軸方向すきま流を受ける弾性棒の流体励起振動*
(軸対称体に関する有限要素法による安定性解析)藤田 勝久*¹, 伊藤 智博*²Flow-Induced Vibration of a Flexible Rod Subjected to Axial Leakage Flow
(Stability Analysis by using F. E. M. on the Axisymmetric Rod)Katsuhisa FUJITA*³ and Tomohiro ITO*³ Osaka Prefecture University, 1-1, Gakuencho, Sakai-City, Osaka-Pref., 599-8531 Japan

Recently, the leakage-flow inside the mechanical structures such as rods in the cylinders, valves, seals and orifices, so on for controlling the flow volume and the fluid pressure tends to become larger aiming to increase the plant efficiency, which lead to the occurrence of the fluid-elastic instability of these structures. In this study, the fluid-elastic instability analysis procedure is proposed in order to establish the design criteria on protecting the key components from the flow-induced instability. The unsteady fluid force is derived theoretically for the simple segment and the equation of motion for the axisymmetric rods is conducted by the finite element method. Using these formulation the coupled equation of motion between fluid and structures is derived. The stability evaluation is performed using the Argand diagram obtained by plotting the real part and the imaginary part of the eigen value λ . Comparing the numerical values with the experimental values, this evaluation method is very efficient as the design criteria for the flow-induced instability.

Key Words: Vibration Coupled with Fluid Motion, Coupled Vibration, Stability, Self-Excited Vibration, Finite Element Method

1. 緒 言

近年, エネルギー関連機器などにおいては, 大型化, また経済効率を追って高圧, 高流速化が行われるにつれて, 構造物と流体との相互作用が大きな技術課題となってきた。特に, 高速の流れによって励起される機械・構造物の振動は, 場合によっては, 大きな振動トラブルの要因になり, 機械・構造物の信頼性を大きく損なうものである。

流体エネルギーを利用する機械では, 何らかの形で流量や圧力を制御する必要性から, ロッド, パルプ, シールやオリフィス等において, すきま流れが生じ, このすきま流れの流体エネルギーが構造系の振動に供給され, 振動・騒音などを発生して機械本来の所期の機能を損なうことになる場合がある。

軸方向すきま流による弾性棒の振動については, 今までかなりの研究がなされてきているが^{3(1)~(3)}, ここでは軸流を受ける弾性棒を軸対称体として, 有限要素法で扱い, 軸対称すきま流も Hobson の理論⁽¹⁾を基に有

限要素化し, 任意の構造断面とすきまを持つ振動系の安定性解析法を示す。各種の形状のすきまが弾性棒の振動の安定性に与える影響について, 数値解析結果と既報告^{(4)~(6)}の実験結果等の比較を行い, 流体関連振動トラブルの未然防止を目的としたデザイン・クライテリアを作成する為の有効な解法を提言する⁽⁷⁾。

2. 記 号

f : 付加減衰に比例する関数

g : 付加質量に比例する関数

k_{si} : 構造系の i 次モードばね

m_s : 構造系の有効質量

m_{si} : 構造系の i 次モード質量

$\{q\}$: 規準関数ベクトル $=\{Q\}e^{\lambda t}$

r : アニユラス部平均半径

s : $\omega R/w$

t : 時間

u : 円周方向流速

w : 軸方向流速

w_o : 定常流れに回復した時の軸方向流速

$[C_a]$: 任意流路断面内の流体による減衰行列

$[C_q]$: モード減衰行列

$[C_s]$: 軸対称弾性棒の減衰行列

* 原稿受付 1999年4月5日。

*¹ 正員, 大阪府立大学工学部 (〒599-8531 堺市学園町1-1)。

*² 正員, 三菱重工業(株) (〒676-8686 高砂市荒井町新浜2-1-1)。

E-mail: fujita@mecha.osakafu-u.ac.jp

- D : 円柱直径
 $\bar{F}$: 非定常流体力の振幅
 G : アニユラス部のすきま
 G_o : 定常流れに回復した場所のすきま
 $\bar{G}$: すきま変動の振幅
 $[I]$: 単位行列
 $[K_a]$: 任意流路断面内の流体による剛性行列
 $[K_q]$: モーダル剛性行列
 $[K_s]$: 軸対称弾性棒の剛性行列
 L : 当該部の構造系長さ
 M_a : 付加質量
 $[M_a]$: 任意流路断面内の流体による質量行列
 $[M_q]$: モーダル質量行列
 $[M_s]$: 軸対称弾性棒の質量行列
 P : 圧力
 P_L : 当該すきま部静圧
 P_∞ : 無限後方域の静圧
 R : 円柱半径
 $\{X_s\}$: 軸対称弾性棒の変位ベクトル
 Z : 軸方向座標
 $\{Z\}: \{q, \dot{q}\}^T$
 α : ディフューザ角度
 δ : ディフューザ効率 η のギャップ比 G/G_o に対する変化率 ($d\eta/d(G/G_o)$)
 $\varepsilon: L/R$
 ζ_a : 付加減衰
 ζ_{si} : 構造系の i 次モーダル減衰
 η : ディフューザ効率
 θ : 円周方向座標
 λ : 固有値
 $\mu: G/G_o$
 $\xi: R/G_o$
 ρ_f : 流体の密度
 ω : 構造系の固有円振動数
 ω_{si} : 構造系の i 次固有円振動数
 $[\Phi]$: モード関数行列
 $[\Phi]^T: [\Phi]$ の転置行列

