NC 工作機械の象限切替え突起量の理論解析と入力適応系による補正*

長島 一男^{*1}, 勝木 雅英^{*1}, 河上 邦治^{*2}Theoretical Analysis of Stick Motion Generated
at the Quadrant Changing Position in NC Machine Tools
and Its Compensation by an Input Adaptive SystemKazuo NAGASHIMA^{*3}, Masahide KATSUKI and Kuniharu KAWAKAMI^{*3} Toshiba Machine Co., Ltd. Machine Tool Development Engineering Group,
2068-3 Oooka, Numazu-shi, Shizuoka-ken, 410-8510 Japan

When a circular curve command issues to the NC machine tool, a stick motion is generated at the quadrant changing position. This stick motion can often be measured and compensated, but it has not yet been shown by arithmetic calculation. This paper proposes an equation to calculate the stick motion amount, together with revealing that the present compensation of stick motion remains some residual error. The paper furthermore proposes an input adaptive system for compensating this residual error. The proposed method is applied to the grinding procedure of a die for f -theta lense, showing considerable improvement of the grinding shape accuracy less than 0.1 micro meter.

Key Words: Numerical Control (NC). Machine Tools, Servomechanism, Feeding Drive, Ultra-precision Machining, Friction, Stick Motion, Input Adaptive System, Compensation

1. 結 言

直交軸のNC工作機械に円弧運動を指令すると、象限切替え位置付近に図1に示す突起状の誤差が発生する¹⁾。この誤差はスティックモーションとロストモーションに別けて論じられるが、本稿ではこれらの生成過程を解析する都合から両者の合計を突起量と呼ぶ。この突起状誤差は実際に測定され挙動が把握され、誤差を補正する対策は施されているが、その突起量は理論的に解明されていない²⁾。そこで、本研究ではこの突起量を計算する理論式を求める。また、従来のバンバン制御を利用した突起補正の制御方法²⁾³⁾では僅かな突起が残ることを指摘し、この残存する突起を補正するために入力適応系を用いた方法を新たに提案する。さらに、ここで提案した手法を超精密非球面研削盤による $f-\theta$ レンズ金型の加工に応用し、NC指令データを補償することにより残存する突起の大きさを削減し、加工精度の向上ができることを実証し、その有効性を確かめる。

2. 突起状誤差の発生原理

2.1 突起状誤差に対する摩擦と偏差の関係 突起状誤差の主たる原因は送り系のクーロン摩擦および静摩擦と位置制御ループの偏差にある。金属のすべり摩擦はすべり速度の増加とともに摩擦力が減少し⁴⁾制御特性が悪いので、NC工作機械にはボールガイドなどのころがり摩擦⁵⁾を利用するが、それでも象限切替え位置において、直交軸の片方のスライドの速度方向が反転すると、それに呼応してクーロン摩擦の符号が逆転する。古典的制御系の位置制御ループは瞬時に起るクーロン摩擦の変貌に即応できないので偏差が蓄積するのを待つことになる。その間、スライドは停止するため動摩擦が静摩擦に移行し、スライドの発動を一層遅らせる。このスライドが停止している間も、直交軸の他のスライドはほぼ等速の運動を維持するため、両軸の合成位置は円弧経路の外側に膨らむ結果となり、これが突起として観測される。なお、動摩擦と静摩擦に差がなくても、速度方向の反転に伴い摩擦力の方向が逆転すれば突起生成の原因となる。

2.2 ロストモーション補正の影響 送り駆動系・機械要素の剛性により象限切替え位置における摩擦力と慣性力の変化により変形が引き起こされる。この変形は位置制御ループの偏差に比べると小さいが、その影響を検討する必要がある。突起生成中を除きその前後を比較すると、送り駆動系の負荷はクーロン摩擦力の2倍だけ

