正弦波励振を受ける剛体ブロック構造物のロッキング振動特性*

鄭 萬 溶^{*1}, 鈴木 浩 平^{*2}A Study on Rocking Vibration of Rigid Block Structure
Subjected to Sinusoidal ExcitationMan Yuong JEONG^{*3} and Kohei SUZUKI^{*3} Numazu College of Technology, Dept. of Electronics and Control Engineering,
Ooka 3600, Numazu-shi Shizuoka-ken, 410-8501 Japan

This paper deals with rocking response behavior of rigid block structure subjected to horizontal excitation. A strict consideration of impact and friction between block and base is essential to identify the system parameters because the impact motion and sliding motion were influenced greatly by the rocking behavior. Therefore, not only restitution coefficient between block and base but also kinetic friction coefficient between those should be included in the modeling of rocking system. The program was developed to be able to simulate the responses of block subjected to simultaneous horizontal sinusoidal excitations. By using this program, rocking responses were numerically calculated by the nonlinear equations for rocking system. From the results of response simulation and experiment the following results were obtained, the rocking responses are affected with impact motion due to restitution and friction and provide very complex behavior, the toppling condition of block is also influenced on the impact motion, and so on.

Key Words: Rocking, Nonlinear Vibration, Sliding Motion, Energy Dissipation, Rocking Mode

1. 緒 言

1995年1月に生じた兵庫県南部地震では、建築物内に設置されていた冷蔵庫、書庫などの家具類、墓石、立方形の石材遺跡、さらには生産企業における工作機械やコンピュータシステムをはじめとする剛体構造物がロッキング振動によって転倒したり、移動することによる被害報告も多く、今後の耐震対策の重要性が改めて認識されている。特にコンピュータの転倒による制御システムの麻痺は大規模の二次災害を呼び起こす恐れがあるため、耐震装置の開発などが活発に進められている。しかし、剛体ブロック形建造物の挙動に関する詳細な研究は数少なく、多くの未解決の課題が残されている。

従来の研究では、構造物とそのベースが剛体であり、滑り運動が起こらない程度の大きい摩擦力の作用を仮定するかまたは理想的摩擦条件の元で解析を行っている^{(2)~(7)}。しかし、実在する剛体ブロック構造物のロ

ッキング振動がそのような安定した環境下で生じるとは限らず、各種構造物固有の設置条件下においての剛体運動として解析する必要がある。そのためにはさまざまな条件での挙動の変化を実験的に詳細に検討し、ロッキング振動挙動を精細に把握することが必要となる。剛体のロッキング振動の実験的考察によって得られた特性は理論的解析におけるロッキング振動系のモデル化に用いることは重要である。前報においては、ロッキング振動実験と線形モデルを用いた応答解析を行い、双方の比較による考察を行った。しかし、線形モデルでは滑りを伴った実験結果を再現できなく、滑り運動や衝突の非線形性に対する評価もできなかった。

そこで、本研究では正弦波入力によるロッキング振動実験および滑り運動を考慮にいたれた非線形ロッキングモデルを用いた応答解析を行い、提案する力学モデルの妥当性と実用性を検討する。次に、ロッキング振動実験で不可避免的に生じる接触条件による振動応答の非再現性について究明し、解析モデルに与える影響についても明らかにする。さらに、滑りがロッキング振動に与える影響を位相線図とエネルギーの視点から考察している。

* 原稿受付 1998年3月20日。

^{*1} 正員、沼津高専電子制御工学科 (〒410-8501 沼津市大岡3600)。^{*2} 正員、東京都立大学工学部 (〒192-0397 八王子市南大沢1-1)。

E-mail: jeong@ece.numazu-ct.ac.jp

2. ロッキング振動実験

最初に、ブロック構造体のロッキング振動特性を調べるため振動実験を行った。実験はブロックとベース間の摩擦力と接触状態がロッキング応答に与える影響に着目し、“シートなし”と“シートあり”の両条件で行った。“シートあり”とは厚さ約1mmの滑り止め用のラバーシートをベースの表面に固定した状態での接触をいう。

