多孔質材充填閉音場の吸音効果における最適配置*

山口 誉 夫^{*1}

Optimal Positioning of Porous Materials to Silent Space

Takao YAMAGUCHI^{*2}^{*2} SUBARU Research Center, Co., Ltd. Higashihoncho 10-1, Ota, Gunma, 373-0015 Japan

An analytical method is proposed to minimize sound level by choosing optimal pattern of porous materials in closed sound fields. Using the asymptotic method to the equations of acoustic motion, explicit expressions of modal loss factor are derived. The modal loss factor is calculated with the mode shape of standing wave. Finite element method enable to get the mode shape in various forms of acoustic space. These expressions evaluate contribution of acoustic damping in local area to that of whole space, clearly. Applying the proposed method to the sample problems both of an acoustic pipe and a rectangular room, fairly well optimization is achieved.

Key Words: Damping, Damping Material, Automobile, Noise, Computer Aided Analysis, Porous Material

1. 緒 言

エコロジーへの関心が高まり自動車開発においても環境への配慮が不可欠となってきた。中でも地球温暖化を抑止する観点から、CO₂の排出量低減についての社会的ニーズが強くなっている。CO₂を低減する一つの手段として燃費向上がある。それにはエンジンの燃焼効率を改善するだけでは不十分で、車両の軽量化が大きな課題となっている。

車室内騒音を低減するために、自動車には制振防音対策がきめ細かく実施されているが、その重量は燃費上無視できない。したがって、軽量と高性能とを兼ね備えた制振防音手法の開発が望まれる。防音対策法の一つに繊維集合体や発泡材などに代表される多孔質材を空間内に充填し、音響共振を減衰する吸音手法がある。吸音は制振防音対策の中で、軽量の対策法として知られ注目されている。吸音を効果的対策とするためには、多孔質材を含む音場の動特性を明確にし、さらに材料を最適に配置することが重要となる。

車室内騒音の吸音特性解明に数値計算を援用する場

合、定在波を考慮できる手法が必要となる。これについて境界要素法や有限要素法などの解析手法が提案されてきている^{(1)~(12)}。しかし、従来の報告では、多孔質材の閉空間への配置は、数値実験による試行錯誤を経て最適化されている。

本報告では、モード減衰に対する材料の充填位置の寄与率を計算し、その分布をもとに多孔質材を閉空間に最適に配置する手法を提案した。

数値計算例として音響管および二次元室空間を取上げ配置最適化法の有効性を検証した。

2. 多孔質材配置の最適化方法

本章では多孔質材を閉空間へ最適配置する提案法を説明する。概要を以下に示す。

図1のように任意の形態の閉音場に任意の充填パターンで多孔質材が配置される場合を対象とする。気体および多孔質材の内部の空間を有限要素で離散化する^{(1)~(8)}。このとき、多孔質要素の材料減衰は、実効密度と体積弾性率とがともに複素数となるようなモデルを用いる^{(9)~(11)(1)}。離散化した方程式を複素固有値問題に変換し漸近法を適用する。すなわち、多孔質材の材料減衰、モード減衰および固有モードの虚部を微小パラメータで展開して複素固有値問題の式へ代入す

* 原稿受付 1999年10月20日。

^{*1} 正員, (株)スバル研究所 (〒373-0015 太田市東本町10-1).
E-mail: dumpyamag@gkh.subaru-fhi.co.jp

Fig.1 Optimization problem for filling pattern of porous materials into a closed space

る。微小パラメータの第1近似式を整理し、モード減衰に対する多孔質材の配置場所の寄与率を求める式を導いた。この寄与率が大きい位置の多孔質材を残し、反対に寄与率が小さい位置の多孔質材を削除していけば特定の音響モードに対する減衰を最適化できると考えられる。これが提案法の概要である。

まず、2・1節では有限要素法を用いて多孔質材を含む音場を離散化する。ついで2・2節で多孔質材の配置の最適化法を提案する。

2・1 多孔質材音場の離散化 多孔質材を含む二次元閉空間を有限要素で離散化する。

周期的に加振される非粘性圧縮性完全流体の運動方程式は⁽⁹⁾⁽⁸⁾⁽³⁾、微小振幅の条件のもとでは次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho\omega^2 u_x, \\ -\frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho\omega^2 u_y \end{aligned} \quad (1)$$