* 原稿受付 1999年4月23日。

^{*1} 正員、東芝機械(株) (〒410-8510 沼津市大岡 2068-3)。^{*2} 東芝機械(株)。

E-mail: nagashima.kazuo@toshiba-machine.co.jp

Fig. 1 Stick motion, lost motion and total height without compensation

Fig. 2 Command and machine path with lost motion compensation

異なる。これによる機械要素の変形と位置制御ループの偏差がロストモーションとして生じる(図1)。

この摩擦力の変化は同時に突起状誤差の原因でもある。

ここで、第4象限から第1象限に切り替わる位置での挙動を調べる。ロストモーション補正がある場合、図2に示す補償された指令は突起状誤差の生成過程を加速するので、突起生成時間はロストモーション補正無しより短くなる。それ故に、ロストモーション補正のある突起量はロストモーション補正無しの突起量より小さくなる。

2.3 突起状誤差に対する送り速度の影響 NC指令位置と機械位置との差であるドループは、位置制御ループの遅れ時定数と送り速度との積であるから、図3に示すように送り速度の増加に応じて移動軌跡の円弧半径が減少すると共に、指令と実位置との間の遅れの角度が増加する。低速送り範囲においてはこれらの増加により、図3(a)のように突起量も送り速度と共に増加する。しかし、高速送り範囲では、速度の増加に伴い、象限切替え位置における機械の中心方向への指令の分速度が、図3(b)に示すように著しく増加するため、機械の一方の軸が停止してから、その軸のサーボモータのトルクが静摩擦トルクを超えるまでに要する時間が短縮し突起量の増加を抑制する。さらに、等価質量には遠心力に相当する慣性力が作用するので、サーボモータにはこれに対抗して求心方向にトルクを発生するが、象限切替え位置における求心方向トルクの存在はサーボモータのトルク変化を低減する。これらの効果により高速送り範囲では送り速度の増加に対する突起量の増加割合が緩和する。

2.4 突起状誤差生成中におけるX Y 両軸の挙動 この付近では、Y軸はほぼ等速に移動しているが、X軸の移動方向は正から負に転ずるので、その間に一旦機械が静止状態になると静摩擦になる。そこで、指令が負の方向に進んでも機械が負の方向に動き出すのが遅れ、X軸の+方向に誤差を生ずる。象限切替え位置で機械のXスライドが止ったとき、サーボモータは正方向にトルクを生じているが、指令が負の方向に動いても、その量が小さい間はサーボモータのトルクの符号が負に転じない。

Fig. 3 A component of the command speed at the quadrant changing position of the slide

指令に対する誤差が大きくなり、静摩擦力を打ち破る駆動力が発生すると機械は動き出すが、機械の慣性があるのでしばらくは誤差が増加する。やがて機械が指令に追いつくと誤差は解消するが、誤差を拡大表示するとそれまでの間の誤差が突起状に描かれる。この誤差は機械の摩擦とサーボの遅れにより発生するもので、NCの分配方式には依存しない。円弧補間指令(G2・G3)を使わずに直線補間指令(G1)の短線分で指令しても同様に発生する。

3. ボールねじ送り系の力学

3.1 送り系の各部に生ずる力 サーボモータおよびボールねじ支持軸受が固定側に取付けられる形式の送り系について考える。作用・反作用の原理により、サーボモータが出力軸にトルクを発生すると、同じトルクがモータのフレーム側にも作用する。同様に、ボールねじがナットを介してテーブルに推力を発生すると、同じ推力が軸受と支持ブラケットを介して機械本体にも伝達される。これらの関係を模式図で表すと図4になる。図中の記号は表1による。突起状誤差の生成現象に比較して速度ループの一次遅れフィルタや電流ループは応答が速いので、それらの特性を無視し、サーボモータが発生するトルクを式(1)のように表す。

$$T_m = J_e \cdot \omega_c \cdot \left(1 + \frac{\omega_a}{s}\right) \cdot \left[\frac{\omega_o}{GR}(x_2 - X) - \dot{\theta}\right] \cdots \cdots (1)$$

3.2 送り系の運動方程式 図4の模式図から、サーボモータのロータ側とステータ側の運動はそれぞれ式(2)と式(3)で、ボールねじの回転運動は式(4)で、カップリングの伝達トルクは式(5)で、ボールねじ推力は式(6)で、ボールねじと機械本体とテーブルの進行運動はそれ