2・1 供試体 加振実験には、従来の報告から気象庁震度階で5.0程度の地震で寸法比 $H/B=4$ の家具、墓石などの自由支持の構造物の転倒が生じていることから、ブロックのロッキング開始条件としてのベース面上での水平加速度入力を $g/4 \approx 250 \text{ Gal}$ と想定する。そのために、供試体を幅 $B=50 \text{ mm}$ 、高さ $H=200 \text{ mm}$ 、奥行き $L=100 \text{ mm}$ の寸法形状の S 55 C ブロックとして製作した。また、この寸法比は非線形ロッキング特性によく現れる滑り運動が生じやすい条件を伴うように選んでいる。ブロックの重さ W は 7.81 kgf であり、ブロックの大きさパラメータ R (後述図6参照) は 103.1 mm である。形状角(ブロックの縦横寸法比に関する角) ϕ は 0.245 rad である。

2・2 計測装置 計測装置の概要を図1に示す。加振実験では、ベースプレートとブロックの頂部に加速度計を取付けてその加速度を計測する。また、ベースプレートから 26 mm 、 69.5 mm と 113 mm の高さにそれぞれレーザ変位計 A、B、C を設置し、おのこの水平変位を計測する。ブロックの回転変位は二つのレーザ変位計から測定された水平変位から式(1)で計算される。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{d_2 - d_1}{h} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{d}{h} \right) \dots \dots \dots (1)$$

また、図1に示されているようにレーザ光遮断膜を設けてレーザ光の干渉による誤差発生を防ぎ、レーザ変位計 B からは滑り発生有無を計測するため直流信号

Fig. 1 Outline of measuring system

を取る。また、この計測装置を含む実験装置の構成概要を図2に示す。三つのレーザ変位計によって計測された測定データの一例を図3に示す。今回の実験では、滑りによる変位を取り出すため、三つのレーザ変

Fig. 2 Set up of experimental equipments

Fig. 3 Measured horizontal displacement by laser sensors ($f=8 \text{ Hz}$, $Amp=0.86 \text{ g}$, without-sheet)

Fig. 4 Experimental rocking responses ($f=7 \text{ Hz}$, $Amp=1.15 \text{ g}$, without-sheet)

Fig. 5 Experimental rocking responses ($f=10 \text{ Hz}$, $Amp=1.28 \text{ g}$, with-sheet)

位計を用いたが、実際にはノイズと滑りによる水平変位を取分けることが難しく、考察に利用するまでには至らなかった。そこで、レーザ変位計 B の役割を滑り発生判定だけに制限した。

2.3 ロッキング振動実験 ロッキング振動実験では、“シートなし”と“シートあり”の両条件で自由振動実験と強制振動実験を行った。自由振動実験はブロックとベースの接触状態、すなわち、励振力が加わらないときのエネルギー消費の度合を示す反発係数を評価するために行い、シミュレーションを行った結果、衝突時の反発係数はシートなしの場合に 0.926 となり、シートありの場合に 0.956 となった。自由振動実験結果については前報を参照されたい⁽¹⁾。また、強制振動実験では、5 Hz から 10 Hz までの範囲で 1 Hz 刻みに加振振動数を変え、正弦波入力によりロッキング開始から転倒に至るブロックの挙動を振幅を増加しながら調べている。ただし、本実験では、9 Hz と 10 Hz の高域振動数では、加振機の性能上、ブロックが転倒に至るまでの入力レベルでの加振が不可能であったため、加振可能な振幅範囲内で励振している。ロッキング振動実験結果の一例を図 4 と 5 に示す。これらの図において縦軸は計測された回転変位をブロックの形状角で割った (θ/ψ) 一般化角変位である。

図 4 に示された 2 波形は“シートなし”で励振振動数 $f=7$ Hz、励振振幅 $Amp=1.15$ g の実験ロッキング応答であり、図 5 の 2 波形は“シートあり”で励振振動数 $f=10$ Hz、励振振幅 $Amp=1.28$ g の実験ロッキング応答である。両図から比較的大きな振幅の入力に対する応答では同一振幅条件下でも異なった応答を示していることがわかる。このことはブロックとベースの接触状態の微小差異や滑り運動から起因すると考えられる。一般的には、滑り運動が顕著な“シートなし”のロッキング応答では、比較的小さな励振振幅に対しても毎回異なった応答を示したのに対し、“シートあり”の場合には、比較的小さな入力に対する再現性は良好となる。しかし、この場合でも入力振幅が大きくなると応答の再現性が悪くなる。特に、実験応答の再現性は応答の位相の変化が入力の位相の変化に追いつかなくなる (1, 1) モード以上の応答領域で悪くなる。ここで、(1, 1) モードとは、入力が 1 周期加わる間に応答が 1 周期励起されるロッキング定常応答を意味する。

