モデル化誤差を考慮した離散時間系のロバストモデルマッチング制御*

呂 建 明^{*1}, 谷 萩 隆 嗣^{*2}

Robust Model Matching Control of Discrete-Time Systems in the Presence of Unmodeled Dynamics

Jianming LU^{*3} and Takashi YAHAGI^{*3} Graduate School of Science and Technology, Chiba University, Chiba, 263-8522 Japan

This paper presents a method for robust model matching control of discrete-time systems in the presence of unmodeled dynamics. This scheme can robustly control the nominal model in the presence of unmodeled dynamics and achieve the desired model matching simultaneously. Furthermore, the sufficient condition for stabilizing the nominal model in the presence of unmodeled dynamics is derived and the existence of bounds for all signals is proved. Finally, computer simulation results are presented to show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: Optimal Control, Computer Control, Robust Control, Model Matching, Unmodeled Dynamics, Discrete-Time System

1. 緒言

システム設計において、ある許容範囲内のモデルの不確かさに対して、所望の特性を確保しておくことは、実用上極めて重要なことである。モデルの不確かさとして、(1) 線形化に際して無視された非線形特性の影響、(2) モデルパラメータの不確かさとか、変動による不確かさ、(3) モデルの低次元簡約化の際に無視されたダイナミクス、などがあげられる。このように制御系の設計が不確かなモデルを基礎にする以上、モデルの不確かさを許容するように制御系を設計することが、実用上きわめて重要である^{(1),(2)}。近年、ロバスト安定性、制御対象の特性の不確かさと変動に対する定常特性、過渡特性の不感応および外乱に対する抑制性などに注目した様々なロバスト制御系の設計法が提案されている^{(3)~(8)}。

本論文では、モデル化誤差を考慮した線形離散時間系のロバストモデルマッチング制御の一方を提案する。モデルマッチング制御とは、制御対象と制御装置を合わせた制御系の挙動を事前に与えられた規範モデルの挙動(目標)と一致させることを目的とする制御方式である。溶接ロボット軌道制御などの実際の応用では、ほとんどの場合目標があらかじめ決められているので、モデルマッチング制御法は有力な制御方法であると言える。一方、モデルマッ

チング制御系の構成法がいくつか提案されている^{(9),(10)}。特に、モデルマッチング手法では、モデル化誤差に対するロバスト安定性などを考慮した設計法の確立が求められている^{(3),(11)}。ここ数年、 H_∞ 制御を用いて、モデル化誤差を考慮したモデルマッチング制御を行う手法が提案されている^{(6),(12)~(15)}。この手法は、基準入力に対するモデルとプラントの出力誤差に着目したとき、その伝達関数の H_∞ ノルムを最小にするように制御器を設計するものである。これらの方法では、公称系(ノミナルモデル)に対するモデルマッチングを達成することができない。モデル化誤差が存在する場合、閉ループ系のロバスト安定性を保証できる方法が文献⁽¹¹⁾で提案されている。しかしながら、この方法は出力に対するモデル化誤差の影響を除去することができない。

本論文では、モデル化誤差が存在しても、公称系に対するモデルマッチングを達成することができる方法を提案する。しかも、本論文で提案する設計手法を利用すれば、出力に対するモデル化誤差の影響を除去することができる。また、モデル化誤差が存在しても、閉ループ系のロバスト安定性を保証することができる。

一方、これまでに提案されたモデルマッチングの設計法では、モデル化誤差が存在する場合、モデルマッチング条件とロバスト安定条件を同時に満足させることは簡単ではないことが知られている^{(3),(9),(11)}。しかし、本方法を利用すれば、モデルマッチング条件とモデル化誤差に対するロバスト安定条件を簡単に満足させることができる。シミュレーション結果によって本方法の有効性を示す。

