球形歯車の新しいホブ切り法の開発*

三 留 謙 一^{*1}, 奥 田 敏 人^{*2}
大 町 竜 哉^{*1}, 山 崎 隆^{*3}

Development of a New Hobbing of Spherical Gear

Kenichi MITOME^{*4}, Toshihito OKUDA,
Tatsuya OHMACHI and Takashi YAMAZAKI^{*4} Yamagata University, Dept. of Mechanical Systems Engineering,
Jonan 4-3-16, Yonezawa, Yamagata, 992-8510 Japan

Spherical gear is a new type of gear invented by one of the authors. The spherical gears can transmit a rotational motion between two intersecting shafts with variable shaft angles. Thus, they have the possibility to become new machine elements which will develop a new frontier of motion transmitting systems. Some hobbing methods have been tried to make the spherical gear, but the correct spherical gear could not be made until today. The authors' aim is the practical application of the spherical gear, and for this purpose they developed a new hobbing method for producing the correct spherical gear. First it is proven that the gear cut by the conventional hobbing method is not the correct spherical gear. Second, a new hobbing method is presented. Finally, four test gears are cut and measured, and it is proven that the new hobbing method can produce the correct spherical gear with the possibility of practical utility.

Key Words: Machine Element, Gear, Spherical Gear, Intersecting-Axis Gears, Variable Shaft Angle, Hobbing Method, Imaginary Generating Rack

1. 結 論

球形歯車は、著者の一人によって提案された新しい歯車である。図1にこの球形歯車を示す⁽¹⁾。この歯車は図1に示すように、軸角が変化する交差軸間にも、定角速度比の回転運動を伝達できるものであり、回転伝達要素としての新しい可能性を秘めている。このためホブ切りによる試作も試みられてきたが、正確にこれを作ることはできなかった。その最大の理由は、球形歯車のホブ切りを平歯車のホブ切りの延長上に考えていたために、球形歯車を創成すべき仮想のラックをホブ盤上に実現できなかったためである。そこで著者らは球形歯車の実用化を目指して、球形歯車の新しく正しいホブ切り法を開発した。なお、本研究では、凸形球形歯車のホブ切り法についてだけ報告する。

2. 球形歯車の定義

本報では凸形球形歯車を球形歯車と呼ぶ。図2(a)および(b)に、平歯車および球形歯車を創成する仮想

創成ラックを示す。球形歯車を創成する仮想創成ラックのラック中心面は、平歯車を創成する仮想創成ラックのラック中心面に曲率半径 R_0 を与えて曲げたものである。球形歯車はこのラックによって創成された歯車である。

3. 球形歯車のホブ切り概要

図3に球形歯車のホブ切りの概要を示す。ここで左図は仮想創成ラックを示し、右図は仮想創成ラックを実現させるためのホブ全体の動きを示す。

4. 球形歯車の従来のホブ切り法とその問題点

従来のホブ切り法では、角 γ_{OH} をホブのピッチ円筒

Fig.1 Spherical gears applicable for variable shaft angle

* 原稿受付 1999年3月8日。

^{*1} 正員, 山形大学工学部 (〒992-8510 米沢市城南4-3-16)。

^{*2} 山形大学大学院。

^{*3} 長岡歯車製作所 (〒940-1146 長岡市下条町777)。

E-mail: td079@ip.yz.yamagata-u.ac.jp

Fig. 2 Imaginary generating rack to generate spur gear and spherical gear

Fig. 3 Hobbing of spherical gear

進み角として、ホブ取付角 Γ_1 を $\Gamma_1 = -\gamma_{OH}$ として与え、ホブ切りねじれ角 β_0 を $\beta_0 = 0$ として与えた。歯数 z は割出し換え歯車で設定した。以上のホブ切り諸元のもとで、ホブを垂直方向に、ワークを水平方向に同時に移動させ、図 2(b) の仮想創成ラックを実現しようとしていた。しかし従来のホブ切り法において実現される仮想創成ラックのラック中心面は図 4 に破線で示すものとなっていた。これに対し、球形歯車を創成する仮想創成ラックのラック中心面は図 4 に実線で示すものである。両者は一致しない。これは、従来のホブ切り法で、ホブ取付角 Γ_1 を $\Gamma_1 = -\gamma_{OH}$ で与えたためである。ホブ取付角 Γ_1 を $\Gamma_1 = 0$ で与えた場合のみ、理想的な仮想創成ラックのラック中心面と一致する。この理由から、従来のホブ切り法では球形歯車を正しく創成できなかった。