3. 非線形ロッキングモデル

ブロックのロッキング振動では、滑りを考慮することによって回転運動は“回転”、“滑り-回転”の二

Fig. 6 Rocking model of rigid block structure

つに分け、衝突は“回転からの衝突”と“滑り-回転からの衝突”に分けて考えている。また、それぞれの衝突に対しても“滑りなしの衝突”と“滑り発生時の衝突”に分けてモデル化を行った。ここで用いられたロッキングモデルについて以下に述べる。

3.1 ブロックの回転 滑り運動を考慮する場合、垂直と水平入力を同時に受けるブロックのロッキング振動は、図 6 のように、ベースから見たブロック重心の相対水平変位 x 、相対垂直変位 y と回転変位 θ で表すことができる。

ブロック底面とベース表面との接触が完全に滑らかで、ブロックは O, O' 以外の支点をもたないとする。ベースの水平方向に $a_x(t)$ 、垂直方向に $a_y(t)$ の加速度入力を加えると、 O, O' まわりの水平方向の慣性力による回転モーメントが、ブロックの重力と垂直方向の慣性力による回転モーメントを越えたときに、ブロックはロッキングを始める。すなわち、水平加速度入力と垂直加速度入力が同時に加わるときのロッキング開始条件は次のようになる。

$$a_x > \frac{B}{H}(g + a_y) \quad (2)$$

ここで、 g は重力加速度である。

また、ブロックとベース間の水平力の総和を f_x とし、垂直力の総和を f_y とすると、 f_x と f_y はそれぞれ次のようになる。

$$f_x = m a_x(t) + m \ddot{x} \quad (3)$$

$$f_y = m \ddot{y} + m a_y(t) + m g \quad (4)$$

回転時にブロックが滑り出す条件は

$$\mu_s \leq \left| \frac{\ddot{x} + a_x}{\ddot{y} + a_y + g} \right| \quad (5)$$

となる。ここで、 μ_s は静摩擦係数である。また、ブロックが滑り出してから f_x, f_y とブロックとベースの間の動摩擦係数 μ_k の関係は次のように表される。

$$f_x = -S(\dot{x}_o) \mu_k f_y \quad (6)$$

また、点 O と点 O' 回りの回転運動に対する運動方程

式は次式になる。

$$I\ddot{\theta} = -(m\ddot{y} + ma_v + mg)R\{S(\theta)\sin(\psi - |\theta|) + S(\dot{x}_o)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\} \quad (7)$$

式(6)と(7)の中の、 $S(\theta)$ と $S(\dot{x}_o)$ は符号関数である。これらの式から次のようなブロック重心に対する回転運動と並進運動の運動方程式を得ることができる。

$$\ddot{\theta} + p^2 f_1(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = 0 \quad (8)$$

$$\ddot{x} + f_2(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = -a_x(t) \quad (9)$$

ここで

$$f_1(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = \frac{S(\theta)\{\sin(\psi - |\theta|) + S(\theta)S(\dot{x}_o)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\}\left\{1 + \frac{a_v}{g} - \gamma \cos(\psi - |\theta|)\dot{\theta}_p\right\}}{\{1 + \gamma \sin^2(\psi - |\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{x}_o)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\sin(\psi - |\theta|)\}} \quad (10)$$

$$f_2(\theta, \dot{\theta}_p, \dot{x}) = \frac{-S(\dot{x}_o)\mu_k\{S(\theta)R \sin(\psi - |\theta|)\ddot{\theta} - R \cos(\psi - |\theta|)\dot{\theta}^2 + a_v + g\}}{\gamma\{1 + \gamma \sin^2(\psi - |\theta|) + \gamma S(\theta)S(\dot{x}_o)\mu_k \cos(\psi - |\theta|)\sin(\psi - |\theta|)\}} \quad (11)$$