* 原稿受付 1998年12月18日。

*1 正員、千葉大学大学院自然科学研究科 (〒263-8522 千葉市稲毛区弥生町1-33)。

*2 千葉大学大学院自然科学研究科。

E-mail: ro@ics.tj.chiba-u.ac.jp

2. 制御問題の定式化

実システムの制御系を設計するためには、線形動特性モデルが必要である。精緻なモデルを用いればより高性能の制御系を設計できるが、一方で、モデルの次数が制御則の次数に反映されるため、実装に耐えうる制御則を設計するために、ある程度簡略化したモデルを用いざるを得ない。このモデルは一般的な手法として、実システムへの入出力データから最小2乗推定などにより、何回かの試行錯誤の後、経験的に得られる。得られた線形モデルを公称系(ノミナルモデル)とし、生じた誤差をモデル化誤差とする。このモデル化誤差の大きさの上限も何回かの試行錯誤の後、経験的に把握することができる。この上限が既知な関数のゲインで押さえられるとして、ロバスト制御系を設計する。

ここで、入出力関係が次式で表される1入力1出力の線形離散時間系を考える。

$$y(t) = \tilde{G}(z)u(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

但し

$$\tilde{G}(z) = G_0(z) + \Delta G(z) \quad (2)$$

$$G_0(z) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)} \quad (3)$$

$$A(z) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}, \quad B(z) = \sum_{j=0}^p b_j z^{-j}$$

である。また、 z^{-1} は単位遅延演算子を表し、 $z^{-1}u(t) = u(t-1)$ とする。ここで、 $y(t)$ 、 $u(t)$ はそれぞれ制御対象の出力、入力、 d はむだ時間、 $G_0(z)$ は現実の制御対象の不確定な部分を見捨ててモデル化されたものであり、公称系と定義する。 $\Delta G(z)$ は線形化されたモデル化誤差である。ここで、 $B(z)$ は安定多項式で $b_0 \neq 0$ 、 d は既知であるとする。

モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が、周波数領域で、次の関係を満たすとする。

$$|\Delta G(z)| \leq |W(z)|, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (4)$$

但し、 $W(z)$ はモデル化誤差のクラスを規定する既知の関数で、 $W_n(z)$ と $W_d(z)$ をそれぞれ n_w と n_d 次の安定多項式として $W(z) = W_n(z)/W_d(z)$ で表されるとする。

モデルマッチング制御の目的は、あらかじめ指定された基準入力 $r(t)$ と伝達関数 $G_m(z)$ に対する出力

$$y_m(t) = G_m(z)r(t) \quad (5)$$

と式(1)の出力 $y(t)$ が一致するような制御入力を合成することである。

但し

$$G_m(z) = \frac{z^{-d}B_m(z)}{A_m(z)} \quad (6)$$

$$A_m(z) = 1 + \sum_{i=1}^n a_{mi} z^{-i}, \quad B_m(z) = \sum_{j=0}^{\mu} b_{mj} z^{-j}$$

である。ここで、多項式 $A_m(z)$ 、 $B_m(z)$ の係数 a_{mi} 、 b_{mj} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, \dots, \mu$)、($b_{m0} \neq 0$)はモデル $G_m(z)$ が有界な任意の基準入力 $r(t)$ に対して安定で望ましい応答をするように、あらかじめ指定されているものである。また、 $A_m(z)$ と $B_m(z)$ は安定多項式で、 $A_m(z)$ と $B_m(z)$ は既約とする。

本論文で考える問題は、モデル化誤差が存在しても、公称系に対するモデルマッチングを達成し、しかも、ロバスト安定性を保証できるロバスト制御器を設計することである。

3. モデル化誤差を考慮した制御則

次の関係を満たす多項式 $M(z)$ 、 $N(z)$ を導入する。

$$A(z)N(z) + z^{-d}M(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (7)$$

但し、 $N_1(z)$ は l 次の安定多項式($l > d$)として指定する。この場合、 $M(z)$ 、 $N(z)$ の次数を次のように選べば、式(7)の解は一意的に決定される(付録1参照)。

$$\deg M(z) = \deg A(z) - 1 \quad (8)$$

$$\deg N(z) = \deg A_m(z) + \deg N_1(z) - \deg A(z) \quad (9)$$

ここで、式(7)の $M(z)$ 、 $N(z)$ を用いて、次のような関係を満たす $R(z)$ と $S(z)$ を導入する。

$$R(z) = N(z) + z^{-d}K(z) \quad (10)$$

$$S(z) = M(z) - K(z)A(z) \quad (11)$$

但し、 $K(z)$ は、4章で述べる式(26)のロバスト安定条件を満たし、しかも公称系に対するモデルマッチングを崩さないようにするために導入した有理関数である。

モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在するとき、式(10)の $R(z)$ と式(11)の $S(z)$ を利用して、制御入力 $u(t)$ を次式で与えるとする。

$$u(t) = \frac{B_m(z)N_1(z)}{B(z)R(z)}v(t) - \frac{S(z)}{B(z)R(z)}y(t) \quad (12)$$

但し、 $v(t)$ は次のように制御誤差のフィードバック信号を含む信号である。

$$v(t) = r(t) - e^0(t) \quad (13)$$

$$e^0(t) = F'(z)[y(t) - y_m(t)] \quad (14)$$

$$F'(z) = \frac{F(z)}{G_m(z)[1 - F(z)]} \quad (15)$$

式(14)は、出力 $y(t)$ に対するモデル化誤差の影響を除くために導入された誤差フィードバックループであり、

Fig. 1 Block diagram of robust model matching control system

$F'(z)$ を補助要素と呼ぶことにする。また、 $F(z)$ は有理関数である。

式(1)、式(5)と式(12)～式(15)より、本論文で提案したロバストモデルマッチング制御系の構成図は図1のようになる。

式(10)と式(11)を式(7)に代入して、次式が得られる。

$$A(z)R(z) + z^{-d}S(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (16)$$

式(12)の制御入力を利用して制御する場合、式(16)はモデル化誤差 $\Delta G(z) = 0$ のとき、モデルマッチングを達成する条件である(付録2参照)。

式(12)の制御入力を式(1)に代入して、式(13)～式(16)を利用して、整理すれば、出力 $y(t)$ は次式のようにになる。

$$y(t) = G_m(z)[1 + \Pi(z)\Delta(z)]r(t) \quad (17)$$

但し

$$\Delta(z) = \frac{z^d A^2(z)R(z)\Delta G(z)}{A_m(z)N_1(z)B(z) + \Delta_1(z)} \quad (18)$$

$$\Delta_1(z) = A(z)\Delta G(z)[S(z) + z^d A(z)R(z)F(z)] \quad (19)$$

$$\Pi(z) = 1 - F(z) \quad (20)$$

である。式(20)より $F(z)$ のゲインが1となる周波数帯域においては、 $\Pi(z)$ のゲインが零となり、出力 $y(t)$ に対するモデル化誤差の影響を除去することができる。この目的を実現するために、 $F(z)$ を次のように設計する。

まず、 $F(z)$ を次のように選ぶ。

$$F(z) = \rho \frac{z^{-d}\bar{H}(z)}{H(z)} \quad (21)$$

ここで、 $H(z)$ は安定多項式として選ぶ。また、 $F(z)$ はall-passフィルタとなるように $\bar{H}(z) = \bar{H}(z) = z^{-\alpha}H(z^{-1})$ のよ

うに選ぶ。但し、 α は $H(z)$ の次数で、 $\rho \simeq 1$ かつ $\rho < 1$ とする。従って

$$|F(z)| = \left| \rho \frac{z^{-d}\bar{H}(z)}{H(z)} \right| = \rho \simeq 1$$

$$z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (22)$$

が成り立ち、周波数帯域においては、 $F(z)$ のゲインが1となり、モデル誤差の影響が近似的に除去される。ここで、式(21)で導入した ρ の調整により、式(15)の分母が零になるケースを避けることができる。