連続の式は次のようになる。

$$p = -E \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \quad (2)$$

ここで、 u_x と u_y はそれぞれ粒子変位の x 方向成分および y 方向成分である。 p は圧力、 E と ρ はそれぞれ体積弾性率と実効密度である。また、 ω は角周波数である。

要素内の音圧 p と節点の音圧 $\{p_e\}$ との関係を適当な内挿関数 N_i ($i=1, 2, \dots$) を用いて次式のように近似する。

$$\begin{aligned} p &= [N]^t \{p_e\}, \\ [N]^t &= [N_1, N_2, N_3, \dots] \end{aligned} \quad (3)$$

式(1)から(3)より二次元問題の運動エネルギー $\bar{T}$ 、ひずみエネルギー $\bar{U}$ 、ポテンシャルエネルギー $\bar{V}$ を求める。さらにエネルギー最小原理 $\delta(\bar{U} - \bar{T} - \bar{V}) = 0$ を用いると次式を得る。

$$([K]_e - \omega^2 [M]_e) \{p_e\} = \omega^2 \{u_e\} \quad (4)$$

ρ_e と E_e はそれぞれ要素内部に充填された媒質の実

効密度と体積弾性率である。 $\{u_e\}$ は要素の節点粒子変位ベクトルである。マトリックス $[K]_e$ および $[M]_e$ の i 行 j 列成分はそれぞれ式(5)の K_{eij} と式(6)の M_{eij} となる。

$$K_{eij} = \frac{1}{\rho_e} \iint_e \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad (5)$$

$$M_{eij} = \frac{1}{E_e} \iint_e (N_i N_j) dx dy \quad (6)$$

ここで、 $\iint_e$ 中の e は要素内部領域についての積分を表す。

式(4)から(6)は線形の圧縮性完全流体の要素の運動方程式となる。以降、式(4)中の $[K]_e$ を要素剛性マトリックス、 $[M]_e$ を要素質量マトリックスと呼ぶ。

多孔質材の内部の音場を表すモデルの一つに、密度と音速あるいは体積弾性率とを複素数とするモデルが提案されており、有効性が検証されている^{(9)~(11)(1)}。すなわち、

$$\rho_e \Rightarrow \rho_e^* = \rho_{eR} + j\rho_{eI} \quad (7)$$

$$E_e \Rightarrow E_e^* = E_{eR} + jE_{eI} \quad (8)$$

を得る。

これらを式(5)と(6)で使われている密度 ρ_e と体積弾性率 E_e に代入する。

式(7)を式(5)へ代入すると、要素剛性マトリックス $[K]_e$ は次式となる。

$$[K]_e = [K_R]_e (1 + j\eta_e) \quad (9)$$

$$\eta_e = -\rho_{eI}/\rho_{eR} \quad (10)$$

上式で $[K_R]_e$ は $[K]_e$ の実部であり、その i 行 j 列成分 K_{Reij} は次式となる。

$$K_{Reij} = \frac{\rho_{eR}}{\rho_{eR}^2 + \rho_{eI}^2} \iint_e \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad (11)$$

同様に式(8)を式(6)へ代入すると、次の要素質量マトリックス $[M]_e$ を得る。

$$[M]_e = [M_R]_e (1 + j\chi_e) \quad (12)$$

$$\chi_e = -E_{eI}/E_{eR} \quad (13)$$

$[M]_e$ の実部 $[M_R]_e$ の i 行 j 列成分 M_{Reij} は、

$$M_{Reij} = \frac{E_{eR}}{E_{eR}^2 + E_{eI}^2} \iint_e (N_i N_j) dx dy \quad (14)$$

となる。

以上から、多孔質材内部の音場を表す要素では、要素剛性マトリックス $[K]_e$ と要素質量マトリックス $[M]_e$ がともに複素数で表現されることとなる。なお、この要素の減衰パラメータ χ_e 、 η_e を小さくすることで、気体も表現できる。

式(4)から式(14)を対象とする場(気体と多孔質材

の複合空間)の全要素について重ね合わせることで、次の全系の離散化方程式を得る。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e(1+j\eta_e) - \omega^2([M_R]_e(1+j\chi_e)))\{p_e\} = \omega^2\{u\} \dots\dots\dots (15)$$