である。ここで I_0 はブロックの慣性モーメント、 p はロッキング振動数である。 I_0 、 p 、 γ 、 $\dot{\theta}_p$ はそれぞれ下記の式で表される。

$$I_0 = \frac{4mR^2}{3} \quad (12)$$

$$p^2 = \frac{mgR}{I_0} \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{mR^2}{I_0} \quad (14)$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{\dot{\theta}}{p} \quad (15)$$

ブロックがベースに衝突するときのブロック端の変位と速度 $\dot{x}_o$ は次式のように表せる。

$$x_o = x - S(\theta)R \sin(\psi - |\theta|) \quad (16)$$

$$\dot{x}_o = \dot{x} + R \cos(\psi - |\theta|)\dot{\theta} \quad (17)$$

3.2 ブロックとベースの衝突

ブロックとベースの衝突を考える際に、最も重要なことは滑りを伴う回転から衝突したときの滑り発生の有無とエネルギー消耗率である。これらの因子はブロックのロッキング応答に大きく影響し、そのモデリングには詳細な検討が必要である。本研究では、衝突が瞬時に行われ、滑りによるエネルギー消耗を考慮に入れた Shenton の衝突モデルを用いた⁽⁶⁾。滑りによるエネルギー消耗については6.2節で詳しく考察することにする。

(1) 滑り発生のない十分な摩擦をもつ場合

重心の衝突後の速度は次のように衝突前の速度を用いて表せる。以下の式において、添字1は衝突前の、2は衝突後の物理量を表す。また、 δ_i は衝突時のエネルギー消耗率であり、 e はブロックの形状から計算される衝突時の反発係数である。

$$\dot{x}_2 = -\frac{H\delta_i}{2}\dot{\theta}_1 \quad (18)$$

$$\dot{y}_2 = -S(\theta_1)\frac{B}{2}(\delta_i + 2e)\dot{\theta}_1 \quad (19)$$

$$\dot{\theta}_2 = \delta_i\dot{\theta}_1 \quad (20)$$

滑り発生を伴わないロッキング振動では、回転軸にな

るブロック端(回転端)での水平と垂直速度成分がすべて零となるので、衝突時のエネルギー消耗率は反発係数とブロックの形状によって決まる。エネルギー消耗率 δ_i と係数 λ_x はそれぞれ次式のように表せる。

$$\delta_i = 1 - \frac{3}{4}(1 + \lambda_x)\cos^2 \psi - \frac{3}{2}(1 + e)\sin^2 \psi \quad (21)$$

$$\lambda_x = \frac{2\dot{x}_1}{H\dot{\theta}_1} \quad (22)$$

e は反発係数であり、自由ロッキング振動実験で得られた値を適用する。また、 λ_x は水平方向の速度と回転速度の比である。このとき、衝突前の回転が滑りを伴わなければ、衝突時のエネルギー消耗率 δ_i は反発係数 e と等しくなる。衝突時に滑り発生を防ぐのに必要な最小摩擦係数は次式となる。

$$\bar{\mu}_s \geq \frac{H}{B} \left| \frac{\delta_i + \lambda_x}{1 + 2e + \delta_i} \right| \quad (23)$$

ここで、 $\bar{\mu}_s$ は衝突時における静摩擦係数である。

(2) 摩擦が小さく滑りが発生する場合

衝突後の速度は衝突前の速度を用いて次のように表される。

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 + S(\theta_1)S(\dot{x}_{i2})\bar{\mu}_k \frac{B}{2}(1 + \delta_i + 2e)\dot{\theta}_1 \quad (24)$$

$$\dot{y}_2 = -S(\theta_1)\frac{B}{2}(\delta_i + 2e)\dot{\theta}_1 \quad (25)$$

$$\dot{\theta}_2 = \delta_i\dot{\theta}_1 \quad (26)$$

ここで、エネルギー消耗率 δ_i は次式のようにになる。

$$\delta_i = \frac{1 - 3\left(1 - S(\theta_1)S(\dot{x}_{i2})\bar{\mu}_k \frac{H}{B}\right)(1 + 2e)\sin^2 \psi}{1 + 3\left(1 - S(\theta_1)S(\dot{x}_{i2})\bar{\mu}_k \frac{H}{B}\right)\sin^2 \psi} \quad (27)$$