4. ロバスト安定性の十分条件

式(17)～式(20)より、モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在するとき、閉ループ特性方程式は次式のようにになる。

$$A_m(z)B(z)N_1(z) + \Delta G(z)A(z)[S(z) + z^d A(z)R(z)F(z)] = 0 \quad (23)$$

式(23)の $A_m(z)B(z)N_1(z)$ は、モデル化誤差 $\Delta G(z)$ を無視した場合の閉ループ特性方程式である。 $A_m(z)B(z)N_1(z)$ は安定多項式であるので、スモールゲイン定理^{(1)~(3)}より、式(24)が満たされれば、モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在しても、閉ループ系はロバスト安定である^{(2),(16),(17)}。

$$\left| \frac{\Delta G(z)A(z)[S(z) + z^d A(z)R(z)F(z)]}{A_m(z)B(z)N_1(z)} \right| < 1$$

$$z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (24)$$

ここで、 $\Delta G(z)$ が大きさの既知なスカラー関数 $W(z)$ のゲインで押えられる場合には

$$\left| \frac{W(z)A(z)[S(z) + z^d A(z)R(z)F(z)]}{A_m(z)B(z)N_1(z)} \right| < 1$$

$$z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (25)$$

が満たされるとき、式(24)が成立する。式(25)から $S(z)$ と $R(z)$ を求めることができる。しかし、ここで、注意すべきことは、式(25)のロバスト安定条件から $R(z)$ と $S(z)$ を求めて、制御入力を合成すると、モデルマッチング制御を達成することができない場合が生じることである。なぜならば、式(25)から求めた $R(z)$ と $S(z)$ は必ずしも式(16)を満たすことができないからである。しかしながら、モデルマッチング制御から見れば、モデルマッチングを実現するために、 $R(z)$ と $S(z)$ は式(16)を満たす必要がある。ここで、式(10)と式(11)を利用して、式(25)を書き直すと、次式が得られる。

$$\left| \frac{A(z)[z^d A(z)N_1(z)F(z) + M(z)]W(z)}{A_m(z)B(z)N_1(z)} - \frac{A(z)A(z)W(z)[1 - F(z)]}{A_m(z)B(z)N_1(z)} K(z) \right| < 1,$$

$$z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (26)$$

Fig. 2 H_∞ control system

$K(z)$ はモデルマッチングに無関係な有理関数であるので、式(26)のロバスト安定条件を満たす $K(z)$ を適切に選べば、閉ループ系の安定性を保証することができる。ここで、式(26)の $A(z)$, $M(z)$, $W(z)$, $A_m(z)$, $B(z)$, $N_1(z)$, $F(z)$ は既知であるので、実際問題に遭遇したとき、実システムのモデル化誤差に対し、式(21)で導入した ρ と $H(z)$ 及び $N_1(z)$ を調整しながら、式(26)を満たす $K(z)$ を求めることが可能となる。例えば、 $K(z)$ は次のように求めることができる。

$$\begin{aligned}\bar{A}(z) &= \frac{A(z)[z^d A(z)N(z)F(z) + M(z)]W_n(z)}{A_m(z)B(z)N_1(z)W_d(z)} \\ &\equiv \frac{\bar{B}_1(z)}{\bar{A}_1(z)}\end{aligned}\quad (27)$$

$$\bar{B}(z) = \frac{A(z)A(z)W_n(z)[1 - F(z)]}{A_m(z)B(z)N_1(z)W_d(z)} \equiv \frac{\bar{B}_2(z)}{\bar{A}_1(z)}\quad (28)$$

を定義する。但し、 $\bar{A}_1(z)$ は $l + n + p + \alpha + n_d$ 次の多項式、 $\bar{B}_1(z)$ は $2n + l + \alpha + n_w$ 次の多項式、 $\bar{B}_2(z)$ は $2n + \alpha + n_w$ 次の多項式である。

式(27)と式(28)を用いて、式(26)を書き直すと、次式が得られる。

$$|\bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z)| < 1, \quad z = e^{j\omega}, \omega \in [0, 2\pi] \quad (29)$$

$\bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z)$ は次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}\bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z) \\ = \bar{A}(z) - \bar{B}(z)K(z)(I - 0 \cdot K(z))^{-1} \cdot I\end{aligned}\quad (30)$$

式(30)は図2のように一般化プラント

$$G(z) = \begin{bmatrix} \bar{A}(z) & -\bar{B}(z) \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

とおいたときの閉ループ伝達関数 $G_{zw}(z)$ となる。

よって、式(26)の問題は図2のような制御器 $K(z)$ を求めることに帰着する。すなわち $\|G_{zw}(z)\|_\infty < 1$ とする $K(z)$

