アクチュエータの制約を考慮に入れたアクティブ動吸振器による 構造物の振動制御*

西村 秀和^{*1}, 尾家 直樹^{*2}, 高木 清志^{*2}

Vibration Control of A Structure by Using of An Active Dynamic Vibration Absorber Taking Account of Actuator Constraints

Hidekazu NISHIMURA^{*3}, Naoki OIE and Kiyoshi TAKAGI

^{*3} Chiba University, Dept. of Electronics and Mechanical Engineering,
1-33 Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba, 263-8522 Japan

This paper proposes a design method for vibration control of a structure with an active dynamic vibration absorber involving actuator constraints. We formulate the linear parameter varying system taking into account both the maximum control input and the maximum stroke of the actuator by using a nonlinear function of hyperbolic tangent. The gain-scheduled control based on the linear matrix inequality is obtained so that the closed-loop system is stable and has good performance even if saturation phenomena of the actuator occur. By simulations we verify that the proposed method is useful for not only an impulsive input but also a non-stationary random input such as earthquakes.

Key Words: Vibration Control, Active Dynamic Vibration Absorber, Actuator Constraints, Gain-Scheduled Control, Linear-Parameter-Depending System

1. 緒言

アクティブ動吸振器は構造系の制振に用いられ、建築・土木構造物に対する風外乱や中小地震による応答抑制のために多くの実用例がある⁽¹⁾。アクティブ動吸振器(ADVA)は、受動的動吸振器に比べると、主構造物に対する吸振器質量の質量比を小さくしてもより優れた制振性能を発揮させることができるが、その結果として、吸振器質量の可動変位を受動的動吸振器よりも大きくとる必要が生じる⁽²⁾。

しかしながら、吸振器質量の変位を大きくとることは設置スペース上の問題や使用するアクチュエータ性能の問題もあり、必ずしも容易ではない。そのため、従来、ADVAの制御系設計では線形制御により、ある大きさの外乱に対して吸振器質量が許容範囲内で変位するように設計されていた。そして、許容範囲以上の過大な外乱が入力された場合の対策として、ソフトウェア上の工夫や、最大変位位置に緩衝器を設置するなどのフェールセーフ機構を設けていた。蔭山ら⁽³⁾はADVAのサーボモータのドライバに、可変ゲインを設けることにより変位飽和制御を行い、また藤田ら⁽⁴⁾は、制御系をファジィ領域分割によりゲインスケジューリングし、入力制約を考慮した可変制御を実現している。いずれ

も吸振器質量の変位が過大となった場合には制御ゲインを下げて穏やかに原点に戻すという設計指針に基づいているが、その制御性能は保守的にならざるを得ない。一方、背戸ら⁽⁵⁾は制御入力に飽和が生じた際のLQ制御系の制御性能劣化を示しているが、吸振器質量変位に関する飽和は論じていない。また清水ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾は、非線形重み関数を導入した非線形制御により、外乱の大きさに応じて制御ゲインを可変とする方法を示しており、重み関数の設定によっては、保守的ではない制御系を設計できる。しかしながら、この方法では、制御入力そのものの制約を与えることはできない。

文献(3)、(4)で指摘されているように、ADVAの設計に際しては、アクチュエータ自身の推力の制約よりはむしろ吸振器質量の変位に対する制約が大きい。したがって、吸振器質量の変位制約の範囲内でアクチュエータ推力を最大限に有効利用することが重要となる。そこで、本研究では、吸振器質量の変位に制約があることと、アクチュエータの発生する推力にも制約があることをあらかじめ考慮に入れて制御系を設計する方法を提案する。吸振器質量の変位については、ハードニング型の非線形ばねを与えることで制約し、かつ制御入力についてはストローク限界でばねの発生する力と釣り合う程度の推力を限界とする形で双曲線正接関数を用いて制約を与える⁽⁸⁾。こうして定式化された制御対象モデルを線形パラメータ依存モデルへ変形し、線形行列不等式(LMI)に基づくゲインスケジュールド(GS)制