$\bar{\mu}_k$ は衝突時における動摩擦係数である。

4. 応答解析

ロッキング応答解析では、精度確保と時間刻みの変

Fig. 7 Flow chart of analysis program

 Fig. 8 Comparison of experimental results and analytical responses without sliding ($f=5$ Hz, Amp = varying, without-sheet)

化が容易である Ralston の最適ルンゲクッタ法を用いて非線形ロッキング運動方程式を解いた。また、解析ではロッキング振動実験で最初の半周期分の振幅が約 0.7 倍、周期が 0.65 倍になっていることを考慮して解析を行った。また、衝突時の反発係数は、先の研究の自由振動実験とシミュレーションによって得られた 0.926 (シートなし) と 0.956 (シートあり) を用いた⁽¹⁾。なお、理想ブロックから計算された反発係数は 0.925 であり、今回実験で用いられたブロックとベースが完全剛体ではないために、反発係数がブロックのベースの弾性に影響され若干大きくなっている。

ブロックのロッキングモデルでは、右回りの回転と左回りの回転に対する運動方程式がそれぞれ異なっている。したがって、ブロックがベースに衝突するごとに運動方程式を切り替える必要があり、回転変位が零になる点の正確な同定は数値計算の精度を保つために重要である。本研究では、零になるべく近い値を探し出すアルゴリズムを開発し、 θ が十分小さくなったときに運動方程式が切り替わるようにした。また、入力

 Fig. 10 Comparison of experimental results and analytical responses without sliding ($f=5$ Hz, Amp = varying, with-sheet)

 Fig. 9 Comparison of experimental results and analytical responses without sliding ($f=10$ Hz, Amp = varying, without-sheet)

 Fig. 11 Comparison of experimental results and analytical responses without sliding ($f=10$ Hz, Amp = varying, with-sheet)

は水平方向の加速度 $a_x(t)$ だけにし、それは次式で与える。

$$a_x(t) = Amp \cos(2\pi ft + \phi) \dots \dots \dots (28)$$

ここで、 Amp は励振振幅であり、 f は励振振動数である。

数値解析に用いたプログラムのフローチャートを図7に示す。プログラムは大別して滑り発生如何を判定し、エネルギー消費率を計算する滑りプロセスと、回転変位が零になる時刻を探し出し、エネルギー消費を考慮して運動方程式の切り換え条件(衝突後の回転変位と速度)を計算する衝突プロセスとの二つのプロセスで構成されている。

5. 実験と解析結果の比較による考察

まず、滑りがブロックのロッキング応答に与える影響を調べるために行った回転時と衝突時の静・動摩擦係数を十分大きく滑りが発生しない条件での解析と実験による結果の比較例を図8~10および11に示す。ここでいう解析結果は、式(7)で表現される運動方程式を $\lambda_x = -1$ の場合のエネルギー消費率の式(20)を適用して計算した結果を示す。本章の図において、実線は実験結果を表し、点線は解析結果を示す。以下の説明で用いられる“(m, n) ロッキング振動モード”とは、入力が m 周期分加わる間に n 周期分の応答が励起されるロッキング定常応答を意味する。

5.1 “シートなし”の場合 図8と9の場合には滑りなしの解析結果と実験結果の比較結果を示す。ここでは、(1,1) モードロッキング応答を示す低振幅入力の場合($f=5$ Hz で $Amp=0.39$ g と $f=10$ Hz で $Amp=0.61$ g の場合)には実験結果と滑りなしの解析結果がよく近似していることがわかる。しかし、大振幅加振の場合には滑りが発生し、その滑り運動が応答全体に大きな影響を与えている。特に、図8の(2)($f=5$ Hz, $Amp=0.47$ g)と図9の(2)($f=10$ Hz, $Amp=0.74$ g)の場合には、滑り運動のロッキング応答に及ぼす影響は特に顕著となる。一方、 $f=10$ Hz で Amp が 1.0 g と 1.14 g の場合には実験応答と解析応答がよく近似している。しかし、これらの振幅領域での実験結果は図4と5にも示されているように初期条件によっては、応答の再現性が悪く解析結果と大きく異なった応答を示す場合もある。すなわち、各実験ごとに加振前のブロックとベースの初期接触状態の微小な差異と滑り発生に伴うブロックの位置の変化が、ブロックのロッキング挙動に大きく影響している。