$\{u\}$ は節点粒子変位ベクトルである。

2・2 モード減衰の最適化法 次に、多孔質を含む音場のモード減衰の最適化法を示す。

式(15)の複素固有値問題は、次式となる。

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e(1+j\eta_e) - (\omega^{(n)})^2(1+j\eta_{tot}^{(n)})) \times [M_R]_e(1+j\chi_e)\{\phi^{(n)*}\} = \{0\} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $e_{\max}$ は要素数である。添字 (n) は n 次音響モードを表す。 $\omega^{(n)}$ は複素固有値の実部、 $\{\phi^{(n)*}\}$ は複素固有モード、 $\eta_{tot}^{(n)}$ はモード損失係数である。材料減衰 η_e , χ_e , ($e=1, 2, 3, \dots, e_{\max}$) に関して全要素の中で最大のものを $\eta_{\max}$ とする。また、以下の量を定義し導入する。

$$\beta_{ke} = \eta_e/\eta_{\max}, \beta_{ke} \leq 1, \beta_{se} = \chi_e/\eta_{\max}, \beta_{se} \leq 1 \dots\dots\dots (17)$$

ここで $\eta_{\max} \ll 1$ と仮定し、微小量 $\mu = j\eta_{\max}$ を導入し、式(19)の解を漸近展開すると、

$$\{\phi^{(n)*}\} = \{\phi^{(n)}\}_0 + \mu\{\phi^{(n)}\}_1 + \mu^2\{\phi^{(n)}\}_2 + \dots\dots\dots (18)$$

$$(\omega^{(n)})^2 = (\omega_0^{(n)})^2 + \mu^2(\omega_2^{(n)})^2 + \mu^4(\omega_4^{(n)})^2 + \dots\dots\dots (19)$$

$$j\eta_{tot}^{(n)} = \mu\eta_1^{(n)} + \mu^3\eta_3^{(n)} + \mu^5\eta_5^{(n)} + \mu^7\eta_7^{(n)} + \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 $\beta_{se} \leq 1$ および $\beta_{ke} \leq 1$ であるので $\eta_{\max} \ll 1$ ならば $\eta_{\max}\beta_{se} \ll 1$ および $\eta_{\max}\beta_{ke} \ll 1$ が成立し、 $\mu\beta_{se}$ および $\mu\beta_{ke}$ も μ と同様に微量となる。また、 $\{\phi^{(n)}\}_0$, $\{\phi^{(n)}\}_1$, $\{\phi^{(n)}\}_2, \dots$ と $(\omega_0^{(n)})^2$, $(\omega_2^{(n)})^2$, $(\omega_4^{(n)})^2, \dots$ および $\eta_1^{(n)}$, $\eta_3^{(n)}$, $\eta_5^{(n)}, \dots$ は実数とする。

ついで式(18)から(20)を式(16)に代入し、 μ^0 と μ^1 の order までをまとめると次式を得る。

μ^0 の量：

$$\sum_{e=1}^{e_{\max}} ([K_R]_e - (\omega_0^{(n)})^2[M_R]_e)\{\phi^{(n)}\}_0 = \{0\} \dots\dots\dots (21)$$

μ^1 の量：

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\mu\beta_{ke}[K_R]_e - \mu\eta_1^{(n)}(\omega_0^{(n)})^2[M_R]_e \\ & - \mu\beta_{se}(\omega_0^{(n)})^2[M_R]_e)\{\phi^{(n)}\}_0 \\ & + \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\mu[K_R]_e - \mu(\omega_0^{(n)})^2[M_R]_e)\{\phi^{(n)}\}_1 = \{0\} \end{aligned} \dots\dots\dots (22)$$

さらに式(21), (22)を整理すると式(23)を得る。

$$\eta_{tot}^{(n)} = \eta_{ke}^{(n)} - \eta_{se}^{(n)} \dots\dots\dots (23)$$

$$\eta_{ke}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\eta_e S_{ke}^{(n)}), \eta_{se}^{(n)} = \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\chi_e S_{se}^{(n)}),$$

$$S_{ke}^{(n)} = \{\phi^{(n)}\}_0^T [K_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0 / \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\{\phi^{(n)}\}_0^T [K_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0)$$

$$S_{se}^{(n)} = \{\phi^{(n)}\}_0^T [M_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0 / \sum_{e=1}^{e_{\max}} (\{\phi^{(n)}\}_0^T [M_R]_e \{\phi^{(n)}\}_0)$$