3. 理論検討

3.1 すきま流の支配方程式と境界条件 図1に示すように流体を非圧縮、非粘性とし、アニユラス部のすきまは、円柱直径に比べて十分小さいと仮定すると、Hobson⁽¹⁾が提案した理論式と同様に、連続の式および弾性棒の運動方程式は次のように得られる。

$$\frac{\partial(G \cdot w)}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(G \cdot u)}{\partial \theta} + \frac{\partial G}{\partial t} = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

Fig. 1 Analytical model of leakage flow

$$\rho_f \frac{\partial(G \cdot w)}{\partial t} + \frac{\partial\{G(P + \rho_f \cdot w^2)\}}{\partial Z} + \frac{\rho_f}{r} \frac{\partial(Gw \cdot u)}{\partial \theta} - P \frac{\partial G}{\partial Z} = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\rho_f \frac{\partial(G \cdot u)}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial(Gwu)}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial\{G(P + \rho_f u^2)\}}{\partial \theta} - \frac{P}{r} \frac{\partial G}{\partial \theta} = 0 \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、 G はアニユラス部のすきま、 w は軸方向流速、 u は円周方向流速、 ρ_f は流体の密度、 P は圧力を示す。

すきま流を形成する流れの境界条件は次のような仮定をおく⁽¹⁾。

(i) 短い損失のないすきま流入部における取扱い(表1(a)の入口側に相当)；この場合、流れは、上流の速度が零の大容量の流体領域から全圧が一定の下に滑らかに流入してくると仮定する。

(ii) すきま流の自由流出時の取扱い(表1(a)の出口側に相当)；下流の出口部の点で圧力変動はないと仮定する。

(iii) すきま流入部における絞り部の取扱い(表1(b)に相当)；この場合、すきま流が滑らかに流れ込んで絞り部に至るまでは損失がないとし、絞り部で絞られた後アニユラス部に拡散すると仮定する。

(iv) すきま流出部における絞り部の取扱い(表1(c))；入口部における絞り部と同様に扱い、絞り部で絞られた後自由流体領域に拡散するとする。

(v) すきま流のディフューザ部の取扱い(表1(d))；ディフューザ効率を、定常流としてのすきま流の動圧が回復した状態において、下流無限遠の静圧を用いて定義する。この効率はすきまの大きさに伴い変動するとし、ディフューザの厚さ(後述するすきま G) を関数とすると仮定する。

3.2 各種のすきまにおける付加減衰、付加質量の解析 すきま流が非定常流体力として構造系の運動に与える付加減衰と付加質量はHobson⁽¹⁾によると次式のように与えられる。

$$\zeta_a = -I_m(\bar{F}) / (m_s \cdot 2\omega^2 \bar{G}) \quad \cdots \cdots (4)$$

Table 1 Design table of added damping and added mass of elastic rod in annulus with fluid