5.2 “シートあり”の場合 シートありの場合の

解析結果と実験結果の比較では、図10の(1)と図11の(1),(2)に示されているように比較的小さい振幅領域での解析結果は実験結果によく近似している。また、図11(3)に示されている“シートあり”の場合の実験結果は“シートなし”の場合に比べて応答再現性が良好であることを考えると、滑りが発生する場合でも滑り運動は最初の一瞬だけであり、それがその後の応答に影響し、滑りなしの解析結果とは異なった挙動を示していることがわかる。

5.3 “シートなし”と“シートあり”の比較 ここでは、滑り発生有無を判定するため、“シートなし”と“シートあり”に対する実験結果と滑りなしの計算結果を比較考察した。図8の(2)、図9の(2)~(4)、図11の(3),(4)の結果に示されているように“シートなし”と“シートあり”の場合とも比較的高振幅では、滑りが発生している。しかし、“シートなし”における Amp が 1.0 g と 1.14 g の実験結果は滑りの影響をあまり受けていない反面、“シートなし”の $Amp=0.74$ g と“シートあり”の $Amp=1.04$ g と $Amp=1.17$ g の場合では滑りのロッキング応答に対する影響は大きい。これは滑りが発生すると入力とロ

Fig. 12 Simulation of experiment result ($f=10$ Hz, $Amp=1.17$ g, with-sheet, $\mu_s=\mu_k=\bar{\mu}_s=\bar{\mu}_k=0.425, 0.43, 0.435$)

Fig. 13 Simulation of experiment result ($f=5$ Hz, $Amp=0.47$ g, without-sheet, $\mu_s=\mu_k=\bar{\mu}_s=\bar{\mu}_k=0.28, 0.29, 0.3$)

ッキングの間に位相ずれが生じるため、そのずれ量によっては、ブロックのロッキング応答全体への影響が顕著になるからである。励振振幅の値が比較的近い、“シートなし”の $Amp=0.74\text{ g}$ と“シートあり”の $Amp=0.79\text{ g}$ の応答 [図9の(2)と図11の(2)] を比較すると、“シートなし”の場合がブロックとベース間の摩擦力が小さいため、滑り発生時の水平方向の変位が大きく、滑り運動に運動エネルギーを取られた分だけ回転変位が小さくなる。したがって、滑りが発生しなければ(1,3)モードのロッキング応答を示すべき領域で滑り発生とともに応答挙動が大きく変化し、(1,1)モードの応答に転換した形の応答になっている。この場合、滑り運動はブロックを安定させる役割をし、滑り発生によってブロックの最大回転変位が小さくなっていることがわかる。すなわち、滑り方向と回転方向が逆になり、ブロックの回転運動エネルギーを大きく取られた形の応答になっている。

5.4 実験結果のシミュレーション 本研究で用いた解析モデルの信頼性を検証するため静・動摩擦係数を適当に変えながら実験結果のシミュレーションを行った。滑りが発生し、かつ応答の再現性がよいという両条件を満足した実験結果 [図10の(2)と図11の(4)] を対象とした例を図12と13に示す。

図12は $f=10\text{ Hz}$ で $Amp=1.17\text{ g}$ 、上から順に静・動摩擦係数が0.425, 0.43, 0.435の場合のロッキング応答波であり、回転時の摩擦係数と衝突時の摩擦

Fig. 14 Time history of analytical response without sliding ($f=10\text{ Hz}$, $Amp=1.0\text{ g}$, $\mu_s=\bar{\mu}_s=1$, $\mu_k=\bar{\mu}_k=1$, $e=0.926$)

Fig. 15 Phase of analytical response without sliding ($f=10\text{ Hz}$, $Amp=1.0\text{ g}$, $\mu_s=\bar{\mu}_s=1$, $\mu_k=\bar{\mu}_k=1$, $e=0.926$)