5. 球形歯車の新しいホブ切り法

新しいホブ切り法の概要を図 5 に示す。ホブ切り諸元を以下のように設定する。

Fig. 4 Plane of symmetry of rack for generating spherical gear

Fig. 5 New hobbing method

Fig. 6 Relative movement of hob to work to make ideal imaginary generating rack (○: Point of contact between work and hob)

$$\left. \begin{array}{l} \text{ホブ取り付け角 } \Gamma_1: \quad \Gamma_1 = 0 \\ \text{ホブ切りねじれ角 } \beta_0: \quad \beta_0 = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

歯数 z : 割出し換え歯車で設定

新しいホブ切り法では、ホブの角速度 ω_h 、ホブ軸の Z 軸(垂直)方向並進速度 v_z 、ホブのホブ軸方向並進速度 v_y 、ワークの角速度 ω_b 、およびワークの X 軸(水平)方向並進速度 v_x 、の五つの速度を同時に与える。図 2(b) の仮想創成ラックは v_z 、 v_y 、および v_x によって実現される。以下、これについて詳しく述べる。

5.1 ワークに対するホブの理想的な動きと実際の動き 以下、本章においては、ホブとワークの回転は静止しているものとして論ずる。図6にワークに対するホブの理想的な動きを示す。ホブ取付角 Γ_1 を $\Gamma_1=0$ 、ホブ切りねじれ角 β_0 を $\beta_0=0$ としている。ホブの位置が[1]、[2]、[3]において、ホブに図のような動きを与えれば、球形歯車を創成する仮想創成ラック [図2(b)] を実現できる。この結果、球形歯車を正しく製作できる。しかし、実際にはホブにこのような動きを与えることはできない。実際のホブの動きを図7に示す。ワークの歯先面とホブの歯先の最初の接触点を図中○印Aで示す。ワークの歯先面と最初に接触するホブの歯先の接触点を●印で示す。この点は、位置[1]、[2]、[3]でそれぞれ異なる。[2]におけるホブの歯先の接触点●と[1]、[3]における接触点○とは、ホブ軸方向に距離 Δy ずれる。

5.2 新しいホブ切り法 新しいホブ切り法においても、ワークに対するホブねじ面の相対位置は、図6に示したそれと同じにしたい。そのためには、ホブの[2]から[1]への移動において、図6ではホブに回転を与えたのに対し、図7ではホブにホブ軸方向移動距離 Δy を与える必要がある。これを示したのが図8である。こうすることにより、ワークに対するホブねじ面の相対位置を、図6のそれと同じくすることができる。これで球形歯車を正しく歯切りできる。

5.3 ホブのホブ軸方向の移動量 ホブ軸方向の

Fig. 7 Point of contact between work and hob ○, and point of contact on outside cylinder of hob ●

移動量 Δy を図9より式(2)として求める。点 (x_i, z_i) はホブのホブ軸中心の座標であり、角 θ_i はそれに対応する角である。ここで N_H はホブの条数、 P はホブのピッチ、 Δy はホブのホブ軸方向移動量、 R_H はホブの歯先円半径である。

$$\left. \begin{aligned} 2\pi : N_H P &= \theta_i : \Delta y, \therefore \Delta y = N_H P \theta_i / (2\pi) \\ \left(P = \frac{m_H \pi \cos \Gamma_1}{\cos \gamma_{OH}}, \theta_i = \sin^{-1} \left(\frac{|z_i|}{R_a} \right) \right) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

6. ホブ切り実験

試作歯車の製作に用いたホブの諸元を表1に示す。試作歯車の歯切り法と使用ホブを表2に示す。試作歯車の歯数は40、歯幅は10 mmとした。ホブ切りのようすを図10に示す。

Fig. 8 Principle of new hobbing method

Fig. 9 Transfer distance of hob in direction of hob axis

Table 1 Dimensions of hob

Dimensions of hob		
Number of threads in hob : N_H	$N_H = 1$	$N_H = 3$
Module : m_H	2.5	2.5
Pitch lead angle : γ_{OH}	$2^\circ 5'$	$7^\circ 20'$
Whole depth : h	5.63	5.625
Normal pressure angle : α_H	20°	20°

Table 2 Hob and hobbing method

Test gear	N_H of hob	Hobbing method
A	1	Conventional
B	3	Conventional
C	1	New
D	3	New

Fig. 10 Hobbing of test gear

7. 球形歯車の創成理論

図 2(b)の仮想創成ラックによって創成される歯面を理論解析する。歯車の歯面を創成する仮想創成ラックの歯面は、内円すい面である [図 11]。この内円すい面を図 12 に詳しく示す。内円すい面に固定された座標系を $o_1-x_1y_1z_1$ とする。点 Q を表す位置ベクトル $\mathbf{r}' (= \overrightarrow{O_1Q})$ は式 (3) で表される。ここに u, v は内円すい面を表すパラメータである⁽²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}' &= x_1 \mathbf{i}_1 + y_1 \mathbf{j}_1 + z_1 \mathbf{k}_1 \\ x_1 &= v \cos \alpha \cos u \\ y_1 &= a - v \sin \alpha \\ z_1 &= v \cos \alpha \sin u \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