Annulus Configuration ⁽¹⁾	Added Damping ζ_a and Added Mass M_a ⁽¹⁾
<p>(a) Parallel</p>	$\zeta_a = \frac{\rho_f R^3}{m_s} \cdot \xi \cdot f(\epsilon, s), \quad M_a = \rho R^3 \cdot \frac{R}{G} g(\epsilon, s)$ $f(\epsilon, s) = (\pi/2s)(1 - \operatorname{sech} \epsilon) \left[\frac{1 + s^2(1 - \operatorname{sech} \epsilon)}{1 + (s \tanh \epsilon)^2} \right]$ $g(\epsilon, s) = \pi \left\{ \epsilon - \tanh \epsilon - \tanh \epsilon (1 - \operatorname{sech} \epsilon) \left[\frac{1 + s^2(1 - \operatorname{sech} \epsilon)}{1 + (s \tanh \epsilon)^2} \right] \right\}$
<p>(b) Upstream Constriction</p>	$\zeta_a = \frac{\rho_f R^3}{m_s} \cdot \xi \cdot f(\epsilon, \mu, s), \quad M_a = \rho R^3 \cdot \frac{R}{G} g(\epsilon, \mu, s)$ $f(\epsilon, \mu, s) = (\pi/2s)(1 - \operatorname{sech} \epsilon) \left[\frac{2\mu - 1 + \mu s^2(1 - \operatorname{sech} \epsilon)}{1 + (\mu s \tanh \epsilon)^2} \right]$ $g(\epsilon, \mu, s) = \pi \left\{ \epsilon - \tanh \epsilon + \mu \tanh \epsilon (1 - \operatorname{sech} \epsilon) \left[\frac{1 - 2\mu - \mu s^2(1 - \operatorname{sech} \epsilon)}{1 + (\mu s \tanh \epsilon)^2} \right] \right\}$
<p>(c) Downstream Constriction</p>	$\zeta_a = \frac{\rho_f R^3}{m_s} \cdot \xi \cdot f(\epsilon, \mu, s),$ $f(\epsilon, \mu, s) = (\pi/2s)(1 - \operatorname{sech} \epsilon) \left[\frac{\mu s^2(1 - \operatorname{sech} \epsilon) - \mu^2(1 - \mu)(1 + \operatorname{sech} \epsilon) + 1}{1 + (\mu s \tanh \epsilon)^2} \right]$
<p>(d) Diffuser</p>	$\zeta_a = \frac{\rho_f R^3}{m_s} \cdot \xi \cdot f(\eta, \delta, \epsilon, s), \quad \delta = d\eta/d(G/G_0)$ $f(\eta, \delta, \epsilon, s) = (\pi/2s)(1 - \operatorname{sech} \epsilon) \left[\frac{s^2(1 - \operatorname{sech} \epsilon)(1 - \eta) + (1 - \eta)^2 - (\delta/2)(\eta + \operatorname{sech} \epsilon)}{(1 - \eta)^2 + (s \tanh \epsilon)^2} \right]$

$$M_a = R_e(\bar{F})/(\omega^2 \bar{G}) \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 ζ_a と M_a はおのおの付加減衰と付加質量である。また、 $\bar{F}$ は非定常流体力の振幅、 $\bar{G}$ はすきま変動の振幅、 ω はすきま中で振動する構造系の円振動数、 m_s は構造系の有効質量を示す。

具体的には、式(1)～(3)を摂動法により線形化し、おのおのの境界条件に対して、ガラーキン法を適用することによって、各流路形状に対して、表1に示すような防振のためのデザインテーブルが、Hobsonの提案する式⁽¹⁾を整理すると得られる。なお、表1(d)のDiffuserに対する式は、Hobsonの考え方にもとづいて筆者らが導出したものであり、導出過程の考え方を付録として論文の末尾に示す。

ここに、表1において、 $s = \omega R/w$ で、 ω は構造系の円振動数、 w は当該のすきま部の軸方向流速、 R は当該のすきま部の構造系の半径である。 $\xi = R/G_0$ で、 G_0 は定常流れに回復した場所のすきまである。 $\epsilon = L/R$ で、 L は当該の構造系の長さである。 $\mu = G/G_0$ で、 G は当該部のすきまである。 $\eta = (P_\infty - P_L)/1/2\rho_f w_0^2$ であり、 P_∞ は無限後方域の静圧、 P_L は当該すきま部の静圧、 w_0 は定常流れに回復したときの軸方向流速である。また、 δ はディフューザ効率 η のギャップ比 G/G_0 に対する変化率である。

3・3 流体構造物連成複素固有値解析と安定判別

前述のすきま平行部、絞り部やディフューザ部等で形成される任意流路断面における、任意形状を持つ軸対称弾性棒について流体連成振動解析を行う。軸対称弾性棒の運動方程式に前述の流体による付加減衰、付加質量を加えると、連成振動時の運動方程式は次式のようなになる。

$$([M_s] + [M_a])\{\ddot{X}_s\} + ([C_s] + [C_a])\{\dot{X}_s\} + ([K_s] + [K_a])\{X_s\} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $[M_s]$ 、 $[C_s]$ 、 $[K_s]$ は軸対称弾性棒の質量、減衰、剛性行列であり、 $[M_a]$ 、 $[C_a]$ 、 $[K_a]$ は任意流路断面内の流体による質量、減衰、剛性行列であり、 $\{X_s\}$ は軸対称弾性棒の変位ベクトルを示す。具体的には、式(6)は軸対称の流路すきまと弾性棒を有限要素長さで軸方向に分割、離散化し、さらに表1を用いて定式化した式である。例えば、流体付加減衰については、各有限要素長さごとに表1を用いて付加減衰の値を求め、これを付加減衰マトリクス $[C_a]$ の対角項に入れている。すなわち、ここでは、流れ方向の連成効果は無視している。また、表1の式は軸直角方向の並進運動に対する式であるため、軸の回転の自由度は、式(6)では考慮していない。 $[M_a]$ 、 $[K_a]$ も $[C_a]$ 同様対角マトリクスである。

