再び同様の最適化計

算を下限制約に達する部材が無い状態まで計算を繰り返し得た構造である。進化的構造最適化手法は質量最小問題を取り扱った手法であるが、質量最少化問題は、荷重最大化問題と考えることができ⁽²³⁾、質量を制約条件に持つ剛性を考慮した設計とも考えられる。Michellはトラス構造を取り扱い、図16に示す構造はラーメン構造に近く、これらの結果との厳密な比較は困難である。しかしながら、先端部分の部材の配置数が少なく、支持点付近に部材が集まる構造で、高さもほぼ等しいと見ることができ定性的に一致しており、最適化問題の解に近いものは得られていると考えられる。

5・3 収束性 本研究では、計算の収束をエージェンツによる動作の提案が無い場合とする。過去の履歴により動作提案を決定しているため、この履歴と関連して動作が提案されない状態が形成される。最適性の条件に基づいた収束の判断ではないため、部材寸法や位相構造の変化に対して数学的に最適性は保証されていないが、構成要素の動作提案の有無の観点から準最適な状態を形成すると考えることができる。また、質量移動量を一定としているため、最終解付近において微小振動が観測される。収束性を追求するならば動作履歴に伴い移動量を少なくする工夫が考えられる。また、手法3では初期構造からは歪みエネルギーを小さくする解は導出されるが、停止条件が働かず悪化するに至った。図7, 8では、最も良い歪みエネルギーの解を導出した時点で、計算を強制的に停止させた。これは、評価関数2により、節点を移動や要素の分割や除去の動作が歪みエネルギーに直接結びついていないためと考えられる。

また、本手法は、要素周辺の部分的な情報により構造変更を繰り返す手法である。その目標値として、先験的な情報(異符号部材が直交する: 手法2, 3)や歪みエネルギー値(手法1, 2)を用いている。異符号部材が直交するという条件は、Michellの考察により得られた最適性の必要十分条件であるが、Michellは節点の空間配置を連続的に取り扱いをしているため、本手法における最適性の必要十分条件とはならない。図9～図11にも見られるように、手法3では、形状及び位相に関して、対称性を失う結果となってしまう。しかしながら、初期設計より歪みエネルギーを下げる働きをしており、最適解を求められないまでも、構造改善または、満足化設計が可能であると考えられる。この傾向は手法2にも見られる。一方、歪みエネルギーを用いた手法1は、歪みエネルギーを最も小さく押さえていることに成功しており、最適解に近いものが求まっていると考えられる。

6 結言

本研究では、骨組構造の位相・形状決定問題に対しエージェントによる簡易構造からの実行可能解の導出の方法を提案した。コート掛け問題を対象に簡単なシミュレーションを行い、得られた結論は下記の通りである。

(1) 本研究で開発したシステムを用い、簡単なシミュレーションにより、簡易な構造から位相問題の満足解を得ることができた。また、形状問題も同時に考慮することが可能であることを数値計算を行い、定性的な比較により示した。

(2) エージェントの動作として、2種類の評価関数を設け比較した。部材の幾何学的配置を考慮した評価関数2を使用した場合でも、初期設計より改善された解が導出されることがわかった。

(3) 5の考察で示された諸点を基に、今後さらに提案方法の改善を行ってゆく予定である。

(4) なお、研究で提案した手法は骨組構造を対象としており、しかも数値計算例では平面トラス構造を取り扱ってその有効性を示したが、エージェントの近隣から決定される評価関数2を各構造に対して具体的に検討すればラーメン構造や連続体の構造へも拡張が可能と考えられる。

局所的な情報に基づく規則と満足解及び大域的最適解の問題は重要であるので、今後引き続き検討をする予定である。今後は本手法を多くの例に適用し検証することが必要である。また、探索範囲に関連して構造変更方法の検討及び構造変更の決定規則の検討を進める。

文 献

- (1) 山川宏, 最適化デザイン, (1993), 培風館.
- (2) Jennings, N.R., Wooldridge, M.J., *Agent Technology*, (1998) Springer.
- (3) Russel, S., Norvig P. エージェントアプローチ人工知能, (1978), 共立出版.
- (4) Brenner, W., *Intelligent Software Agents*, (1998), Springer.
- (5) Kirsch, U., *Optimal Topologies of Structures, Applied Mechanics Review*, **42-8** (1989), 223-238.
- (6) Michell, A.G.M., *The Limits of Economy of Materials in Frame Structures*, *Philosophical Magazine*, **47-8** (1904), 589-597.

- (7) Kikuchi, N., Papalambros, P.Y., *Integrated Topology and Shape Optimization in Structural Design*, *Mech. Struct. & Mach.*, **19-4** (1991), 551-587.
- (8) Steven, G.P., *Evolutionary Structural Optimization*, (1997), Springer.
- (9) Chirehdast, M., Papalambros, P.Y., *Processing and Interpretation of Homogenization Images for Optimal Structural Design*, *Int. Conf. on Engineering Design 1991*, (1991).
- (10) Hemp, W.S., *Optimum Structures* (1972), OXFORD ENG..
- (11) Dorn, W.C., Gomory, R.E., Greenberg, H.J., *Automatic Design of Optimal Structures*, *J. de mecanique (Eur. J. Mech.)*, **3-1** (1964), 25-52.
- (12) Pederson, J., *Topology Optimization of Three Demensional Trusses*, *NATO Advanced Research Workshop* □C (1992), **19-30**, Kluwer Academic Puilishers.
- (13) 山崎光悦, 尾田十八, 連続体トラス要素による骨組構造の創生法, *機論*, **46-411, A** (1980), 1230-1237.
- (14) Grierson, D.E., Pak, W.E., *Optimal sizing, geometrical and topological design using a genetic algorithm*, *Struct. Opt.*, **6** (1993), 151-159.
- (15) Rajan, S.D., *Sizing, Shape, and Topology Design Optimization of Trusses Using Genetic Algorithm*, *J. of Struct. Eng.*, **121-10** (1995), 1480-1487.
- (16) Yamakawa, H., Takagi, Y., *Simultaneous Optimization of Topology*, *Proc. of WCSMO-2*, (1997), 413-416.
- (17) Oosaki, M., *Simultaneous optimization of topology and geometry of a regular plane truss*, *Comp. & Struct.*, **66-1** (1998), 69-77.
- (18) Cagan, J., *A Shape annealing approach to optimal truss design with dynamic grouping of members*, *Proc. of 1995 Design Engineering Technical Conference ASME*, (1995), 378-384.
- (19) 尾田十八, 局所ルールによる大規模構造物の最適化について, *機論*, **63-606, A** (1997), 425-430.
- (20) 日本機械学会編, 工学問題を解決する適応化・知能化・最適化法, (1996), 技報堂出版.
- (21) 三木光範, 知的自律要素法によるシステムの解析と最適化, *機械の研究*, (1996), 238-246.
- (22) 沼岡千里他, マルチエージェントシステム, (1997), 共立出版.
- (23) 土木学会編, 構造システムの最適化, (1991), 土木学会.