偏心したスリット状膨張空洞をもつダクト内部の三次元音場解析*

椿 下 庸 二^{*1}, 長 崎 悟^{*2}
貞 本 晃^{*3}, 村 上 芳 則^{*3}Numerical Analysis of Three-Dimensional Sound Field in a Duct
with Eccentric Slit-Like ExpansionYasuji TSUBAKISHITA^{*4}, Satoshi NAGASAKI,
Akira SADAMOTO and Yoshinori MURAKAMI^{*4} Chubu University, Dept. of Mechanical Engineering, Kasugai, Aichi, 487-8501 Japan

A numerical analysis is developed to the three-dimensional sound field in cylindrical duct with eccentric slit. A linearized unsteady Euler equation for acoustic disturbance is solved by a fourth-order accurate finite difference method. The boundary conditions at the curved rigid surface, such as the duct wall, are implemented properly for the linearized Euler equations. The three-dimensional structures of the sound fields are obtained for the several eccentricities of slit. The computed result shows that each eccentric slit has two different resonant frequencies, which are fully consistent with our previous experimental data.

Key Words: Acoustic, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Unsteady Flow, Duct Acoustics, Sound Attenuation

1. ま え が き

空調装置のような小形機械では、消音装置を設置するスペースに制限がある。貞本ら⁽¹⁾は、ダクト軸方向長さが波長に対して非常に短いスリット状の空洞部(以下スリットと記す)をダクトの途中に設け、ある特定の周波数(以下、共鳴周波数と記す)で透過側の音圧がかなり低減することを示した。ただし、ダクトと同心の円形断面をもつスリットでは、共鳴周波数が一つのみで、それ以外の周波数範囲での消音効果は小さい。これに対し、著者らは、スリットをダクト軸から偏心させた場合の実験的研究⁽²⁾を行ってきた。その結果、偏心スリットでは共鳴周波数が二つ現れ、消音効果のある周波数範囲を広げえることを明らかにした。

本研究では、このような現象を理論的に調べるため、円形ダクトにおける偏心スリットでの音波の透過特性を中心に数値解析を行う。偏心スリットに平面波が入

射する場合について、スリット偏心距離を変化させた場合のダクト内部三次元音場を、高精度差分法により数値計算する。

2. 数 値 計 算 法

2.1 計算モデルと基礎方程式 図1に示すように十分長い円形ダクトがあり、その途中にスリットが設けられている。主軸方向を x 軸、それと直角に y 軸および z 軸をとる。スリットの中心軸をダクト中心軸からずらし、その偏心距離を e とする。スリットから数波長手前の位置で、微小な質量の周期的なわき出し吸込みによって平面波を発生させる。本研究では、ダクト直径、スリット直径およびスリット軸方向長さ一定のもとで偏心距離 e 、音源周波数 f を変化さ

Fig. 1 Computational model

* 原稿受付 1999年4月21日。

^{*1} 正員, 中部大学工学部 (〒487-8501 春日井市松本町1200)。^{*2} 中部大学大学院。^{*3} 正員, 筑波技術短期大学 (〒305-0005 つくば市天久保4-3-15)。

E-mail: tsub@isc.chubu.ac.jp

せ、これらが及ぼすダクト内音場への影響を調べる。なお、後述の音圧レベル分布の結果を説明するにあたり、図中に示すようにダクト軸を含む縦断面を $A-A'$ 断面、スリット部での横断面を $B-B'$ 断面とする。