式(6)の $\{X_s\}$ は、真空中での軸対称弾性棒の無減

衰時のモード関数の重ね合わせで表示されたとすると次式が得られる。

$$\{X_s\} = [\Phi]\{q\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $[\Phi]$ はモード関数行列、 $\{q\}$ は規準関数ベクトルを示す。式(7)を式(6)に代入し、両辺に左から $[\Phi]^T$ を乗ずると次式が得られる。

$$[M_q]\{\ddot{q}\} + [C_q]\{\dot{q}\} + [K_q]\{q\} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} [M_q] &= [\Phi]^T [M_s] [\Phi] + [\Phi]^T [M_a] [\Phi] \\ [C_q] &= [\Phi]^T [C_s] [\Phi] + [\Phi]^T [C_a] [\Phi] \\ [K_q] &= [\Phi]^T [K_s] [\Phi] + [\Phi]^T [K_a] [\Phi] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

であり、式(9)の $[M_q]$ 、 $[K_q]$ の右辺第1項は直交化することができ、対角項のみが非ゼロの行列となり、その成分は、 m_{si} 、 k_{si} で構造系のモーダル質量、モーダルばねである。また、式(9)の $[C_q]$ の第1項も近似的に直交化できるとすると、対角要素に $2\xi_{si}\omega_{si}$ が得られる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} [\Phi]^T [M_s] [\Phi] &= \begin{bmatrix} \ddots & 0 \\ & m_{si} \\ 0 & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Phi]^T [K_s] [\Phi] &= \begin{bmatrix} \ddots & 0 \\ & k_{si} \\ 0 & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

と直交化することができ、また

$$[\Phi]^T [C_s] [\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & 0 \\ & 2\xi_{si}\omega_{si} \\ 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

と近似的におくことができる。ここに、 m_{si} 、 ξ_{si} 、 k_{si} 、 ω_{si} は構造系だけのモーダル質量、モーダル減衰、モーダルばねおよび固有円振動数である。なお、表1に従って流れ方向の連成を無視して求めた $[M_a]$ 、 $[C_a]$ 、 $[K_a]$ は対角マトリクスであるため、式(9)における $[M_q]$ 、 $[C_q]$ 、 $[K_q]$ も対角マトリクスである。

式(8)を変形すると次式が得られる。

$$-\begin{pmatrix} -[C_q] & -[M_q] \\ [I] & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} [K_q] & 0 \\ 0 & [I] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $[I]$ は単位行列である。式(12)で、 $\{Z\} = \{q, \dot{q}\}^T$ とおき、 $\{q\} = \{Q\}e^{\lambda t}$ とすると、 $\{\dot{q}\} = \lambda\{q\}$ であり、 $\{\dot{Z}\} = \{\dot{q}, \ddot{q}\}^T = \lambda\{Z\}$ の関係を用いると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\lambda \begin{pmatrix} -[C_q] & -[M_q] \\ [I] & 0 \end{pmatrix} \{Z\} \\ & + \begin{pmatrix} [K_q] & 0 \\ 0 & [I] \end{pmatrix} \{Z\} = 0 \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

式(13)より、固有値方程式は次のようになる。

$$\left| \begin{pmatrix} [K_q] & 0 \\ 0 & [I] \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} -[C_q] & -[M_q] \\ [I] & 0 \end{pmatrix} \right| = 0 \quad \dots\dots (14)$$

式(14)の固有値 λ の実数部 $R_e(\lambda)$ と虚数部 $I_m(\lambda)$ をそれぞれ横軸、縦軸にとり、流速をパラメータとすると複素固有値 λ の根軌跡(すなわち、Argand線図⁽²⁾)が得られ、実数部 $R_e(\lambda)$ は $e^{\lambda t}$ の振幅を左右する減衰を表し、 $I_m(\lambda) \neq 0$ でかつ $R_e(\lambda) < 0$ であれば動的安定、 $R_e(\lambda) > 0$ であれば動的に不安定、すなわち自励振動(フラッター等)となる。一方、虚数部は振動数を示し、 $I_m(\lambda) = 0$ となる実数部 $R_e(\lambda)$ 軸上で、かつ $R_e(\lambda) > 0$ のとき静的に不安定となる。