この式から以下のことがわかる。モード損失係数 $\eta_{tot}^{(n)}$ は実効密度に関連する材料減衰 η_e と運動エネルギー分担率 $S_{ke}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{ke}^{(n)}$ および体積弾性率に関連する材料減衰 χ_e とひずみエネルギー分担率 $S_{se}^{(n)}$ との積の全要素にわたる和 $\eta_{se}^{(n)}$ から近似計算できる。式(23)のなかの固有モード $\{\phi^{(n)}\}_0$ は実数であり、減衰項をすべて無視して得られる式(21)を通常の実固有値問題として解くことで容易に求められる。また、多孔質材の挿入位置(=該当する位置にある要素)のモード損失係数 $\eta_{tot}^{(n)}$ への寄与率 C_e は、式(23)を変形した次式から求められる。

$$C_e = (\eta_e S_{ke}^{(n)} - \chi_e S_{se}^{(n)}) / \eta_{tot}^{(n)} \dots\dots\dots (24)$$

したがって、実効密度に関連する材料減衰 η_e と運動エネルギー分担率 $S_{ke}^{(n)}$ との積が大きい要素または、体積弾性率に関連する材料減衰 χ_e とひずみエネルギー分担率 $S_{se}^{(n)}$ との積が大きい要素が、モード減衰 $\eta_{tot}^{(n)}$ に対する寄与が大きいといえる。この寄与率 C_e が大きい位置の多孔質材を残し、 C_e が小さい位置の多孔質材を削除していけば音響モードに対する減衰を最適化できると考えられる。

以上から多孔質材の配置を最適化する手順の概要は次のようになる。

最初に空間に許容される最大限の量の多孔質材を充填した有限要素モデルを作成する。着目する空間共鳴のモード減衰 $\eta_{tot}^{(n)}$ への各要素の寄与率 C_e を式(24)により求める。ついで寄与率 C_e が大きい位置の多孔質材を残し、 C_e が小さい位置の多孔質材を削除したモデルへと改修する。モード減衰と応答をそれぞれ式(23)と(15)とから求め効果を確かめる。

3. 最適化法の検証

2・1 節と 2・2 節に示した有限要素法と多孔質材の配置の最適化法にもとづくプログラムを作成した。本章では両者の妥当性を検証する。

3・1 計算条件 以降の計算において有限要素の種類は四節点アイソパラメトリック四辺形要素⁽²⁾⁽³⁾を用いた。また、多孔質材の実効密度は $\rho_R = 1.4 \text{ kg/m}^3$, $\eta_e = 0.5$ とし体積弾性率は $E_R = 1.19 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $\chi_e = 0.1$ なる値を用いた。一方、閉空間内の空気には $\rho_R = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\eta_e = 0.001$, $E_R = 1.4 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $\chi_e = 0.001$ を用いた。

Fig. 2 Comparison between theoretical results and the numerical results by FEM

Fig. 3 Optimization problem for filling pattern of porous materials into a closed pipe

Fig. 4 Contribution of positions of a porous material to modal damping

3.2 有限要素法による計算精度 音響管に多孔質材を充填し、材料表面の比音響インピーダンスを有限要素法で求め理論解⁽¹²⁾と比較した。結果を図2に示す。音響管は両端が剛壁とみなせる閉管である。片端に50mmの厚さの多孔質材を剛壁に接するように充填した。有限要素法では管内の音圧分布を求め、その結果から2点マイク法⁽¹³⁾を用いて比音響インピーダンスを計算した。図2から理論解と有限要素解とは一致しており2.1節に示した有限要素の妥当性が検証できた。

3.3 音響管への多孔質材配置の最適化 図3に示す音響管への多孔質材の配置を最適化する。まず、多孔質材を音響管の全領域に充填し、着目するモードの減衰に対する各要素の寄与率分布 C_e を求める。ついで寄与率 C_e が高い位置の多孔質材を残し寄与率 C_e が低い位置の材料を削り最適化する。