* 原稿受付 1999年6月18日。

^{*1} 正員、千葉大学工学部(〒263-8522 千葉市稲毛区弥生町1-33)。

^{*2} 千葉大学大学院。

E-mail: nism@meneth.tn.chiba-u.ac.jp

御系⁽⁹⁾を適用する。

ここでは、最も簡単な1自由度振動系に対して、本提案手法によるADVAの制御系設計法を示し、受動的動吸振器、および通常の $\mathcal{H}_\infty$ 制御で設計された受動的なばねとダンパを併用するハイブリッド動吸振器(HDVA)との比較をシミュレーションにより行い、提案手法の有効性を示す。

2. 制御対象のモデリング

2.1 力学モデル 図1にばねおよびダンパを有するADVAを設置した1自由度の構造物モデルを示す。まず、本節ではアクチュエータの制約は考慮しないこととする。またADVAに付加されたばねおよびダンパは以下に示す最適同調の式により与えられるものとする。すなわち、吸振器質量の可動範囲においてはHDVAを構成している。

$$\begin{aligned} k_{vl} &= k_1 \cdot \eta / (1 + \eta)^2 \\ c_{vl} &= 2\sqrt{m_a \cdot k_{vl}} \cdot \sqrt{3\eta/8(1 + \eta)^3} \\ \eta &= m_a/m_1 (\text{質量比}) \end{aligned} \quad (1)$$

この構造物に対して相対変位ベクトルを

$$x_s = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

とすると、運動方程式は、

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_s + C\dot{x}_s + Kx_s &= Fu + MH\ddot{z} \\ F &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}^T, H = \begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで、 M 、 C 、 K は質量行列、減衰行列、剛性行列であり、 u は制御入力(アクチュエータ推力)、 $\ddot{z}$ は外乱入力である。状態量として

$$x = \begin{bmatrix} x_s^T & \dot{x}_s^T \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

とおくと、状態方程式は、

$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_z \ddot{z} \quad (5)$$

Fig.1 Configuration of controlled object

となる。ここで

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \\ B_u &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ M^{-1}F \end{bmatrix} \quad B_z = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ H \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

である。また、主構造物および吸振器質量の相対変位を観測出力とすると出力方程式は、

$$\begin{aligned} y &= Cx \\ &= \begin{bmatrix} x_1 & x_a \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

2.2 アクチュエータの制約を考慮した線形パラメータ依存モデルの導出 ADVAに用いるアクチュエータにより、吸振器質量に許される可動範囲が定められ、かつアクチュエータ自身の推力に制約があると仮定して、これらを考慮に入れた線形パラメータ依存モデルを導出する。

まず、吸振器質量の変位 x_a に関する制約をハードニング型の非線形ばねを用いて与える。すなわち、振幅の小さなときには前節で示した線形なばね定数 k_{vl} となるように、

$$\begin{aligned} k_v &= (k_{vl} \cdot \tanh^{-1}(x_a/\alpha)^5) / (x_a/\alpha)^5 \\ \alpha &= \text{const.} \end{aligned} \quad (8)$$

なる関数をアクティブ動吸振器のばねとして与えれば、吸振器質量の変位は設計上の可動範囲 $\pm \alpha m$ で制約される。次に、アクチュエータの推力に関する制約範囲を $\pm \beta N$ とすると制御器出力を q として、制御入力 u は以下のように双曲線正接関数によって制約を与えられる。

$$\begin{aligned} u &= \beta \tanh(q/\beta) \\ \beta &= \text{const.} \end{aligned} \quad (9)$$