Fig. 4 Analytical model of feed drive system

Table 1. Nomenclature

Symbol	Units	Notation
$C_b(\dot{\theta}_b)$	mN-m	Friction torque of ball screw
$C_t(\dot{X}_t)$	N	Friction force of feed drive system
G	-	Reduction ratio
I	A	Current of servo motor
J_i	g-m ²	Inertia of element i
K_b	kN/m	Rigidity of support bearings
K_i	mN-m/rad	Torsional rigidity of element j
K_j	kN/m	Rigidity of element j
K_n	kN/m	Rigidity of ball nut etc.
K_s	kN/m	Rigidity of support brackets
K_{sb}	kN/m	Rigidity of ball screw support ($K_{sb} = K_s \cdot K_b / (K_s + K_b)$)
K_T	mN-m/A	Torque constant of drive motor
L	mm	Lead of ball screw
M_j	t	Mass of element j
P	N	Thrust force for driving the slide
P_d	N	Disturbance force as cutting force etc.
R	mm/rad	Speed ratio ($R = GL / 2\pi$)
T_i	mN-m	Driving torque of element i
x_1	mm	Command position
x_2	mm	Command position preview compensated
X	mm	Machine position
X_j	mm	Position of element j
z	-	z -operator ($z \equiv e^{\Delta T \cdot s}$)
ΔT	s	Sampling period
$2k \cdot \Delta T$	s	Period of moving average
η	-	Mechanical efficiency of drive system
θ_i	rad	Rotational angle of element i
ω_o	rad/s	Position loop gain
ω_1	rad/s	1st corner frequency of preview control
ω_2	rad/s	2nd corner frequency of preview control
ω_a	rad/s	Corner frequency of integrate compensation
ω_c	rad/s	Speed loop gain
Suffix i	b: Ball screw rotation f: motor stator & Frame	m: Motor rotor θ : Coupling
Suffix j	M: Machine installation t: Table slide including nut and workpiece	s: ball Screw traverse

それ式(7)と式(8)と式(9)で表される。

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - G \cdot T_\theta \quad (2)$$

$$J_f \ddot{\theta}_f + K_f \theta_f = T_m \quad (3)$$

$$J_b \ddot{\theta}_b + C_\theta(\dot{\theta}_b) = T_\theta - \frac{R}{\eta} \cdot P \quad (4)$$

$$T_\theta = K_\theta \cdot (G \cdot \theta_m - \theta_b) \quad (5)$$

$$P = K_n \cdot (R\theta_b - X - X_s) \quad (6)$$

$$M_s \ddot{X}_s + K_{sb} \cdot X_s = P \quad (7)$$

Fig.5 Function $\delta(\dot{X})$ Fig.6 Function $\sigma(\dot{X})$

$$M_M \ddot{X}_M + K_M \cdot X_M = K_{sb} \cdot X_s \quad (8)$$

$$M_t \ddot{X}_t + C_t(\dot{X}_t) = P + P_d \quad (9)$$

ここで、測定状態では $P_d = 0$ であるが加工状態における誤差を評価するに際しては P_d の存在も無視できない。

このうち、 $C_t(\dot{X})$ は非線型の特性を有する。その特性を理解するために次の式を与える。

$$C_t(\dot{X}) = \mu_s g M_w \delta(\dot{X}) + \mu_k g M_w \sigma(\dot{X}) + C \dot{X} \quad (10)$$

ここで、 μ_s は静摩擦係数、 g は重力加速度 (mm/s^2)、 $g M_w$ はテーブルガイドに作用する合計の力 (N)、 μ_k は動摩擦係数、 C は粘性抵抗 (kNs/m) である。また、 $\delta(\dot{X})$ は図 5 に示すように $\dot{X}$ が負かゼロから正に転ずるときにゼロから 1 までの自由な値を取り、さらに $\dot{X}$ が正かゼロから負に転ずるときに -1 からゼロまでの自由な値を取る関数、 $\sigma(\dot{X})$ は図 6 に示すように $\dot{X}$ の負・ゼロ・正に従って -1・ゼロ・1 の値を取る関数である。