4. 実験

4.1 付加減衰の実験

4.1.1 実験装置

図2に実験装置の概略諸元を示す。本装置は同心状の二重円筒構造になっており、中央に供試円柱を配置し、外側を円筒容器で囲んでいる。このアニュラス流路のすきまを流体が軸方向に流れる構造になっている。供試円柱は、長さ304 mm、外径44 mmでありアルミニウム製である。この上端部および下端部は、長さ約400 mm、外径9 mmのステンレス製の細い弾性棒で支持されている。

このようにすることにより、供試円柱自身の剛性は細い支持弾性棒の剛性と比べて十分高くなり、供試円柱の変形は無視できる程度であった。したがって、供試円柱の質量と細い弾性棒の剛性によるばねからなる振動系とみなすことができ、さらに並進振動とロッキング振動のうち、ロッキング振動の固有振動数は並進振動の固有振動数より十分高くなり、並進振動によって付加減衰効果を評価できるようになった。

また、この供試円柱と細い支持弾性棒の結合部は段付き構造になるので、この部分で流れのはく離等が生

Fig. 2 Test apparatus

じ、本実験のねらいと関係のない流体力が外乱として発生するのを防ぐため、細い弾性棒の外側に供試円柱と等しい外径を有するアルミニウム製パイプの覆いを設置した。このダミーパイプには、供試円柱とは接触しないようわずかなすきまを持たせて、流れの乱れを最小限に抑えるよう配慮した。

供試円柱の外側には、アニュラス流路を構成するため、内径 48 mm の透明アクリル製円筒容器を設置した。透明アクリル容器は変形を防止するため十分剛な厚肉とした。その両端部には多孔円筒を内蔵したヘッダーを設け、流体の乱れを小さくするよう配慮した。これにポンプからの給排水管を連結する構造となっている。また、透明アクリル内筒容器は内径が一樣なものとしてパ付きのものとの 2 種類を用いた。テーパ角度は片側で 6° である。アニュラス流路の形状は、平行流路、ディフューザ、ノズル、下流絞り、上流絞りの 5 種類とし、実験を行った。テーパ付きの円筒容器を用いて、ディフューザ、ノズル形状を模擬し、供試円柱の一端に断面形状が 1 mm 4 角のリングを取り付けることにより、下流絞り、上流絞り状態を模擬した。

供試円柱の振動は、円柱内部に挿入した 2 方向加速度計によって計測した。また、流体は常温常圧の水を用い、流速はオリフィスを利用した流量計によって求めた。

4・1・2 実験条件および方法 アニュラス流路形状は、前述のように 2 種類の透明アクリル円筒容器、供試円柱および 4 角のリングを組合わせて、5 種類とした。

それぞれのアニュラス形状について、アニュラス部の流速が約 4~6 m/s 程度の範囲まで、流速を数段階に上昇させて、おのおのの流速の状態に保って、供試円柱を外部から細い棒を用いてタッピングを行い、自由振動させ、そのときの自由振動減衰波形から減衰比を求めた。また、併せてその状態の流れによる供試円柱の振動振幅も計測した。ただし、ディフューザの場合および下流絞りの場合の実験では、後で実験結果を説明するが、流速がある値より大きくなると、流れによる振動が不安定な振動に突入するので、前述の細い棒に工夫を加えて、供試円柱を強制的に一時静止させた後、すばやく拘束を解いて、その時の発生する振動波形から負の減衰を評価した。なお、絞りの場合のアニュラス流速は、絞り部の流速を採用した。

4・1・3 実験結果 流動振動試験に先立ち、空気中および静止水中での供試円柱の振動特性を求めた。タッピングにより、固有振動数と減衰比を求めた結果を表 2 に示す。

Table 2 Experimental value of the natural frequency and damping ratio

	Natural Freq. (Hz)	Damping Ratio (%)
In Air	25.0	app. 2.2
In Water	11.0	app. 4.3

Fig. 3 Analytical value of the damping ratio for the various annulus configuration

図 3 に、前述の 5 種類のアニュラス流路形状に対して実験により求めたアニュラス部流速と減衰比の関係を白抜き記号で示す。なお、この図 2 には、5 章の数値計算および考察のところで詳しく述べるが、黒塗りの記号で、3 章の理論検討のところで述べた表 1 に基づく解析解による計算値を併記している。

また、図 2 に関連して、図 4、5 にタッピングによって得られた流水中の振動波形と周波数分析結果の代表例を示す。図 4 は下流絞りの場合で、図 5 はディフューザの場合であるが、ディフューザの場合、4.0 m/s の流速から振動が不安定になっていることがわかる。これらの減衰振動波形または成長する振動波形より減衰比を求めた。さらに、図 6 は、ディフューザの場合について、アニュラス部流速と供試円柱の流動による振動振幅の関係を示す。流速 3.5 m/s 付近より加速度振幅が急増していることがわかる。なお、不安定な振動状態の供試円柱の振動軌跡を丸印の中に示した。