Fig.3 Norms of $W(z)$ and $\Delta G(z)$

Fig.4 Norms of $D_W(z)$ and $D_G(z)$

を設計する問題となる。この解 H_∞ 制御器 $K(z)$ は文献(17)～(19)の方法により求めることができる。

5. シミュレーション結果

本方法の有効性を検討するために、公称系 $G_0(z)$ とモデル化誤差 $\Delta G(z)$ として次式で表されるプラントを考える。

$$\begin{aligned}G_0(z) &= \frac{1 - 0.1z^{-1} - 0.2z^{-2}}{1 + 0.2z^{-1} - 0.01z^{-2} - 0.002z^{-3}} \\ \Delta G(z) &= \frac{0.1 + 0.02z^{-1}}{1 + 0.7z^{-1}} \\ d &= 1\end{aligned}$$

上式のモデル誤差に対して、 $W(z)$ を次式のように選んだときを考える。

$$W(z) = \frac{0.25 + 0.025z^{-1}}{1 + 0.45z^{-1} + 0.0675z^{-2} + 0.0034z^{-3}}$$

この場合の $W(z)$ と $\Delta G(z)$ のノルムを図3に示す。図3を見れば、 $W(z)$ はすべての $z = e^{j\omega}$ に対して、 $|\Delta G(z)| \leq |W(z)|$ を満たすことがわかる。

$A_m(z)$ と $B_m(z)$ を

$$\begin{aligned}A_m(z) &= 1 - 0.2z^{-1} - 0.25z^{-2} + 0.05z^{-3} \\ B_m(z) &= 1 + 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2}\end{aligned}$$

$y(t) : \text{—}, y_m(t) : \cdots$
(a) Outputs $y(t)$ and $y_m(t)$

(b) Input $u(t)$

Fig.5 Results of model matching control

で与える。このとき、 $H(z)$, ρ , $N_1(z)$ を次のように選ぶことにする。

$$H(z) = 1 + 0.97z^{-1}, \quad \rho = 0.95$$

$$N_1(z) = 1 - 0.001z^{-1} - 0.000002z^{-2}$$

文献(17)～(19)の方法を利用して、 $K(z)$ を求めると、 $K(z) = K_n(z)/K_d(z)$ は次式ようになる。

$$K_n(z) = 0.0612 + 0.0449z^{-1} + 0.0936z^{-2} \\ + 0.1045z^{-3} + 0.0001z^{-4}$$

$$K_d(z) = 1 + 0.6254z^{-1} - 0.1023z^{-2} \\ - 0.5057z^{-3} - 0.1063z^{-4}$$

式(7), 式(10)と式(11)を利用して、 $R(z) = R_n(z)/R_d(z)$ と $S(z) = S_n(z)/S_d(z)$ を求めると、次式ようになる。

$$R_n(z) = 1.0000 + 0.7111z^{-1} - 0.0420z^{-2} \\ - 0.4146z^{-3} - 0.0141z^{-4} - 0.0025241z^{-5} \\ - 5.3127 \times 10^{-6}z^{-6}$$

$y(t) : \text{—}, y_m(t) : \cdots$
(a) Outputs $y(t)$ and $y_m(t)$

(b) Input $u(t)$

Fig.6 Results of model matching control

$$R_d(z) = K_d(z)$$

$$S_n(z) = -0.4867 - 0.5680z^{-1} - 0.1591z^{-2} \\ + 0.1504z^{-3} + 0.1436z^{-4} + 0.00067441z^{-5} \\ - 0.0053667z^{-6} + 2.0887 \times 10^{-7}z^{-7}$$

$$S_d(z) = K_d(z)$$

以上の方法によって求めた制御器を利用してシミュレーションを行う。

まず

$$D_W(z) = \frac{W(z)A(z)[S(z) + z^d A(z)R(z)F(z)]}{A_m(z)B(z)N_1(z)}$$

$$D_G(z) = \frac{\Delta G(z)A(z)[S(z) + z^d A(z)R(z)F(z)]}{A_m(z)B(z)N_1(z)}$$

のノルムを図4に示す。

図4を見れば、式(24)と式(25)のロバスト安定条件が成り立つことがわかる。本方法を利用してロバストモデルマッチングを行ったときの結果を図5に示す。図5を見れば、出力 $y(t)$ が望ましい応答 $y_m(t)$ にほぼ一致している。これらの結果より、モデル化誤差が存在しても、モデルマッチングが達成されていることがわかる。また、参考として、補助要素 $F'(z)$ を導入しない場合のモデルマッチングを行った