本研究における音場の解析では、流体は非粘性圧縮流で熱伝導がないものとしオイラー方程式を用いる。通常、空気中で可聴領域の周波数の音の伝ばに対しては、粘性や熱伝導の影響は無視できるので、音場はオイラー方程式に支配されると仮定してよい。また、平均流れが音速にごく近いような場合を除いて、音圧の大きさは大気圧のオーダーである平均流れの圧力に比べて十分小さい。したがって、例えば密度 ρ であれば $\rho = \rho_0 + \rho'$ のように、他の物理量も平均流れと微小じょう乱に分割し、2 次以上の項を無視して線形化した方程式を音場の基礎方程式とすると、以下のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \mathbf{H} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho' \\ \bar{e} \\ \bar{f} \\ \bar{g} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \bar{e} + u_0 \rho' \\ u_0 \bar{e} + p' \\ u_0 \bar{f} \\ u_0 \bar{g} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \bar{f} + v_0 \rho' \\ v_0 \bar{e} \\ v_0 \bar{f} + p' \\ v_0 \bar{g} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \bar{g} + w_0 \rho' \\ w_0 \bar{e} \\ w_0 \bar{f} \\ w_0 \bar{g} + p' \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} m \\ -\bar{e} \frac{\partial u_0}{\partial x} - \bar{f} \frac{\partial u_0}{\partial y} - \bar{g} \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial x} \\ -\bar{e} \frac{\partial v_0}{\partial x} - \bar{f} \frac{\partial v_0}{\partial y} - \bar{g} \frac{\partial v_0}{\partial z} + \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial y} \\ -\bar{e} \frac{\partial w_0}{\partial x} - \bar{f} \frac{\partial w_0}{\partial y} - \bar{g} \frac{\partial w_0}{\partial z} + \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{e} &= \rho_0 u', & \bar{f} &= \rho_0 v', & \bar{g} &= \rho_0 w', \\ p' &= c_0^2 \rho', & c_0 &= \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、添字の 0 と ' は、それぞれ時間的な平均流れと微小じょう乱を示す。また、 ρ, p, u, v, w は密度、圧力、 x, y, z 方向の速度成分、 γ は比熱比、 c_0 は平均流れでの音速を示す。上式の連続の式に対応する部分をみると、音源項 m がオイラー方程式の連続の式に付加されている。音源としては、時刻 $t=0$ 以降において、微小質量のわき出し吸込みを周期的に行うことで平面波が発生するように与え、次のように表される。

$$m = \begin{cases} \frac{\rho_0 c_0}{D} \sin \omega t \cdot \delta(x - x_s), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

D は音源部ダクト直径、 $\omega = 2\pi f D / c_0$ 、 f は音源周波数を示し、 x_s は音源位置を表す。デルタ関数 $\delta(x)$ は次のようにガウス関数で近似する。ここで係数 $\tau = 500$ とする。

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \cdot e^{-\tau x^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

上述の音場の方程式は $x-y-z$ 座標系で表記されているが実際の計算においては、一般曲線座標系の $\xi-\eta-\zeta$ 座標系に変換され解かれる。計算方法としては、空間的に 4 次、時間的に 2 次の精度のマコーマック形陽的差分法⁽³⁾を用いる。

音源で生じた微小じょう乱が、計算領域の外端に達すると反射が生じて、その影響が内部に影響し正確な解が得られない。本計算の軸方向の計算領域は、 $-110 \leq x/D \leq 110$ であり、計算領域外端が音源の約 40 波長遠方 ($f = 3 \text{ kHz}$) となっている。したがって、注目している領域での音場が定常状態になるまで計算を続けても、微小じょう乱が計算領域の外端に到達しない。そこで、外部境界条件としては、じょう乱なしで与えている。なお、本計算はすべて 20 周期まで行った。

2・2 固定壁面上の境界条件 ここでは、本計算で用いる固定壁面上の境界条件の定式化を述べる。壁面は任意形状の曲面とする。

図 2 に示すように、 $\eta = \text{一定}$ の面である固定壁面上に点 A を取り、この点における物理量 u', v', w', ρ' および p' を決定する。まず、点 A における面に垂直方向の単位ベクトルを $\mathbf{n}$ 、面上での ξ 方向の単位ベクトルを $\mathbf{t}_\xi$ 、また面上で ζ 方向の単位ベクトルを $\mathbf{t}_\zeta$ とおく。それぞれの方向の単位ベクトルは、点 A におけるメトリックスを用いて次のように示される。

$$\mathbf{n} = \frac{(\eta_x, \eta_y, \eta_z)}{\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}}, \quad \mathbf{t}_\xi = \frac{(x_\xi, y_\xi, z_\xi)}{\sqrt{x_\xi^2 + y_\xi^2 + z_\xi^2}},$$