3.3 運動方程式の簡略化 ここで取り扱う周波数 ω の範囲が表 2 の左列の条件に該当すれば、右列の近似が採用できる。実験に用いた X Y テーブルの数値は $K_f = 18.0 \text{ MN} \cdot \text{m/rad}$, $J_f = 0.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $K_{bs} = 600 \text{ MN/m}$, $M_s = 12.0 \text{ kg}$, $K_M = 12000 \text{ MN/m}$, $M_M = 3000 \text{ kg}$, $K_\theta = 36 \text{ MN} \cdot \text{m/rad}$, $J_b = 0.003 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ であるから $\omega \ll 1000 \text{ rad/s}$ の周波数帯において近似が採用できる。これらにより簡略化された送り系のブロック線図を図 7 に示す。

Table 2. Approximation within special conditions

Conditions	Approximation
$\omega \ll \sqrt{K_f / J_f}$	$\theta_f = 0$, $K_{\theta f} = K_\theta \cdot K_f / (G^2 \cdot K_\theta + K_f)$
$\omega \ll \sqrt{K_{sb} / M_s}$	$X_s = X_M$, $M_{MS} = M_M + M_s$, $K_{nsb} = K_n \cdot K_{sb} / (K_n + K_{sb})$
$\omega \ll \sqrt{K_M / M_M}$	$X_M = 0$
$\omega \gg \sqrt{K_M / M_M}$	$X_M = 0$, $M_{tM} = M_t M_M / (M_t + M_M)$
$\omega \ll \sqrt{K_\theta / J_b}$	$\theta_b = G \cdot \theta_m$, $J_{mb} = J_m + G^2 J_b$, $K_e = K_{nsb} \cdot K_\theta / (R^2 \cdot K_{nsb} + K_\theta)$

Fig.7 Block diagram of feed drive system

これらの簡略化の結果, 残る運動方程式は前記式(1)と式(9)および下記式(11)と式(12)の4式である.

$$J_{mb}\ddot{\theta}_m + RC_b(\dot{\theta}_b) = T_m - \frac{GR}{\eta} \cdot P \quad \cdots \cdots (11)$$

$$P = K_e \cdot (GR\theta_m - X) \quad \cdots \cdots (12)$$

送り駆動系の機械剛性が十分に大きく弾性たわみを無視できれば, $X_t = GR\theta_m$, $\dot{X}_t = GR\dot{\theta}_m$, $\ddot{X}_t = GR\ddot{\theta}_m$ の関係が成立するので, これらを式(11)に代入して式(9)と合せて P を消去することにより次の等価式を得る.

$$M_e \ddot{X}_t + C_e(\dot{X}_t) = \frac{\eta}{GR} \cdot T_m - P_d \quad \cdots \cdots (13)$$

ここに, M_e は等価質量(t), $C_e(\dot{X})$ は等価摩擦力(N)であり, それぞれ $M_e = M_m + J_{mb} / (GR)^2$, ならびに $C_e(\dot{X}) = C_t(\dot{X}) + \eta \cdot C_b(\dot{X}/R) / R$ である.

4. 突起量とその生成位置の理論計算

突起状誤差の生成過程を次の3段階に別けて考える.

- (1) 象限切替え位置でテーブルが停止するまでの挙動 (残留するモータトルクが支配的因子の場合)
- (2) モータトルクが静摩擦力に対抗できるまでの挙動
- (3) 機械が移動を開始し円弧経路に復帰するまでの挙動

4.1 突起状誤差生成中の指令 工具軌跡の象限切替え指令位置 $(r, 0)$ を基準とし, この点からの経過時刻を t とする. 円弧補間半径を r (mm), 送り速度を F (mm/s) として, 目標位置 (x, y) は次の式で表される.

$$(x, y) = \left(r \cdot \cos\left(\frac{F \cdot t}{r}\right), r \cdot \sin\left(\frac{F \cdot t}{r}\right) \right) \quad \cdots \cdots (14)$$

象限切替え位置付近では, 式(14)をテーラ展開し3次以上の項を省略して次のように近似する.