ときの結果を図6に示す。図5と図6より、本方法が有効であることがわかる。

6. 結 言

本論文では、モデル化誤差を考慮した離散時間系のロバストモデルマッチング制御の一方を提案した。現実の制御対象をモデル化するとき、無視された不確定な部分などをモデル化誤差としてとらえ、これにスモールゲイン定理を適用し、ロバスト安定化、モデルマッチングを達成する制御器を設計した。本方法を用いれば、モデル化誤差のノルムが大きさの既知なスカラ関数のゲインで押えられるとき、制御器を適切に設計することにより、モデル化誤差が存在する場合でも、閉ループ系の安定性を保証することができる。また、モデル化誤差が存在しても、公称系に対するモデルマッチングを近似的に達成することができた。

今後は、本方法を非最小位相系に拡張し、モデル化誤差を考慮した非最小位相離散時間系のロバストモデルマッチング制御を行う方法について検討する予定である。

付 録 1

$M(z)$, $N(z)$ を式(8), 式(9)で与えると, 式(7)を満足する $M(z)$, $N(z)$ が一意的に求まることを証明する。

式(7)を次式のように書き直す。

$$A(z)N(z) + z^{-d}M(z) = D(z) \quad (32)$$

但し

$$D(z) = A_m(z)N_1(z) = 1 + d_1z^{-1} + \cdots + d_{n+l}z^{-(n+l)}$$

$$M(z) = m_0 + m_1z^{-1} + \cdots + m_{n-1}z^{-(n-1)}$$

$$N(z) = 1 + n_1z^{-1} + \cdots + n_lz^{-l}$$

である。式(32)の左辺を展開し、両方の z^{-i} ($i = 1, 2, \dots$) の項を比較すると、

$$d_1 = a_1 + n_1$$

$$d_2 = a_2 + a_1n_1 + n_2$$

⋮

$$d_{d-1} = a_{d-1} + a_{d-2}n_1 + \cdots + n_{d-1}$$

$$d_d = a_d + a_{d-1}n_1 + \cdots + a_1n_{d-1} + n_d + m_0$$

$$d_{d+1} = a_{d+1} + a_dn_1 + \cdots + a_1n_d + n_{d+1} + m_1$$

⋮

$$d_{n+l} = a_n n_l$$

なる $n+l$ 個の式が得られる。一方、 $M(z)$ と $N(z)$ に含まれるパラメータの個数も $n+l$ であり、上式は次の行列式の形

にまとめられる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{d-1} & a_{d-2} & \cdots & a_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_d & a_{d-1} & \cdots & a_2 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{d+1} & a_d & \cdots & a_3 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{d+2} & a_{d+1} & \cdots & a_4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n & a_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{d-1} \\ n_d \\ \vdots \\ n_l \\ m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \\ d_{10} \\ d_{11} \\ \vdots \\ d_{n+l} \end{bmatrix} \quad (33)$$

式(33)の左辺の行列の行を並べ替えると

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{d-1} & a_{d-2} & \cdots & a_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n & a_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_d & a_{d-1} & \cdots & a_2 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{d+1} & a_d & \cdots & a_3 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{d+2} & a_{d+1} & \cdots & a_4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

となる。式(34)では、 $a_n \neq 0$ であるので、式(34)の行列は正則である。従って、 $n_1, n_2, \dots, n_l, m_0, m_1, m_2, \dots, m_{n-1}$ は式(33)より一意的に求められる。