係数は等しいと仮定した。一般に動摩擦係数と静摩擦係数は異なるが、両者の差によって応答が大きく変化し、問題を複雑にするため、ここでは、両者を等しいと仮定してシミュレーションを行った。図12に示すような応答の再現性の良い計算例に対してのシミュレーションは実験結果によく近似している。

しかし、図13に示されたように比較的low振動数で再現性の悪いロッキング振動応答に対してシミュレーションは、実験を再現しない。その原因としては、ブロック位置の微小変化に対してブロックとベース間の接触条件、すなわち、ブロックとベース間の摩擦力が大きく変化してしまうからであると考えられる。図13に示したシミュレーションは $Amp=0.47\text{ g}$, $f=5\text{ Hz}$ の例であり、上から順に静・動摩擦係数が0.28, 0.29, 0.3で、“シートなし”の場合の応答例である。この場合、良好なシミュレーション結果を得ることができなかった。同様に、滑りが頻繁に生じる場合や滑りによる並進変位が大きい場合の計算結果は、実験結果とはかなり異なったものとなった。このことから、滑りによるブロックの位置変化に対するブロックとベースの接触条件の変化は、ロッキング振動挙動を大きく左右する要因であるといえよう。

Fig. 16 Time history of rocking and sliding response in the case of sliding occurrence ($f=10\text{ Hz}$, $Amp=1.0\text{ g}$, $\mu_s=\bar{\mu}_s=0.45$, $\mu_k=\bar{\mu}_k=0.43$, $e=0.926$)

Fig. 17 Phase of analytical response in the case of sliding occurrence ($f=10\text{ Hz}$, $Amp=1.0\text{ g}$, $\mu_s=\bar{\mu}_s=0.45$, $\mu_k=\bar{\mu}_k=0.43$, $e=0.926$)

Fig. 18 Energy dissipation rate in case of without-sliding

Fig. 19 Energy dissipation rate in case of sliding occurrence

6. ロッキング挙動における滑りについて

正弦波励振によるブロックのロッキング応答を評価する際、ブロックの回転変位と速度の関係は非常に重要な意味をもつ。正弦波を受けるブロックのロッキング振動では、一般振動系の応答とは異なり振動周期が振幅とともに変化するため、入力と出力が比例して現れる (m, n) モードと呼ばれる定常応答になったり転倒が生じたりする⁽¹⁾。

6.1 位相図による考察 ここでは、同一入力条件で滑りが発生しない場合の時刻歴と位相図と、滑りが発生する場合の一例を示して滑りがロッキングに与える影響を考えることにする。

図 14 は滑りなしの $(1, 3)$ モードロッキング応答の一例を示す。ここで、 $(1, 3)$ モードとは入力が 3 周期分加わっている間ロッキング応答が 1 周期分励起されるロッキング定常応答を指す。図 15 に示されているように滑りの生じないロッキング振動系では、応答が定常状態に入るとその位相は“回転変位-回転速度軸”に対してほぼ対称となり、ブロックは安定した挙動を示す。図 15 において、複数の曲線が重なって濃くなっている部分が定常状態の位相を表す。

図 17 は図 16 に示す滑りの発生を伴うロッキング応答に対する位相図である。図に示されているように滑りが発生によって滑り発生方向と反対方向に回転変位

が大きくなっている。この場合には“回転変位-回転速度軸”に対して対称にならず、ブロックは不安定な状態になる。

ブロックとベースの間の摩擦力が小さいと滑り運動が発生し、その滑りによってロッキングと入力との間に位相のずれが生じる。その位相のずれによって、ブロックの回転変位は大きく変化し、ブロックは不安定な状態に陥る。すなわち、滑りが発生する場合のロッキングでは、摩擦係数がロッキング応答に与える影響は大きく、滑りが発生すると回転変位が大きくなるためブロックが転倒に至る可能性が大きいことがわかる。

6.2 エネルギー消耗率による考察 滑りを考慮したブロックのロッキング振動においてブロックとベースの衝突は非常に重要な意味をもつ。滑りの発生しない場合のロッキング振動では衝突時のエネルギー消耗率は一定であるが、“滑り-回転”からの衝突を考えると衝突時に滑りが発生するかしらないかによって異なる。