図 13 において、座標系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ は歯車に固定された回転座標系、座標系 $O-XYZ$ は Z を歯車軸とする静止座標系、座標系 $o-xyz$ は静止座標系である。

点 Q を $Q(X_1, Y_1, Z_1) = Q(x_1, y_1, z_1)$ とするとき、座標 (X_1, Y_1, Z_1) と座標 (x_1, y_1, z_1) との間には次式 (4) の関係がある。ここに、 M_{04} は座標変換マトリックスであり、角 ϕ は歯車の回転角である。

Fig. 11 Conical surface generating spherical gear

Fig. 12 Conical surface

Fig. 13 Coordinate system of theoretical analysis

$$\begin{bmatrix} 1 \\ X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = M_{04} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ここで

$$M_{04} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ X_{04} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ Y_{04} & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ Z_{04} & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$X_{04} = (r - R_c) \cos \phi + (r \phi + Y'_0) \sin \phi$$

$$Y_{04} = -(r - R_c) \sin \phi + (r\phi + Y'_0) \cos \phi$$

$$Z_{04} = 0$$

$$A_{11} = \cos \phi$$

$$A_{21} = -\sin \phi$$

$$A_{12} = \sin \phi$$

$$A_{22} = \cos \phi$$

$$A_{33} = 1$$

$$A_{31} = A_{32} = A_{13} = A_{23} = 0$$

式(3)を式(4)に代入すれば式(5)を得る。これは、内円すい面を座標系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ で表したものである。

$$\begin{aligned} X_1 &= (v \cos \alpha \cos u + r - R_c) \cos \phi \\ &\quad + (a - v \sin \alpha + r\phi + Y'_0) \sin \phi \\ Y_1 &= -(v \cos \alpha \cos u + r - R_c) \sin \phi \cdots \cdots (5) \\ &\quad + (a - v \sin \alpha + r\phi + Y'_0) \cos \phi \\ Z_1 &= v \cos \alpha \sin u \end{aligned}$$

包絡面の条件式は、

$$\begin{vmatrix} \partial X_1 / \partial u & \partial Y_1 / \partial u & \partial Z_1 / \partial u \\ \partial X_1 / \partial v & \partial Y_1 / \partial v & \partial Z_1 / \partial v \\ \partial X_1 / \partial \phi & \partial Y_1 / \partial \phi & \partial Z_1 / \partial \phi \end{vmatrix} = 0 \cdots \cdots (6)$$

これより、次式を得る。

$$\phi(u, v) = -\frac{R_c \cos \alpha}{r \sin \alpha \cos u} + \frac{v}{r \sin \alpha} - \frac{(a + Y'_0)}{r} \cdots \cdots (7)$$

これを、式(5)に代入して式(8)を得る。

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1(u, v, \phi(u, v)) = X_1(u, v) \\ Y_1 &= Y_1(u, v, \phi(u, v)) = Y_1(u, v) \\ Z_1 &= Z_1(u, v, \phi(u, v)) = Z_1(u, v) \end{aligned} \cdots \cdots (8)$$

式(8)は、図2(b)の仮想創成ラックによって創成された歯車の右歯面を表している。

8. 歯面測定

8.1 理論歯面の基礎円筒接平面による切断輪郭
理論歯面を基礎円筒接平面によって切断し、その切断面上の輪郭を求める。以下これを理論歯面の切断輪郭

Fig. 14 Principle of measuring tooth section profile cut through plane in contact with base cylinder

と呼ぶ。図14に歯車に固定された座標系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ および測定を考慮した座標系 $O-XYZ$ を設定する。任意点 K を $K(X_1, Y_1, Z_1) = K(X, Y, Z)$ とするとき、座標 (X_1, Y_1, Z_1) と座標 (X, Y, Z) との間には式(9)の関係がある。

$$\begin{cases} X = X_1 \cos \phi_0 - Y_1 \sin \phi_0 \\ Y = X_1 \sin \phi_0 + Y_1 \cos \phi_0 \\ Z = Z_1 \end{cases} \cdots \cdots (9)$$

$$\cos \phi_0 = r_g / r, \sin \phi_0 = (\sqrt{r^2 - r_g^2}) / r$$

式(8)を式(9)に代入することにより、理論歯面は座標系 $O-XYZ$ において式(10)として表される。

Fig. 15 Apparatus of measuring tooth section profile

Fig. 16 Theoretical and measured tooth section profiles of gears A, B, C, D cut through plane in contact with base cylinder