Fig. 2 Unit vectors on rigid wall

$$t_{\xi} = \frac{(x_{\xi}, y_{\xi}, z_{\xi})}{\sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2}} \dots\dots\dots (6)$$

次に、変動速度 $\mathbf{u}'$ の x, y および z 成分である u', v', w' については壁面を突き抜けないことより

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}' = \frac{\eta_x u' + \eta_y v' + \eta_z w'}{\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

また、 ξ 方向、 ζ 方向には壁面に沿って流れることより

$$t_{\xi} \cdot \mathbf{u}' = \frac{x_{\xi} u' + y_{\xi} v' + z_{\xi} w'}{\sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2}} = f_a \dots\dots\dots (8)$$

$$t_{\zeta} \cdot \mathbf{u}' = \frac{x_{\zeta} u' + y_{\zeta} v' + z_{\zeta} w'}{\sqrt{x_{\zeta}^2 + y_{\zeta}^2 + z_{\zeta}^2}} = \bar{f}_a \dots\dots\dots (9)$$

上式の $f_a, \bar{f}_a$ は図3に示す内部の点 B および点 C での速度成分 f_b, f_c および $\bar{f}_b, \bar{f}_c$ の補外によって求める。式(7), (8)および(9)より

$$\begin{aligned} u' &= J[(z_{\xi} \eta_y - y_{\xi} \eta_z) \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2} f_a - (z_{\xi} \eta_y - y_{\xi} \eta_z) \\ &\quad \times \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2} \bar{f}_a] / (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2), \\ v' &= J[(x_{\xi} \eta_z - z_{\xi} \eta_x) \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2} f_a - (x_{\xi} \eta_z - z_{\xi} \eta_x) \\ &\quad \times \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2} \bar{f}_a] / (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2), \\ w' &= J[(y_{\xi} \eta_x - x_{\xi} \eta_y) \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2} f_a \\ &\quad - (y_{\xi} \eta_x - x_{\xi} \eta_y) \\ &\quad \times \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 + z_{\xi}^2} \bar{f}_a] / (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで、 J はヤコビアンで

$$\begin{aligned} J &= \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \xi_x \eta_y \zeta_z + \xi_y \eta_z \zeta_x + \xi_z \eta_x \zeta_y \\ &\quad - \xi_z \eta_y \zeta_x - \xi_y \eta_x \zeta_z - \xi_x \eta_z \zeta_y \\ &= 1 / (x_{\xi} y_{\eta} z_{\zeta} + x_{\xi} y_{\zeta} z_{\eta} + x_{\eta} y_{\zeta} z_{\xi} \\ &\quad - x_{\xi} y_{\zeta} z_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi} z_{\zeta} - x_{\xi} y_{\xi} z_{\xi}) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

以上によって、固定壁面上の変動速度成分が決まる。

次に、固定壁面上の音圧について求める。まず、運動量の式は x - y - z 座標系で

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \rho u_t + \rho(uu_x + vu_y + wu_z) + p_x = 0 \\ F_2 &= \rho v_t + \rho(uv_x + vv_y + wv_z) + p_y = 0 \\ F_3 &= \rho w_t + \rho(uw_x + vw_y + ww_z) + p_z = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

であり、 η = 一定の面に垂直方向の運動量の式は

$$\nabla \eta \cdot \mathbf{F} = \eta_x F_1 + \eta_y F_2 + \eta_z F_3 = 0 \dots\dots\dots (13)$$