Fig. 5 Filled patterns of porous material

Fig. 6 Response for optimum pattern of porous material

Fig. 7 Optimization problem for filling patterns of porous materials into a room

配置最適化例を以下に示す。

閉管一次モードの減衰への各要素の寄与率 C_e を図4に示す。音圧分布 $\{\phi^{(n)}\}_0$ 、粒子速度分布 $|v_e|$ をも図中に併記した。要素の粒子速度 $|v_e|$ は次式から求めた。

$$\begin{aligned}
 |v_e| &= \sqrt{|v_{xe}|^2 + |v_{ye}|^2} \\
 v_{xe} &= j\omega u_{xe} \\
 &= -\frac{j\omega}{\rho_e^* \omega^2} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{j\omega}{\rho_e^* \omega^2} \iint_e \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \{p_e\} dx dy \\
 &= -\frac{j\omega}{\rho_e^* \omega^2} \iint_e \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \{\phi^{(n)}\}_0 dx dy \\
 v_{ye} &= j\omega u_{ye} \\
 &= -\frac{j\omega}{\rho_e^* \omega^2} \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{j\omega}{\rho_e^* \omega^2} \iint_e \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \{p_e\} dx dy \\
 &= -\frac{j\omega}{\rho_e^* \omega^2} \iint_e \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \{\phi^{(n)}\}_0 dx dy \dots\dots\dots (25)
 \end{aligned}$$

$\{\phi^{(n)}\}_0$ は実固有値解析で得られた n 次の音響固有モードである。

図4からモード減衰 $\eta_{oi}^{(n)}$ に寄与が大きい位置は粒子速度 $|v_e|$ が大きい位置に相当している。一般に壁面

Fig. 8 Contribution of positions of porous material to modal damping

Fig. 9 Filled patterns of porous material into the room for (1,1) mode

から適度に多孔質材を離して設置すると、粒子速度 $|v_e|$ が大きい部分を多孔質材が覆うので吸音効果が増大することが知られている⁽¹²⁾。その現象に本計算結果は対応する。一方、音圧 $\{\phi^{(n)}\}_0$ が大きい位置は寄与率 C_e が低くなっている。

このモードについて図5のように寄与率 C_e が高い位置に多孔質材を充填した最適パターンと寄与率 C_e が低い位置に充填したワーストパターンを考える。ともに管容積の1/2だけ多孔質材を充填してある。図3中の点 $(x, y) = (10, 4)$ に相当する位置を駆動する。観測点の座標は $(100, 4)$ とする。応答の計算結果を図6に示す。応答は式(15)の連立一次方程式をスカイライン法により計算した。これより寄与率 C_e が高い位置に多孔質材を充填した最適パターンの方が応答が低

Fig. 10 Response for optimum pattern of porous material

Fig. 11 Samples of allowable limit where porous material can be applied into the room

い。よって本手法によるモード減衰に対する多孔質材充填位置の寄与率計算と最適化が有効とわかった。

3・4 二次元室空間への多孔質材配置の最適化

図7の室空間を例に多孔質材の最適配置を試みる。多孔質材を室空間の全領域に充填し各要素の減衰寄与率 C_e を求めた。図8に結果を示す。3・3節の音響管と同様に、この例でもモード減衰 $\eta_{0l}^{(n)}$ に寄与が大きい

Fig. 12 Contribution of positions of porous material to modal damping for (1, 0) mode

位置は粒子速度 $|v_e|$ が大きい位置に相当している。図 8 の (1, 1) モードに着目し多孔質材の配置の最適化を試みる。図 9 のようにモード減衰 $\eta_{tot}^{(n)}$ に対し寄与が高い位置に多孔質材を充填した最適パターンと寄与が低い位置に充填したワーストパターンを考える。両者の応答を比較した結果を図 10 に示す。ともに容積の $1/2$ の多孔質材を充填してある。寄与率 C_e が高い位置に多孔質材を充填した最適パターンの方が、着目した (1, 1) モードの共振点近傍の応答が下がっている。よって本最適化法は室空間に対しても有効といえる。

現実の閉空間では上記までの検討のように空間の自由な位置に多孔質材を設置できるわけではない。空間の使用目的によっては、多孔質材を設置できない領域が存在する。例えば自動車の車室空間では、乗員の運転動作に支障をきたすような場所には材料を設置できない。このように配置可能な空間領域が制約を受ける場合でも提案法が有効であることを次に示す。