Fig. 17 Tooth section profiles of 4 teeth positioned every 90° round circumference

$$\left. \begin{aligned} X &= X(u, v) = X_1(u, v) \cos \phi_0 - Y_1(u, v) \sin \phi_0 \\ Y &= Y(u, v) = X_1(u, v) \sin \phi_0 + Y_1(u, v) \cos \phi_0 \\ Z &= Z_1(u, v) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

基礎円筒接平面を表す $X=r_g$ を式(10)に代入して、式(11)を得る。

$$v=f(u) \dots\dots\dots (11)$$

これを、式(10)に代入することにより、理論歯面の切断輪郭は式(12)として求められる。

$$Y=Y(u), Z=Z(u) \dots\dots\dots (12)$$

8・2 製作歯面の基礎円筒接平面による切断輪郭

製作歯面を基礎円筒接平面によって仮想的に切断する。その切断面上の輪郭を製作歯面の切断輪郭と呼ぶ。その測定装置を図15に示す。この装置では、表面粗さ計のベースの上に $X-Y$ テーブルを置き、さらにその上に歯車支持台を載せている。そして、この支持台を X 方向に送ることによって、基礎円筒接平面をプローブの位置に一致させる。次に、プローブを Y 軸方向に送って、歯面を測定する。

図16に、製作歯面の切断輪郭を実線で、理論歯面の切断輪郭を破線で示す。また図17には製作歯車BとDの歯面切断輪郭を示す。ここで曲線1, 2, 3, 4は円周角が90°ごとの位置にある歯の輪郭を示している。4本の曲線はほぼ同じであり、ギヤブランクの偏心はない。歯車AおよびCについても同様の結果を得ている。

9. 考 察

(1) 図16において、試作歯車CおよびDの歯面

は理論歯面とよく一致しており、新しいホブ切り法の有効性を示している。

(2) 他方、試作歯車AおよびBの歯面は理論歯面からずれている。この原因は、図4に示したように、従来のホブ切り法において実現される仮想創成ラックの中心面が、理想的なそれに対し傾いているためである。この傾きはホブの取付角 Γ_1 が大きいほど大きく、角 Γ_1 が零であれば傾きはない。ちなみに角 Γ_1 は、Aのホブ切りでは $2^\circ 05'$ 、Bでは $7^\circ 20'$ 、CおよびDでは 0° である。

(3) 仮想創成ラックの歯直角平面は、一般的に図13の x_1-y_1 平面である。新しいホブ切り法では、ホブの取付角 Γ_1 を $\Gamma_1=0^\circ$ としたため、ラック歯直角平面におけるモジュール m と圧力角 α は、それぞれ以下の式で与えられる⁽³⁾。ここで、 m_H 、 α_H および γ_{OH} は、それぞれホブの歯直角モジュール、歯直角圧力角およびピッチ円筒進み角である。

$$m=m_H(\cos \Gamma_1 / \cos \gamma_{OH})=m_H / \cos \gamma_{OH} \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \alpha_H (\cos \gamma_{OH} / \cos \Gamma_1) \\ &= \cos \alpha_H \cos \gamma_{OH} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(4) また、ホブ取付角 $\Gamma_1=0^\circ$ としているため、ホブ切れ刃の作用逃げ角が設計値と異ってくる。このことがホブの寿命にどう影響するかについては、今後の検討が必要であろう⁽⁴⁾。

(5) 本報では凸形球形歯車のホブ切り法について論じたが、凹形球形歯車のホブ切り法についても同じ考え方を適用できる。

10. 結 論

球形歯車の正しいホブ切り法を提示した。ホブの回転、ホブの垂直方向並進、ホブのホブ軸方向並進、ワークの回転、およびワークの水平方向並進の五つの運動を同時に与えることのできるNCホブ盤を用いれば、このホブ切り法の実用化は可能である。

文 献

- (1) 山崎隆, 軸断面を変え、特色を出した円錐形歯車と球形歯車, 機械設計, 34-13(1994), 53-60.
- (2) 三留謙一・田村健, コンケープコニカルギヤの創成法, MPT'94 シンポジウム講演論文集, 94-58(1994), 333-336.
- (3) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear, Part 1: Theoretical Analysis of Table Sliding Taper Hobbing, Trans. ASME, J. Eng. Ind., 103-4 (1981), 446-451.
- (4) 永倉喜三郎・米倉将隆・桜木功, ホブの作用逃げ角に関する研究, 機論, 60-573, C(1994), 1798-1803.