なお、ダンパについては吸振器質量の可動範囲内では前節で求めた線形なダンパ定数を用いる。式(8)の非線形ばねを用いた場合、 k_v の値には上限があるためアクチュエータ推力によっては、吸振器質量は可動範囲 $\pm \alpha m$ をこくわずかに越えてしまうことがある。そこで、吸振器質量が設計上の可動範囲を越えた際には、式(8)の関数の連続性を保持するように高次関数を用いて補間するとともに、緩衝器に衝突することとする。すなわち、ダンパ係数については、

$$c_v = \begin{cases} c_{vl} & (|x_a| < \alpha) \\ 100 \cdot c_{vl} & (|x_a| \geq \alpha) \end{cases} \quad (10)$$

とする。ただし、制御系設計が複雑となることを避けるため、このダンパの非線形性は制御系設計用の線形パラメータ依存モデルには考慮しないこととする。ここ

Fig.2 Nonlinear functions of actuator constraints

で、 α , β は任意の定数であり、使用するアクチュエータが許容する吸振器質量変位の最大値および推力の最大値に応じて設定できるパラメータである。本研究では $\alpha = \pm 0.02$ m, $\beta = \pm 0.25$ N とした。式 (8) に高次の関数を用いて補間した後の関数を図 2(a) に、式 (9) の関数を図 2(b) に示す。

これらの関数を式 (5) に代入すると、

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= A(p_1(x_a))x + B_u(p_2(q))q + B_z\ddot{z} \\
 p_1 &= (\tanh^{-1}(x_a/\alpha)^5)/(x_a/\alpha)^5 \quad (11) \\
 p_2 &= (\beta \tanh(q/\beta))/q
 \end{aligned}$$

となり、 p_1 と p_2 を時変パラメータとする線形パラメータ依存モデルへと変形することができる。

ところで、第 3 章に示す LMI に基づく GS 制御器を設計する上で、制御入力に関する行列の成分が時変パラメータに対して、独立でなければならないという条件がある⁽⁹⁾。式 (11) からわかるように、 B_u は制御入力に対する制約条件である時変パラメータ p_2 に依存しており、この条件を満足していない。そこで十分広い帯域幅を持つローパスフィルタを、仮想的なアクチュエータの特性としてプラントの入力端に付加し、拡大プラントを構成する。フィルタの状態方程式を

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_f &= A_f x_f + B_f e \\
 q &= C_f x_f \quad (12)
 \end{aligned}$$

とすると、拡大プラントの状態方程式と出力方程式は、

$$\dot{x}_w = A_w(p_1, p_2)x_w + B_{wu}e + B_{wz}\ddot{z} \quad (13)$$

$$y = C_w x_w \quad (14)$$

Fig.3 Frequency responses of LPV model

となり、 B_u のパラメータ依存性をシステム行列 A_w へと押し込むことができ、条件を満足する。さらに式 (13) は

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_w &= (A_0 + p_1 A_1 + p_2 A_2)x_w \\
 &\quad + B_{wu}e + B_{wz}\ddot{z} \quad (15)
 \end{aligned}$$

と変形できる。ここで A_0 は A_w から 2 つの時変パラメータに対して独立な成分のみを取り出した行列であり、 A_1 , A_2 はそれぞれ p_1 , p_2 に依存する成分を取り出した行列である。 x_a , q がそれぞれ図 2 の破線の範囲で変動すると仮定したとき、

$$x_a \in [-0.02, 0.02] \text{ m}, q \in [-2, 2] \text{ N} \quad (16)$$

Fig.4 Generalized Plant

であり、時変パラメータ p_1 , p_2 は次の範囲で変化することになる。

$$p_1 \in [1, 10], p_2 \in [0.125, 1] \quad (17)$$

以上の手順により非線形関数の制約条件を含むモデルを、線形パラメータ依存モデルへと変形することができた。得られたモデルの各パラメータの最大値、最小値に対応した4つの線形時不変(LTI)端点モデルの周波数応答のゲイン線図を図3に示す。