$$(x, y) = \left(r - \frac{F^2 t^2}{2 \cdot r}, F \cdot t \right) \quad \cdots \cdots (15)$$

図2に示したロストモーション量 Δ mm は, 動摩擦係数を μ_k として次の式(16)で表す.

$$\Delta = \frac{2gM_w \cdot \mu_k}{K_e} \quad \cdots \cdots (16)$$

この Δ を補正するために指令の円弧中心を図2に示すような一辺が Δ_c (mm) の正方形の頂点に移す. これにより制御系に与えられる目標値は各軸の機械の進行方向に $\pm \Delta_c / 2$ だけ補償されるから, 第4象限 ($t < t_o$) と第1象限 ($t \geq t_o$) ではそれぞれ式(17), 式(18)により表される.

$$\text{第4象限: } (x, y) = \left(r - \frac{F^2 t^2}{2 \cdot r} + \frac{\Delta_c}{2}, F \cdot t + \frac{\Delta_c}{2} \right) \quad \cdots (17)$$

$$\text{第1象限: } (x, y) = \left(r - \frac{F^2 t^2}{2 \cdot r} - \frac{\Delta_c}{2}, F \cdot t + \frac{\Delta_c}{2} \right) \quad \cdots (18)$$

4.2 テーブルの停止時刻と残留トルク 送り速度 F (mm/s) で直線の経路を移動すると, 位置ループゲイン ω_o の逆数の遅れ時間に相当する進み量だけ指令位置と機

械位置との間にドループと言う偏差を生ずる. この偏差を減らすためにフィードフォワード補償または予見補償が行われる. 予見補償の場合, 遅れ時間は式(19)の t_o のように低減するから, 図2に示したドループ D_r は式(20)のようになる.

$$t_o = \frac{1}{\omega_o} - \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} = \frac{\omega_1 - \omega_o}{\omega_o \cdot \omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \quad \cdots \cdots (19)$$

$$D_r = t_o \cdot F \quad \cdots \cdots (20)$$

このドループと移動速度とは同一直線上の反対方向であり, 移動速度は移動半径 r' に直角であることから, 指令円弧半径 r と移動半径 r' とドループ D_r とは図3に示すように直角三角形を構成する. これより移動半径が r' は

$$r' = \sqrt{r^2 - D_r^2} \quad \cdots \cdots (21)$$

半径減少量 Δr と角度遅れ $\Delta \phi$ は次のようになる.

$$\Delta_r = r - r' \cong \frac{D_r^2}{2 \cdot r} = \frac{t_o^2 \cdot F^2}{2 \cdot r} \quad \cdots \cdots (22)$$

$$\Delta \phi = \tan^{-1} \frac{D_r}{r'} = \tan^{-1} \frac{t_o F}{\sqrt{r^2 - t_o^2 F^2}} \quad \cdots \cdots (23)$$

これにより, 突起状態に無い時のテーブル位置 (X, Y) は次の式で表される.

$$(X, Y) = \left(\frac{r'}{r^2} (xr' + yD_r), \frac{r'}{r^2} (yr' - xD_r) \right) \quad \cdots \cdots (24)$$

テーブル停止時刻を $t = t_o$ とし, $\Delta' = (\Delta_c - \Delta) / 2$ と置いてテーブル停止座標を式(25)のように仮定する.

$$(X_o, Y_o) = (r' + \Delta', \Delta') \quad \cdots \cdots (25)$$

テーブル停止時の摩擦力は $-\Delta K_e / 2$ であり, 移動物と回転系の慣性力は $M_e F^2 / r'$ である. 停止時のサーボモータにはこれらに対抗して式(26)のトルク T_o が残留する.

$$T_o = \left(\frac{\Delta K_e}{2} - \frac{M_e F^2}{r'} \right) \cdot \frac{G \cdot R}{\eta} \quad \cdots \cdots (26)$$

4.3 モータが回り始める時刻 静摩擦係数を μ_s , $v = \mu_s / \mu_k$ と置いて, 移動を開始するために必要な送り力 F_s (kN) は式(27)で, モータ始動トルク T_s (N-m) は式(28)で表される.