この式に式(7)および式(12)を代入し微小じょう乱を仮定し、2次以上の微小項を無視すれば

Fig. 3 Boundary condition for perturbed velocities

$$\begin{aligned} &\rho'(\eta_x u_{0\xi} + \eta_y v_{0\xi} + \eta_z w_{0\xi})(\xi_x u_0 + \xi_y v_0 + \xi_z w_0) \\ &+ \rho_0[(\eta_x u'_{\xi} + \eta_y v'_{\xi} + \eta_z w'_{\xi})(\xi_x u_0 + \xi_y v_0 + \xi_z w_0) \\ &+ (\eta_x u_{0\xi} + \eta_y v_{0\xi} + \eta_z w_{0\xi})(\xi_x u' + \xi_y v' + \xi_z w') \\ &+ (\eta_x u'_{\zeta} + \eta_y v'_{\zeta} + \eta_z w'_{\zeta})(\zeta_x u_0 + \zeta_y v_0 + \zeta_z w_0) \\ &+ (\eta_x u_{0\xi} + \eta_y v_{0\xi} + \eta_z w_{0\xi})(\zeta_x u' + \zeta_y v' + \zeta_z w')] \\ &+ p'_{\xi}(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) + p'_{\eta}(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \\ &+ p'_{\zeta}(\zeta_x \eta_x + \zeta_y \eta_y + \zeta_z \eta_z) = 0 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

上式と式(3)より、固定壁面上の音圧および変動密度が求まる。

2.3 計算条件 音源の位置はスリットから数波長手前の位置に固定して与える。スリットの無い場合には、ダクト内部で音圧レベルは一樣で、本計算では126 dBである。同一モデルの実験⁽²⁾で用いた条件に合わせるため、音速 c_0 を346.75 m/sとし、ダクト直径を41.3 mm、スリット直径およびスリット軸方向長さをそれぞれ72 mmおよび5 mmと固定する。変化させるパラメータとしては、ダクト軸に対するスリット中心の偏屋距離 e について0~6 mm、音源周波数 f について3~5 kHzとする。この場合、円形ダクトでは、ダクト垂直断面における1次の周方向高次モード波に対するカットオフ周波数は4.92 kHzとなることが理論的に与えられる⁽⁴⁾。スリットで発生する反射波や透過波は高次モード波を含んでいるが、 f が4.92 kHz以上の場合、この高次モード波は減衰しないで伝播するので、音場はかなり複雑な分布となる。しかし、 f が4.92 kHz以下では、高次モード波は伝ばしていくに従い減衰し平面波となる。

なお、上述の音場の基礎方程式および固定壁面上での境界条件の式は、いずれも平均流れがある場合にも適用できる。ただし、本計算では、実験条件と合わせるため平均流れなしとしている。

3. 計算結果と考察

3.1 周波数変化 まず偏心距離を固定して、音源周波数を変化させた場合の結果について述べる。

偏心のない同心スリットの場合、および $e=4$ mmの場合において音源周波数 f を変化させたときの透過率を図4に示す。ここで透過率は、透過側での軸上の音圧を、スリットを設けない場合の音圧で割った値である。偏心のないスリットの場合では $f=4.3$ kHzで透過率が著しく低い値をとり、透過率が極小を示す共鳴周波数となっている。一方、スリットが偏心して、例えば $e=4$ mmの場合では $f=3.5$ kHzと4.6 kHzの二つの共鳴周波数が生じている。以下、これらの音源周波数の低周波数側を1次の共鳴周波数、高周波数側を2次の共鳴周波数と記す。図4中には実験値⁽²⁾

Fig. 4 Effect of eccentricity on transmission coefficient

も示しているが、本計算結果はよく一致している。

図5に $e=4$ mm の場合の $A-A'$ 断面および $B-B'$ 断面での音圧レベル分布を示す。1 次の共鳴周波数である $f=3.5$ kHz のときには、透過側での音圧レベルがかなり低くなっていることがわかる。透過率が極大付近である $f=3.9$ kHz のときのスリット横断面での分布は、ほぼ上下対称となっている。2 次の共鳴周波数である $f=4.6$ kHz の場合では、カットオフ周波数の 4.92 kHz 付近であるため高次モード波の減衰があまりはっきりしない。