3. ゲインスケジュールド制御系設計

前章で作成した線形パラメータ依存モデルに対して、LMIに基づくGS制御を適用する。一般化プラントを図4のように構成する。ここで e を制御入力、 w_1 を外乱入力、 y を観測量、 z を制御量とする。高周波数領域での安定性を考慮して、非構造的な不確かさを w_2 として制御対象に加法的に付加し、これを周波数重み関数 W_T によって評価し高周波数領域に対する制御入力の影響を低減する。また、周波数重み関数 W_S により、外乱に対する主構造物変位応答 x_1 を低減する。このとき、評価関数は、

$$\|G_{zw}\|_{\infty} < \gamma \quad G_{zw} = \begin{bmatrix} G_{z_1 w_1} & G_{z_1 w_2} \\ G_{z_2 w_1} & G_{z_2 w_2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

となる。本研究では、周波数重み関数を以下のように選んだ。

$$\begin{aligned} W_T &= 1.0 \times 10^{-1} \cdot \frac{s^2 + 2 \cdot 0.6 \cdot 30s + 30^2}{s^2 + 2 \cdot 0.6 \cdot 100s + 100^2} \\ W_{S1} &= 2.0 \times 10^3 \cdot \frac{1}{s^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 30s + 30^2} \\ W_{S2} &= 1.0 \times 10^{-2} \cdot \frac{1}{s^2 + 2 \cdot 0.7 \cdot 80s + 80^2} \\ W_S &= \text{diag} [W_{S1} \quad W_{S2}] \\ W_d &= \text{diag} [0.07 \quad 0.005] \end{aligned} \quad (19)$$

図5に各周波数重み関数の周波数応答のゲイン線図を示す。

MATLAB LMI toolbox⁽⁹⁾を用いてパラメータ p_1 , p_2 それぞれの最大値、最小値である4つの端点に対応したLTI端点制御器

$$K_i := \begin{pmatrix} A_K(\Pi_i) & B_K(\Pi_i) \\ C_K(\Pi_i) & D_K(\Pi_i) \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (20)$$

Fig.5 Frequency responses of weighting functions

(a) u/x_1 (b) u/x_a

Fig.6 Frequency responses of GS controller

が求まる。パラメータ値 $p(t)$ の凸分解

$$p(t) = \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i \Pi_i \quad p(t) = (p_1(t), p_2(t)) \quad (21)$$

を与えると、

$$\begin{pmatrix} A_K(p) & B_K(p) \\ C_K(p) & D_K(p) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i K_i \quad (22)$$

によって、パラメータボックスの端点に対応するLTI端点制御器の凸補間が得られ、動作点 $p(t)$ におけるGS制御器が得られる。図6に求められたLTI端点制御器の周波数応答のゲイン線図を示す。このとき、式(18)の評価関数 γ は 1.567×10^{-1} 、制御器の次数は12次であった。

4. 数値計算結果

本提案手法により設計されたGS制御器と、受動的な線形ばね、ダンパを併用するHDVAに対して設計した通常の $\mathcal{H}_{\infty}$ 固定制御器との比較を数値計算により行い、

Fig.7 Block diagram of simulation

Table 1 Parameters for numerical calculation

Parameters		Value
Mass	m_1	1.72 kg
	m_a	3.44×10^{-2} kg
Mass ratio	m_a/m_1	2 %
Spring constants	k_1	200 N/m
	k_{vl}	3.84 N/m
Damping coefficients	c_1	0.1 Ns/m
	c_{vl}	6.11×10^{-2} Ns/m
Actuator constraints	$ x_{amax} $	0.02 m
	$ u_{max} $	0.25 N

地震外乱に対する両者の振動抑圧性能を時刻歴応答により評価する。また、本提案手法では、アクチュエータの制約条件を連続関数で与えたが、これを不連続関数で与えた場合と比較するために、インパルス応答による考察を行う。