付 録 2

ここで、式(12)の制御入力を利用して制御する場合、モデル化誤差 $\Delta G(z) = 0$ のとき、モデルマッチングを達成する条件を求める。

$\Delta G(z) = 0$ のとき、式(1)～式(3)よりプラントは次式のようになる。

$$y(t) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)}u(t) \quad (35)$$

式(12)の制御入力 $u(t)$ を式(35)に代入して、次式が得られる。

$$y(t) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)} \left[\frac{B_m(z)N_1(z)}{B(z)R(z)} v(t) - \frac{S(z)}{B(z)R(z)} y(t) \right] \quad (36)$$

式(13)～式(15)を利用して、式(36)を整理すれば、次式が得られる。

$$y(t) = \frac{z^{-d}B_m(z)}{A_m(z)} \times \frac{A_m(z)N_1(z) + z^{-d}B_m(z)N_1(z)F'(z)}{A(z)R(z) + z^{-d}S(z) + z^{-d}B_m(z)N_1(z)F'(z)} r(t) \quad (37)$$

式(37)より、もし

$$\frac{A_m(z)N_1(z) + z^{-d}B_m(z)N_1(z)F'(z)}{A(z)R(z) + z^{-d}S(z) + z^{-d}B_m(z)N_1(z)F'(z)} = 1 \quad (38)$$

が成立すれば、 $y(t) = y_m(t)$ が成立し、モデルマッチングを達成することができる。

更に、もし

$$A(z)R(z) + z^{-d}S(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (39)$$

が成立すれば、式(38)が成立する。従って、モデルマッチングを達成するために、 $R(z)$ と $S(z)$ は式(39)(本論文中的式(16))を満たさなければならない。

モデル化誤差 $\Delta G(z)$ が存在する場合も、式(39)の関係を利用し、数式を展開して、式(17)が得られた。

文 献

- (1) 特集:ロバスト制御の理論と応用, コンピュートロール, No.3, コロナ社, 1986.
- (2) B. A. Francis: A Course in H_∞ Control Theory, Springer-Verlag, 1987.
- (3) J. B. Moore, L. Xia and K. Glover: On improving control-loop robustness of model-matching controllers, Systems & Control Letters, Vol.7, No.2, pp.83-87, 1986.
- (4) 特集:ロバスト制御- H_∞ 制御を中心に, 計測と制御, Vol.29, No.2, pp.1-46, 1990.
- (5) 特集:実用期を迎えたロバスト制御, 計測と制御, Vol.30, No.8, pp.647-740, 1991.
- (6) S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat, L. H. Keel: Robust Control: The Parametric Approach, Prentice-Hall, 1995.
- (7) T. E. Djaferis: Robust Control Design: A Polynomial Approach, Springer-Verlag, 1996.
- (8) 千田有一: フィードバック制御器の特性を用いた2自由度制御系の設計法, 電気学会論文誌C, Vol.117, No.4, pp.439-445, 1997.
- (9) V. Kucera: Exact Model Matching, Polynomial Equation Approach, Int. J. Syst. Sci., Vol.12, pp.1477-1484, 1981.
- (10) 自動制御ハンドブック(基礎篇), オーム社, 1983.
- (11) 呂建明, 谷萩隆嗣: 非最小位相離散時間系のロバストモデルマッチング制御の一設計法, 電気学会論文誌C, Vol. 117-C, No. 10, pp. 1456-1463, 1997.
- (12) J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum: Feedback Control Theory, Macmillan, 1992.
- (13) M. Green and D. J. N. Limebeer: Linear Robust Control, Prentice-Hall, 1995.
- (14) K. Zhou, J. C. Doyle and K. Glover: Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, 1996.
- (15) 呂建明, Muhammad Shafiq, 谷萩隆嗣: 線形離散時間系のロバストモデルマッチング制御, Journal of Signal Processing, Vol. 1, No. 2, pp. 117-124, 1997.
- (16) M. De la Sen: Energy Balances in Dynamic Systems in the Presence of Unmodelled Dynamics by Using Specifications in the Frequency Domain, IEE Proceedings, Vol.137-D, No.1, pp.41-48, 1990.
- (17) M. Vidyasagar: Nonlinear System Analysis, Prentice-Hall, 1978.
- (18) C. A. Desoer and M. Vidyasagar: Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, 1975.
- (19) M. Vidyasagar: Control System Synthesis: A Factorization Approach, MIT Press, 1985.