以上より、図 3 に示すように、平行流路、ノズル、下流絞りの 3 種類の場合については、円柱の減衰比は流速の増加とともに増す傾向にあるが、ディフューザおよび上流絞りの場合は、逆に減少傾向にあり、それぞれ流速 3.5 m/s、5.5 m/s 付近から減衰比が負となっ

Fig. 4 Time history and frequency spectrum for the downstream construction

Fig. 5 Time history and frequency spectrum for the 6° diffuser configuration

Fig. 6 Acceleration response of simply supported elastic rod with 6° diffuser configuration

ている。すなわちディフューザ、上流絞りの場合は、流速がある一定値を超えると振動が急増する、いわゆる自励的な振動が生ずることを示している。これは、図6の結果からも理解できる。

Fig. 7 Analytical model of long axisymmetric rod subjected by leakage flow

4・2 軸対称弾性棒を用いた軸方向すきま流振動実験

4・2・1 実験装置 図7に、実験装置の概略諸元を示す。この図7において、長さ1550 mm、外径8 mmのステンレス製の細長い軸対称弾性棒が中央に配置されている。この軸対称弾性棒の外側に、十分剛なステンレス製の同心円筒容器が設置され、これらによって形成されるアニュラス形状の流路のすきまを、流体が軸方向に流れる構造になっている。軸対称弾性棒は上下の広い流体領域で単純支持されている。アニュラス形状の流路の詳細は以下に述べるように、外筒の内径は一樣ではなく、最も内径の小さい15 mmの部分は長さが930 mmで軸対称弾性棒が同心状態で配置されている。流れは、図7において下方から入り上方に流出する。内径15 mmの流路の上流側の外筒内径は80 mmであり、下流側の外筒内径は150 mmであり比較的広い流路となっている。内径15 mmの流路の流出端は短いディフューザ構造となっている。この実験装置は、必ずしも3章の理論検討の立証の為に装置ではなかったが、この実験により、3章のところで述べた、任意流路断面における任意形状を持つ軸対称弾性棒に対する連成複素固有値解析と安定判別の評価式の妥当性を比較、検証できると考えられる。

4・2・2 実験条件と方法 使用流体は、常温常圧水であり、軸対称のアニュラス部の流速を13 m/sまで段階的に増していき、おのおのの流速条件の状態で軸対称弾性棒の振動振幅を、棒の内部に埋め込んだ加速度計で計測した。

4・2・3 実験結果 図8に、軸対称弾性棒の加速度振幅とアニュラス部の流速との関係を示す。流速を

Fig. 8 Relation between vibration amplitude and velocity on long axisymmetric rod subjected by leakage flow

Fig. 9 Evaluation of critical velocity of fluid-elastic vibration for diffuser configuration

増加させていくと、5～6 m/s 付近で振幅が急増し、ランダム振動応答の特徴である流速の二乗に比例する振幅の応答から離れ、さらに急激な増加を示すことがわかる。

5. 数値計算および考察

5.1 付加減衰の検討 表1に示す各種流路形状について、流速をパラメータとして、3章で述べた解析方法によって流体による付加減衰を計算し、4章で示した実験による結果との比較を図3に示したが、これらの比較により、表1の評価式は実験で用いた寸法諸元の範囲では両者はよく一致すると考えられる。また、ディフューザ部および上流側に絞りがある場合、流速がある限界値以上では減衰比が負になり、一方、平行流路や下流絞りの場合には、減衰比が常に増加傾向にあることが、実験・解析の両方で示され、これからも表1の評価式がほぼ妥当であることがわかる。なお、ディフューザ効率 η については、図3の6°ディフューザに関する解析では、円形広がり管のデータ⁽⁹⁾を参考にして、 $\eta=0.75$ を採用した。表1の評価式において、アニュラス部のすきまが非常に小さく、半径方向速度は零と仮定して計算している。それゆえ、すきまが大きくなると精度が悪くなると予測されるが、付

Table 3 Natural frequencies and vibration modes of simply supported rod in still water

	1st Mode	2nd Mode
Mode (Cal.)	Downstream Upstream
Natural Freq		
Cal. (Hz)	11.0	17.5
Exp. (Hz)	11.0	19.0

加減衰の絶対値が低下するので、実用的には問題になる場合が少ないと考えられる。

5.2 軸対称体の振動の安定評価 数値計算例として、二つの場合のすきま流モデルについて述べる。

第一の数値解析例は、4.1節で述べた図2に示すように、両端弾性支持された軸対称棒の中央に6°の末広がりディフューザを中央に配置し、両端の支持部の流体乱れを防止するため、端部はダミー管で覆われたすきま流モデルについての数値計算値と実験値との比較である。