図7に数値計算におけるブロック線図の概略を示す。サンプリングタイムは1msとし、時変パラメータ $p(t)$ を1サンプル前の吸振器質量変位 x_a と制御器出力 q から求めた値を使用して、動作点におけるGS制御器のスケジューリングを行う。また厳密には、拡大プラントを作成する際に取り入れた、ローパスフィルタを通過させた制御入力をプラントに与えなければならないが、帯域幅を広くとったことでローパスフィルタの影響は少ないものとみなし、求められた制御器で直接制御を行う。表1に数値計算に用いたパラメータを示す。

4.1 地震外乱に対する応答 構造物基礎部に地震外乱を印加した際のGS制御器と H_∞ 固定制御器それぞれによる時刻歴応答を示す。構造物に印加する地震外乱

(a) Displacement of primary structure

(b) Displacement of DVA

(c) Control inputs

Fig.8 Simulation results against small earthquake disturbance

は、エルセントロ地震波の南北方向の実測データを使用する。その際、データの振幅倍率を調整することによって、吸振器質量変位およびアクチュエータの推力が飽和しない程度の小さな地震外乱と、それらが飽和する大きな地震外乱の2種類を用意した。図中、破線は H_∞ 固定制御器による応答、実線はGS制御器による応答である。

4.1.1 制御入力および変位が飽和しない場合の応答

まず、吸振器質量変位およびアクチュエータ推力が制約を越えることのない小さな地震外乱を与えた場合の時刻歴応答を図8に示す。制約の範囲内では、GS制御器、 H_∞ 固定制御器ともにほぼ同等の制御性能を有するように設計したため、応答にほぼ差異はなく、また、良好な制振性能を有していることがわかる。

4.1.2 制御入力および変位が飽和する場合の応答

次に、飽和が生じる大きな地震外乱を与えた場合の時刻歴応答を図9に示す。与えた外乱は図9に用いた外乱の振幅を3倍にしたものを用いている。図8と比較して H_∞ 固定制御器は、明らかに制振性能の劣化が認められる。これは吸振器質量の変位に飽和が生じ、吸振器質量が制振力を確保するための十分な変位を得ること

Fig.9 Simulation results against large earthquake disturbance

ができなかったためである。また2.5秒付近で吸振器質量の変位に飽和が生じているが、その直後のみではなく、その後1.5秒間の応答の劣化をも招いていることがわかる。

これに対してGS制御器による応答は入出力の比で図8の応答とほぼ同等の制振性能を維持しており、過大な外乱に対しても十分な制振性能を有することが確認できる。制御器のゲインをスケジューリングすることにより、大きな外乱に対しては制御器の特性がハイゲインとなり、吸振器質量変位およびアクチュエータ推力の飽和に対応する制御入力を瞬時に得ることができ、そのために飽和が生じているにも関わらず、所望の制振性能を得ることが可能となっている。 H_∞ 固定制御器でGS制御と同等の制御入力を許容するような設計が施された場合、吸振器質量変位をさらに大きくとる必要が生じるため、 H_∞ 固定制御器では当該GS制御器の特性を得ることはできない。

4.2 パラメータに関する考察 第2章で述べたように、アクチュエータの制約条件を式(8)、式(9)により連続関数で定義したが、これを不連続関数で定義した場合について、制御器のスケジューリングと制振性能

Fig.10 Simulation results against impluse disturbance

の関係を考察する。

吸振器質量変位に関する制約である式(8)を、

$$k_v = \begin{cases} k_{vl} & (|x_a| < 0.02) \\ 10 \cdot k_{vl} & (|x_a| \geq 0.02) \end{cases} \quad (23)$$

に、また、制御入力に関する制約である式(9)を以下の条件式に置き換える。

$$u = \begin{cases} q & (|q| < 0.25) \\ 0.25 & (|q| \geq 0.25) \end{cases} \quad (24)$$

制約を連続関数で定義した場合、パラメータ $p(t)$ は、 x_a および q の変動に応じて連続的に変化し、動作点における制御器のゲインスケジューリングを滑らかに行うのに対し、制約を不連続関数で定義した場合、パラメータ p_1 が最大値と最小値のみとなり、それに対応して制御器が切り替わることになる。