$$F_s = -M_w g \mu_s = -\frac{v}{2} \cdot \Delta K_e \quad \cdots \cdots (27)$$

$$T_s = -\frac{v \cdot \Delta K_e}{2} \cdot \frac{G \cdot R}{\eta} \quad \cdots \cdots (28)$$

機械が動くためには式(29)のトルク変化が必要である.

$$T_s - T_o = -\frac{G \cdot R}{\eta} \left(\frac{1+v}{2} \Delta K_e - \frac{M_e F^2}{r'} \right) \quad \cdots \cdots (29)$$

突起状誤差を生じている状態ではテーブルは停止するから $M_m \ddot{X} + C_m(\dot{X}) = 0$ である. また, サーボモータも低速回転であるから $J\ddot{\theta}$ と $J_b\ddot{\theta}_b + C_b(\dot{\theta}_b)$ とを無視し, モータから見た機械系の回転コンプライアンス Ψ (krad/Nm) は次式で表す.

$$\Psi = \frac{1}{K_\theta} + \frac{\eta}{G^2 R^2 \cdot K_m} \dots\dots\dots (30)$$

指令 x_2 から T への伝達関数の形式は、 $\theta = \Psi \cdot T$ と $X = X_o$ とを式(1)に代入し、 dT/dt の項を左辺に移項し整理して $\xi = 1 + J_e \omega_c \omega_a \Psi$ と置いて式(31)を得る。

$$T = \frac{\frac{\omega_o \cdot J_e \cdot \omega_c}{\xi \cdot G \cdot R} \cdot \left(1 + \frac{\omega_a}{s}\right) \cdot (x_2 - X_o)}{1 + \frac{J_e \cdot \omega_c \Psi}{\xi} \cdot s} \dots\dots\dots (31)$$

具体的な数値を検討すると分母の一次遅れの時定数は小さいので、これを無視し、モータトルク T は T_o を初期値として次の式(32)のように変化する。

$$T = \frac{\omega_o \cdot J_e \cdot \omega_c}{\xi \cdot G \cdot R} \left[x_2 - X_o + \omega_a \int_{t=t_o}^t (x - X_o) dt \right] + T_o \dots\dots (32)$$

これに式(18)の x と式(25)の X_o とを代入して積分すると式(33)を得る。ただし $\Delta_2 = \Delta_r - \Delta_c + \Delta/2$ とする。

$$T = T_o - \frac{\omega_o J_e \omega_c}{\xi \cdot G \cdot R} \left[\frac{F^2}{2r} \cdot t^2 + \frac{F^2}{6 \cdot r} \cdot \omega_a \cdot (t^3 - t_o^3) - \Delta_2 - \omega_a \cdot \Delta_2 \cdot (t - t_o) \right] \dots\dots\dots (33)$$

動くためには $T \leq T_s$ となる必要がある。式(33)に式(26)を代入し式(28)と比較し、 $\xi GR / (\omega_o J_e \omega_c)$ を両辺に掛け整理すると式(34)を得る。

$$\frac{F^2}{6 \cdot r} \omega_a (t^3 - t_o^3) + \frac{F^2}{2 \cdot r} t^2 - \omega_a \Delta_2 (t - t_o) - \Delta_2 - \frac{\xi \cdot G^2 R^2}{\eta \cdot \omega_o J_e \omega_c} \left(\frac{1+\nu}{2} \Delta K_e - \frac{M_e F^2}{r'} \right) \geq 0 \dots\dots (34)$$

式(34)を解きモータが回り始める時刻を求めるために Cardano の公式⁶⁾を適用する。 $at^3 + bt^2 + ct - d \geq 0$ に移すと $a = \omega_a F^2 / 6r$, $b = F^2 / 2r$, $c = -\omega_a \Delta_2$ であり、 d は式(35)である。

$$d = \frac{\omega_a \cdot F^2 \cdot t_o^3}{6 \cdot r} - \Delta_2 \cdot (\omega_a \cdot t_o - 1) + \frac{\xi \cdot G^2 \cdot R^2}{\eta \cdot \omega_o \cdot J_e \cdot \omega_c} \cdot \left(\frac{1+\nu}{2} \cdot \Delta \cdot K_e - \frac{M_e \cdot F^2}{r'} \right) \dots\dots (35)$$