図9は、図2の寸法諸元のすきま流路断面をもつ軸対称棒について、式(14)に従って、流速をパラメータに与えて、各流速に対して複素固有値解析を行い、その実数部 $Re(\lambda)$ と虚数部 $Im(\lambda)$ の値をおのおののすきま流速に対して○印でプロットし、根軌跡(Argand線図)を作成したものである。同時に、この図9の安定領域から不安定領域に移行する付近において、流速をパラメータにとって実験値を×印で示している。両者の限界流速に少し相違が認められるが、この原因は計算で用いた4%の構造減衰の評価に含まれる精度等も影響していると考えられる。なお、これは図6の実験による加速度振動応答値がランダム振動応答から流力弾性不安定振動応答に移行するデータから、求めた値である。

このときの静止水中の固有振動数と固有振動モードは、表3に示すとおりであり、数値計算値と実験値はほぼ一致している。また、図5のように加速度振動応答の周波数分析結果は、一次モードの成分がほとんどであることがわかる。なお、並進振動である一次モード形が、完全に幾何学的に並進でないのは、下流のディフューザ部の流体付加質量が上流に比べて小さいためである。

第二の数値解析例として図7に示す細長い円形の弾性棒がすきま流を受ける場合について、その流動による安定、不安定について検討する。

Fig. 10 Complex eigenvalue diagram (Argand diagram) of long axisymmetric rod subjected by leakage flow

図10に根軌跡(Argand線図)を示すが、一次モードについては、すきま流が6 m/sから7 m/sに至るところで動的に不安定になることがわかる。図7の実験モデルによる流弾性不安定振動の発生限界流速は、図8の実験結果に示すように約5.5 m/s~6 m/sで、ランダム振動応答から急激な不安定振動になっており、数値計算と実験値が比較的良好に一致することがわかる。

6. 結 論

軸対称すきま流における流路断面形状の種類によっては、比較的並進的な剛体構造系の振動に対して、流体による付加減衰がある限界すきま流速以上になると負減衰力になることを示し、振動トラブル未然防止のデザイン・クライテリアになることを示した。

また、これらの各種すきまの任意流路断面を有限要素法的に取扱い、任意断面をもつ軸対称弾性棒も有限要素化し、両者を連成させた複素固有値解析法を示し、複素固有値 λ の根軌跡(Argand線図)を利用した安定判別法は、流体励起振動の有効な未然防止のための限界流速を評価するデザイン・クライテリアであることを述べた。

すきま流における各種流路断面での付加減衰、付加質量をHobson⁽¹⁾の論文をそのまま流用する形で、連成振動解析法を示したが、さらなる精度向上のためには、これらをさらに精度向上させる解析的検討、また、著者らがすでに報告⁽⁶⁾した、最近進展著しいCFD技術の採用をはかれば、より工学的にかつ工業的に有用な流体励起振動の未然防止に関するデザイン・クライテリアの充実がはかれるといえる。

付録 ディフューザに対する 付加減衰の導出⁽¹⁾

ここでは、Hobsonによって示された付加減衰の導出過程をディフューザを例にとりて示す。

(1) 摂動法の適用 アニユラス部のギャップ G 、軸方向流速 w 、周方向流速 u 、流体圧力 p の摂動項を、それぞれ g' 、 w' 、 u' 、 p' とし、本文の式(1)~(3)に代入すると、摂動項での流れの運動方程式が得られる。このとき、周方向の平均流速は零と仮定する。なお、 G_0 、 w_0 は G 、 w の平均値を示す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w'}{\partial z} + (1/r) \frac{\partial u'}{\partial \theta} \\ &= -(1/G_0) \frac{\partial g'}{\partial t} - (w_0/G_0) \frac{\partial g'}{\partial z} \\ \rho_f \frac{\partial w'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (p' + 2\rho_f w_0 w') \\ &+ (\rho_f w_0/r) \frac{\partial u'}{\partial \theta} \\ &= -(\rho_f w_0/G_0) \frac{\partial g'}{\partial t} \\ &- (\rho_f w_0^2/G_0) \frac{\partial g'}{\partial z} \\ \rho_f \frac{\partial u'}{\partial t} + \rho_f w_0 \frac{\partial u'}{\partial z} \\ &+ (1/r) \frac{\partial p'}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