図 11 に例題を示す。case (a) は空間の周辺のみ多孔質材の配置が可能な場合である。case (b) は空間の右半分のみ配置が可能な場合である。図 12 に (1, 0) モードの減衰への各要素の寄与率 C_e を、図 13 にその分布を参照して求めた最適パターンとワーストパターンを示す。最適パターンとワーストパターンの多孔質材の量は同一である。図 14 に最適パターンとワーストパターンの応答の比較を示す。case (a), case (b) のどちらの場合でも寄与率が高い位置に多孔質材を充填した最適パターンの方が、着目共振点近傍の応答が下がっている。このように多孔質材が配置可能な空間領域が制約を受ける場合でも提案法は有効である。

なお、本提案法は一つの空間共鳴モードに対して減

Fig. 13 Filled patterns of porous material into the room for (1, 0) mode

Fig. 14 Responses for optimum pattern of porous material

衰を最適化するものである。現実の問題では複数の共鳴モードが対象となることもある。その場合の最適化法は今後の課題である。

4. 結 言

多孔質材を空間に最適に配置し、閉音場のモード減衰を効果的に高める手法を提案した。

最適配置法では、空間および多孔質材内部の場を有限要素で離散化し、多孔質材は、体積弾性率と実効密度とがともに複素数となるモデルを用いた。漸近法を応用し、多孔質材の材料減衰とモード減衰、さらに固有モードの虚部とを微小パラメータで展開し、これらを複素固有値問題の形式に離散化した運動方程式へ代入し、第1近似となる式を導いた。その第1近似式を整理して、モード減衰に対する多孔質材の配置場所の寄与率を求める式を導いた。この寄与率を利用して音響減衰要素の最適配置を求める方法である。

具体的には、まず、多孔質材の配置が許される部分空間を決める。ついでその部分空間の全領域に多孔質材を充填し、減衰への寄与率を求める。次に寄与率が大きい位置の多孔質材を残し、寄与率が小さい場所の材料を除去していく。これより多孔質材を閉音場の中で最適に配置でき、空間の減衰を向上できる。

音響管および二次元室空間へこの最適化法を応用し、手法の有効性を明らかにした。多孔質材が配置可能な空間領域が制約を受ける場合でも、この提案法は有効であることを示した。

5. 終 わ り に

本研究を進めるにあたり群馬大学機械システム工学科永井教授にご助言をいただいた。さらにスバル研究所(株)、富士重工(株)開発本部の関係者の方々にご討議、ご協力いただいた。感謝の意を表す。

文 献

- (1) 山口誉夫, 多孔質材を充填した閉音場の減衰特性の解析 (モード減衰, 減衰応答の近似高速計算法の提案), 機論掲載決定, 論文 No. 99-1313.
- (2) 加川幸雄, 有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用, (1981), 146-207, 倍風館.
- (3) 鷺津久一郎・宮本博・山田嘉昭・山本善之・川井忠彦, 有限要素法ハンドブック 1 基礎編, (1981), 1-427, 倍風館.
- (4) Craggs, A., *J. of Sound Vib.*, **48**-3(1976), 377-392.
- (5) Craggs, A., *J. of Sound Vib.*, **66**-4(1979), 101-111.
- (6) Craggs, A., *J. of Sound Vib.*, **61**-1(1978), 605-613.
- (7) Kagawa, Y., Yamabuchi, T. and Mori, A., *J. of Sound Vib.*, **53**-3(1977), 357-374.
- (8) 江島聞夫・石井哲・村井秀児, 日本音響学会誌, **44**-6(1988), 460.
- (9) 佐藤宗純・藤森威・三浦甫, 日本音響学会誌, **33**-11(1979), 628.
- (10) 宇津野秀夫・田中俊光・森沢吉高・吉村登志雄, 機論, **56**-532, C(1990), 3248.
- (11) Utsuno, H., Wu, T. W. and Seybert, A. F., *AIAA J.*, **28**-11(1990), 1870-1875.
- (12) 子安勝, 建築音響シリーズ〈材料編〉1, 吸音材料, (1976), 1-86, 技報堂.
- (13) Utsuno H., Tanaka, T. and Fujikawa, T., *J. Acoust. Soc. Am.*, **86**-2(1989), 637-743.