3.2 スリット偏心距離変化 次に、偏心距離 e の変化が共鳴周波数等に及ぼす影響について述べる。

$e=1, 2, 4$ および 6 mm の場合の音源周波数変化に対する透過率を図6にまとめた。図6より、スリットを偏心させることにより1次、2次の共鳴周波数があらわれ、偏心距離を大きくするにつれ二つの共鳴周波数の差は大きくなる。この二つの共鳴周波数と偏心距離の関係を図7にまとめた。偏心スリットでの共鳴周波数は、同心の場合とは明らかに異なる場所に現れており、偏心距離を大きくするに従い1次の共鳴周波数は低く、2次の共鳴周波数は高くなる。以上のことから、スリットの軸方向長さ、直径を固定した場合でも、音源周波数に応じてスリット中心をダクト軸から偏心させることにより透過率の減少が可能であると期待できる。図7には実験値⁽²⁾も示しているが、各偏心距離に対する共鳴周波数は非常によく一致している。

 Fig. 5 Distributions of sound pressure level ($e=4$ mm)

Fig. 6 Transmission coefficient for various eccentricities

Fig. 7 Effect of eccentricity on resonant frequencies

各偏心距離での1次の共鳴周波数における $A-A'$ 断面および $B-B'$ 断面の音圧レベル分布を図8に、2次の共鳴周波数における同様の音圧レベル分布を図9に示す。偏心距離 1 mm での共鳴状態を見ると、前報⁽²⁾で考察したとおり、1次では偏心方向に直交するように節が現れ、2次では周方向にほぼ様な共鳴モードになっている。しかし、偏心距離が大きくなるに従って、1次では、スリット内部のスリットをずらした方向、すなわち上部で音圧レベルが高くなり、2次

Fig. 8 Distribution of sound pressure level at first resonant frequency

Fig. 9 Distribution of sound pressure level at second resonant frequency

では、逆にスリット下部で音圧レベルが高くなっている。このようにスリット上部、または下部のいずれかで音圧レベルが高くなることにより、スリット上流側からみたインピーダンスが変化し、スリット部での透過率が低下したと考えられる。

最後に、本研究で扱ったダクト直径およびスリット直径の下での、共鳴周波数と偏心距離の関係を調べる。図10に示すようにダクト軸からスリット外周までの最大となる距離を a 、最小となる距離を b とし、これらに基づく無次元波数パラメータを $ka=2\pi a/\lambda$ 、 $kb=2\pi b/\lambda$ とする。ここで、 λ は自由音場での音波の波長である。図8が示すように、いずれの偏心距離の

Fig. 10 ka and kb at resonant frequencies

場合もスリット上部で音圧レベルが高くなっていることから、1次の共鳴周波数には ka の値に関係があると考えられる。同様に、図9から2次の共鳴周波数については kb の値に関係があると予想される。図10に各偏心距離における共鳴周波数での ka および kb の値を整理した。1次の共鳴周波数に着目すると kb の値にばらつきがあるのに対し、 ka は2.60前後でほぼ一定である。一方、2次の共鳴周波数では逆に kb が2.60付近で一定値をとる。これらのことから、共鳴周波数を決定する要因として、ダクト中心軸からスリット外周までの距離が関係し、この距離を波長で無次元化した ka または kb が、ある特定の値をとるときに共鳴状態となると結論できる。

4. 結 論

ダクトにスリットを設け、スリット中心をダクト軸から偏心させたモデルにおいて、その偏心距離および音源周波数を変化させた場合のダクト内部三次元音場に対して数値計算を行った。以下に得られた結論を示す。

(1) 透過率の周波数特性や各偏心距離に対する共鳴周波数は実験値とよく一致した。

(2) 透過率が著しく低くなる共鳴周波数が同心スリットの場合では一つであったのに対し、偏心スリットの場合では1次(低周波数側)、2次(高周波数側)の二つの共鳴周波数があらわれる。

(3) 与えられたダクトおよびスリット直径において、ダクト中心軸からスリット外周までの距離に基づく無次元波数パラメータが、ある特定の値をとる場合に、共鳴状態となることが明らかになった。

文 献

- (1) 貞本晃・ほか1名, 機論, **64** 622, C(1998), 1985-1990.
- (2) 貞本晃・ほか2名, 機論, **65** 636, C(1999), 3175-3180.
- (3) 椿下庸二・ほか2名, 機論, **62** 596, B(1996), 1436-1441.
- (4) Morse, P.M. and Ingard, K.U., *Theoretical Acoustics*, (1968), 511, Princeton.