吸振器質量変位およびアクチュエータ推力に飽和が生じる大きさのインパルス外乱を構造物基礎部へ印加した際の時刻歴応答を図 10 に示す。図中、破線は制約を不連続関数で定義した GS 制御器の応答、実線は制約を連続関数で定義した GS 制御器の応答を表す。また、図 10 の (d), (e) はパラメータの変動の様子を比較するため、スケジューリングが積極的に行われている 1 秒までの時刻歴を拡大して示している。連続関数でスケジューリングした際の応答と比較して、不連続関数でスケジューリングした際の振動抑圧性能は若干劣化しており、制約を連続関数で定義することの有効性が確認できる。特に図 10(d) からわかるように、制約を式 (23) のような不連続関数で与えたことで、パラメータ p_1 が最大値と最小値の 2 値のみとなり、制御器のゲインが滑らかにスケジューリングされず、その結果、図 10(c), (e) に示されるように制御入力および、パラメータ p_2 が 0.5 秒付近でチャタリングを生じている。

5. 結言

吸振器質量変位とアクチュエータ推力に制約を有する ADVA を制振装置とする構造系について、制約を考慮した上で線形パラメータ依存モデルを導出し、LMI に基づく GS 制御を適用することにより、パラメータの変動に応じてスケジューリングされる制御器を得ることができた。また、設計した GS 制御器と従来の H_∞ 固定制御器との比較を地震外乱応答の数値計算により行った。その結果、制約に飽和が生じるような大きな地震外乱に対しては、 H_∞ 固定制御器では制振性能の劣化が認められたが、GS 制御器では十分な制振性能を確保することができ、アクチュエータに制約を有する際のアクティブ動吸振器に対する本設計手法の有効性が確認できた。また、アクチュエータの制約条件を連続関数で与えた場合と、不連続関数で与えた場合について考察を行い、連続関数を用いることの有効性を確認した。

今後は、多自由度構造物に対して本設計手法を適用した制御系を設計し、数値計算および実験により本手法の有効性を確認する予定である。

文 献

- (1) B.F. Spencer Jr. and M.K. Sain: Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback, IEEE Control Systems Magazine, December 1997, pp.19-35, 1997.
- (2) 吉田, 下郷, 西村: アクティブ動吸振器による不規則振動の最適制御 (制御特性およびロバスト性に関する理論的考察), 日本機械学会論文集 (C 編), 54-505, pp.2118-2124, 1988.
- (3) 蔭山, 奥田, 稲葉: 可変ゲインを用いた AMD ストロークサチュレーション制御に関する研究, 第 5 回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, 97-31, pp.46-49, 1997.
- (4) 藤田, 別所, 洞, 田中, 中村: リニアモータを用いた高層建物制振用アクティブ・マスダンパーの制御手法に関する研究, 日本機械学会論文集 (C 編), 64-620, pp.38-45, 1998.
- (5) 背戸, 滝田, 長松: 2 次元アクティブ・マス・ダンパによる塔状構造物の振動制御 (LQ 制御理論の応用とスピルオーバー不安定対策), 日本機械学会論文集 (C 編), 54-501, pp.1084-1089, 1988.
- (6) 清水, 三平, 古賀: 非線形 H_∞ 出力フィードバック制御器を用いた多自由度構造物の制振制御, 第 5 回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, 97-31, pp.197-200, 1997.
- (7) 清水, 久保田, 三平, 古賀: 非線形 H_∞ 状態フィードバックをもちいた線形システムに対する非線形制御則の一設計法, 計測自動制御学会論文集, 35-3, pp.333-339, 1999.
- (8) 高木, 西村: 入力制約を考慮したフィードバック補償器の一設計法, 第 37 回計測自動制御学会学術講演会予稿集, Vol.2, pp.331-332, 1998.
- (9) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J., Chilali, M.: LMI Control Toolbox, For Use with MATLAB, The MATH WORKS Inc., 1995.