$\tau = t + 1/\omega_a$ と置けば $\tau^3 + 3p\tau - q \geq 0$ 、ここに p と q はそれぞれ式(36)と式(37)である。

$$p \equiv \frac{c}{3a} - \frac{b^2}{9a^2} = -\frac{2r\Delta_2}{\omega_a F^2} - \frac{1}{\omega_a^2} \dots\dots\dots (36)$$

$$q \equiv \frac{d}{a} + \frac{bc}{3a^2} - \frac{2b^3}{27a^3} \dots\dots\dots (37)$$

具体的な数値を検討すると、判別式は $q^2 + 4p^3 > 0$ であるから 1 つの実数の解が次の式(38)のように得られる。

$$t = \sqrt[3]{\frac{q + \sqrt{q^2 + 4p^3}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{q - \sqrt{q^2 + 4p^3}}{2}} - \frac{1}{\omega_a} \dots\dots (38)$$

4.4 偏差の極大時刻と突起量の計算式

モータが回り機械が動き始めた後にも指令と機械の位置の偏差はさらに増加する。この偏差が極大となる時刻 t_s は式(38)の時刻からサーボ系の時定数 t_o だけ遅れて発生する。

$$t_s = t + t_o \dots\dots\dots (39)$$

偏差が極大となる位置の指令の座標値 (x_s, y_s) は、式(18)の t に t_s を代入して求められることにより、突起量は次の式で与えられる。

$$\delta_s = r' + \Delta' - \frac{r'}{r^2} (x_s r' + y_s D_r) \dots\dots\dots (40)$$

4.5 従来の補正時の突起量の計算式

X 軸の運動方向の正負に応じて、ロストモーション補正以外にもパンパン制御が行われるが、その一環として速度ループ内部の補償積分器の保有する積分値を瞬時に更新し、サーボモータに逆方向の電流を流す突起補正がある²⁾³⁾。突起補正のパラメータが適切で正しく機能した場合は、4.3 節で論じられた $t_s - t_o$ の時間差をゼロに削減すると考えられる。しかし、この場合はモータが回り始めてから案内部の摩擦と送り系の剛性に依存して定まる角度だけモータが回転しなければ機械は動き出さない。この回転角度 θ (rad) は次の式で表される。

$$\theta = \frac{g M_w \cdot (\mu_s + \mu_k)}{G \cdot R \cdot K_e} = \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\Delta}{G \cdot R} \dots\dots\dots (41)$$

モータが回転を開始すると、速度フィードバック信号が発生するから、モータの速度 $\dot{\theta}$ (rad/s) は速度ループの入力 $\bar{\theta}$ (rad/s) に追従して制御される。

$$\begin{aligned} \bar{\theta} &= \frac{\omega_o}{G \cdot R} \cdot \int_{t=t_o}^t (x - X) dt \\ &\equiv -\frac{\omega_o}{G \cdot R} \cdot \left[\frac{F^2}{6 \cdot r} \cdot (t^3 - t_o^3) - \Delta_2 (t - t_o) \right] \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

一般に、 $6 \cdot r \cdot \Delta_2 \ll F^2 \cdot (t^2 + t \cdot t_o + t_o^2)$ だから Δ_2 の項を省略し式(42)を式(41)と等しく置いて t について解く。

$$t_1 = \left[t_o^3 + \frac{6 \cdot r \cdot (1+\nu) \cdot \Delta}{F^2 \cdot 2 \cdot \omega_o} \right]^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots (43)$$

機械が動き始める時の指令の座標値 (x_1, y_1) は、式(18)の t に t_1 を代入して求められることにより、その結果、突起量は次の式の δ_1 に低減する。

$$\delta_1 = r' + \Delta' - \frac{r'}{r^2} (x_1 r' + y_1 D_r) \dots\dots\dots (44)$$