滑りが発生しない場合のエネルギー消耗率 δ_i は式 (21) と (22) によって定まる。ここで、 λ_x はブロック重心の水平方向の速度と回転速度の比である。図 18 において、“回転”からの衝突の場合には $\lambda_x = -1$ となるが、 λ_x が -1 ではない(“滑り-回転”からの衝突の場合)にはブロックが滑る方向と回転方向の関係によってエネルギー消耗率(衝突前後の速度比)が“回転”からの衝突の場合(エネルギー消耗率=反発係数)に比べて大きくなるか小さくなる。このことはブロックのロッキング応答や転倒条件に大きく影響する。

滑りが発生する場合のエネルギー消耗率 δ_i は式 (27) によって定まる。この場合には、図 19 に示されているようにエネルギー消耗率はブロックの寸法比と衝突時の動摩擦係数に大きく影響されることがわかる。また、滑りが発生する場合のエネルギー消耗率は摩擦力が大きければ大きいほど、ブロックの寸法比が大きければ大きいほど大きくなる。また、衝突前の回転方向と衝突後の滑り方向が同じ方向であるときに大きくなり、衝突前の回転方向と衝突後の滑り方向が異なっていてエネルギー消耗率が負の値になるとブロックはロッキングしないで跳ね返り(bouncing)する。ここで、跳ね返りとは回転運動の中心軸が衝突前後においても同じになる現象を指す。

7. 結 論

本研究では、正弦波加振によるロッキング振動実験と Ralston の最適ルングクッタ法を用いた応答解析

を行い、それらの結果の考察から次の結論を得た。

(1) ロッキング振動実験結果のシミュレーションでは、よく近似したシミュレーション結果を得ることができ、本研究のロッキング振動モデルの妥当性を検証できた。

(2) 応答再現性の無さに対する直接的な原因はブロックとベースの接触状態の微小な差異にあり、それは滑りにおいての大きな差を生み、それによってブロックのロッキング挙動は大きく変化することがわかった。

(3) ロッキングが滑り運動を伴う場合には、入力とロッキングの間に位相ずれが生じてブロックは不安定な状態になり、転倒しやすくなることがわかった。

(4) ブロックとベース間の摩擦力が大きければ大きいほど、滑り発生時のエネルギー消費率の変化も大きくロッキング応答に与える影響が大きいことがわかった。

ブロック構造物のロッキング振動では、衝突時の反発係数とエネルギー消費率、ブロックとベース間の静・動摩擦係数、入力の振幅と周波数など応答に影響するパラメータが多く、それらの関連性は、いまだに明らかになっていない。また、加振実験においても一部の入力条件では、毎回異なった結果を示すことが多く、特に初期条件の微小な差異が応答全体に及ぼす影響が非常に大きい。このような視点から、今後はロッ

キング振動のカオス性の解析的究明も必要と考えられる。

なお、本研究を進めるにあたり東京都立大学の吉村助教授および三森友彦、渡邊鉄也両氏に多大な協力をいただいた。ここに感謝の意を表する。

文 献

- (1) 鄭萬溶・鈴木浩平, 剛体ブロック型構造物のロッキング振動に関する基礎的研究, 機論, 62-603, C (1997), 4136-4146.
- (2) Ishiyama, Y., Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations., *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.10 (1982), 635-650.
- (3) Housner, G.W., The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes, *Bullen of the seismological society of America*, 53-2 (1963), 404-417.
- (4) Spanos, P.D. and Koh, A.S., Rocking of rigid blocks due to harmonic shaking., *J. Engrg. Mech. Div., ASCE*, 110-11 (1984), 1627-1642.
- (5) Solomon C. S. Yim and Huan Lin, Nonlinear impact and chaotic response of slender rocking objects., *J. Engrg. Mech.*, 117-9 (1991), 2079-2100.
- (6) Hogan, S. J., On the dynamics of rigid-block motion under harmonic forcing., *Proc. R. Soc. Lond. A* 425, (1989), 441-476.
- (7) Yim, C. S., Chopra, A. K. and Penzien, J., Rocking response of rigid blocks to earthquakes., *Earthquake Engrg. Struct. Dynamics*, 8-6 (1980), 565-587.
- (8) Shenton, H. W. and Jones, N. P., Base excitation of rigid bodies: formulation., *J. Engrg. Mech.*, 117-10 (1991), 2286-2306.