(2) ガラーキン法の適用 軸対称弾性棒が角振動数 ω で正弦波振動をしていると仮定し、 g' 、 w' 、 u' 、 p' を次式で表す。ここに、 $\bar{G}$ 、 $\bar{w}$ 、 $\bar{u}$ 、 $\bar{p}$ は摂動の振幅を表し、 $j=\sqrt{-1}$ である。

$$\left. \begin{aligned} g' &= \bar{G} \cos \theta \cdot \exp(j\omega t) \\ w' &= \{ \bar{w}_1 \exp(\alpha_1 z) + \bar{w}_2 \exp(\alpha_2 z) + \bar{w}_3 \exp(\alpha_3 z) \} \\ &\times \cos \theta \cdot \exp(j\omega t) \\ u' &= \{ \bar{u}_1 \exp(\alpha_1 z) + \bar{u}_2 \exp(\alpha_2 z) + \bar{u}_3 \exp(\alpha_3 z) \} \\ &\times \sin \theta \cdot \exp(j\omega t) \\ &- (j\omega r/G_0) \bar{G} \sin \theta \cdot \exp(j\omega t) \\ p' &= \{ \bar{p}_1 \exp(\alpha_1 z) + \bar{p}_2 \exp(\alpha_2 z) + \bar{p}_3 \exp(\alpha_3 z) \} \\ &\times \cos \theta \cdot \exp(j\omega t) \\ &+ \bar{G} (\rho_f \omega^2 r^2/G_0) \cos \theta \cdot \exp(j\omega t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

式(16)を式(15)に代入し、整理すれば、係数 $\alpha_1 \sim \alpha_3$ 、 $\bar{u}_1 \sim \bar{u}_3$ 、 $\bar{p}_1 \sim \bar{p}_3$ を $\bar{w}_1 \sim \bar{w}_3$ で表すことができる。

(3) 境界条件

(i) 入口側 入口では、損失のない流入を仮定する。線形化したベルヌーイの式を摂動成分で表し、また、非回転を仮定し、式(16)を代入すると次式を得る。

$$\rho_f w_0 (\bar{w}_1 + \bar{w}_2 + \bar{w}_3) + (\bar{p}_1 + \bar{p}_2) = -\bar{G} (\rho_f \omega^2 r^2/G_0) \dots\dots\dots (17)$$

(ii) 出口側 出口側では、アニユラス部の動圧の一部が回復すると仮定する。ディフューザ効率を η とすると次式を得る。

$$p_{\infty} - p_L = \eta \rho_f w^2 / 2, \dots \dots \dots (18)$$

ここに, p_{∞} は下流無限遠の静圧である. また, η はアニュラスギャップ g' の関数と仮定し, $\eta' = d\eta/dG \cdot g'$ と表す. さらに, ディフューザ効率の変化率 $\delta (= d\eta/d(G/G_0))$ を導入し, 式(18)の摂動成分の式に代入し整理すると次式を得る.

$$\begin{aligned} & \eta \rho_f w_0 \bar{w}_1 \cdot \exp(\varepsilon) + \eta \rho_f w_0 \bar{w}_2 \exp(-\varepsilon) \\ & + \bar{p}_1 \exp(\varepsilon) + \bar{p}_2 \exp(-\varepsilon) \\ & = \rho_f (-\delta w_0^2 / 2 G_0 - \omega^2 r^2 / G_0) \bar{G}, \quad \varepsilon = L/r \\ & \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

(4) 弾性棒への流体付加減衰 弾性棒に働く非定常流体力 $\bar{F}$ は, 圧力 p' を全表面にわたって積分して得られ, $\bar{p}_1 \sim \bar{p}_3$, $\bar{G}$ で表される. 上記(2)項で得られた式および境界条件式(17), (19)を連立させて解くことにより, $\bar{p}_1 \sim \bar{p}_3$ が得られる. 最終的に, 付加減衰

は, 式(4)から求めることができる.

文 献

- (1) Hobson, D. E., Proc. of BNES, 3rd Int. Conf. on Vibration in Nuclear Plant, Keswick, U. K. (1982), 440-461.
- (2) Paidoussis, M. P., ほか2名, *J. of Applied Mech.*, **52** (1985), 389-396.
- (3) Inada, H. and Hayama, S., *JSME Inter. J., Ser. III*, **31-1** (1988), 39-47.
- (4) 藤田勝久, 伊藤智博, 機講論, No. 910-39 (III B) (1991-7), 192-195.
- (5) Fujita, K. and Ito, T., *ASME PVP*, **244** (1992), 33-43.
- (6) Fujita, K., ほか3名, *ASME PVP*, **273** (1994), 133-143.
- (7) 藤田勝久, 伊藤智博, 機講論, No. 98-8 I (1998-8), 741-744.
- (8) Chen, S. S., ほか2名, *J. of Applied Mech.*, **43** (1976), 325-329.
- (9) 日本機械学会, 機械工学便覧(改訂第6版), (1977), 45-78.