このように、突起補正後も僅かな突起が残存する。

4.6 突起量の計算例

突起量の測定条件と突起量 δ_s の計算例を表 3 および図 8 に示す。送り速度が極端に微速の場合 (0.0833 mm/s = 5 mm/min) を除き、通常使用する測定条件の範囲では計算値は実測値と一致する。突起が小さい場合は機械運動の真直度誤差が測定値に含まれる

Fig. 8 Comparison between calculated value and measured value of stick motion

Fig. 9 Access of non-spherical mirror grinding

Fig. 10 Original and compensated command path on input adaptive system

Table 3. Measuring conditions of total projection

r mm	Feedrate mm/s	ω_0 1/s	Lost motion μm	Experimental value μm	Calculation (μm)	
					δ_s	δ_l
150	8.333	20	3.0	12.0	9.8	2.88
150	8.333	30	5.0	10.0	11.36	4.66
150	33.333	30	3.5	16.0	14.53	2.87
30	33.333	30	4.0	21.0	17.37	2.47
150	33.333	20	3.0	20.0	15.25	2.08
415	3.3333	50	3.0	3.0	3.24	2.14
435	0.8333	50	1.5	1.23	1.19	0.92
435	.08333	50	0.5	1.2	0.29	0.27

ことなどを考慮すると、計算式は現実の状況をよく表している。さらにバンバン制御による突起補正が理想的に効を奏した場合に残留する突起量 δ_l の計算例を表3および図8に追加し従来の突起補正による改善の限界を示す。

5. 新たな突起補正のための入力適応系

5.1 入力適応系とロストモーション補正 望ましい制御出力を得るために制御系の係数を調整する係数適応制御とは別に、望ましい制御出力を得るために制御系の入力修正する入力適応系がある。係数適応制御の効果はその制御系の想定範囲内に限定されるが、入力適応系⁷⁾はこれより自由で広範な問題に対処できる。象限切替え位置付近における摩擦の変貌に端を発する突起の現象は、まさに古典的フィードバック制御系の想定を超える事態である。突起状態に陥ったときに一時的にゲインを増大させて、突起状態から速く脱出することにより突起量を減らす試みは問題の抜本的な解決にはならない。指令方向の反転後スライドの移動速度がゼロに達することを契機として行われるロストモーション補正は、クーロン摩擦モデルの制御出力を改善する。このロストモーション補正も、図2のように入力適応系の一形態と考えられる。

5.2 突起補正のための入力適応系 この考え方をさらに進めて突起を補正するための入力適応系を提案する。クーロン摩擦モデルと現実の送り系との相違点は、スライドの移動開始時の摩擦が静摩擦になることである。象限切替え位置において摩擦力の方向が反転することに対してはロストモーション補正によって既に補償されて

いるから、突起を除くためには静摩擦と動摩擦の差の力を何らかの方法で発生させれば良い。送り系に外部から力を与えると突起が解消することは既に実証された^{8)~10)}。しかし、この案は送り機構を二重に必要とし不経済で現実性に乏しい。筆者らは送り系の外部から力を与える代りにNC指令座標を一時的に変更することにより同様の効果を期待し突起を解消することを提案する。

5.3 応用事例 本研究の成果を明示するため精度の厳しいf- θ レンズの金型を砥石直径50mm, X,Y,Z各軸の制御分解能10nmの非球面研削盤で加工する事例を図9に示す。加工物のほぼ中央に象限切替え位置があり突起に対応する傷ができる。傷の深さは0.123 μm 程度であるが、要求される鏡面の品位を著しく損なう。

5.4 VCMD 波形の観測 図7のブロック図の左端の加算点④から出る信号は、速度ループの目標値の基になる信号であり、この信号の時間変化をVCMD波形(Velocity CoMmanD wave)と呼ぶ。この信号はスティックモーションの状況を示すセンサの出力として利用できる。指令が図10(a)の円弧の経路を進ると、Z軸速度は負から正に一定の時間率で変化するためVCMD波形は右上がりの斜めの直線を描く。円弧補間中、象限切替え位置付近で摩擦力の方向が変化すると、これにより図11の破線の乱れが発生する。この乱れの前後の直線からの隔たりが静摩擦と動摩擦の差の力を発生する源となる。別の見方をすれば、入力適応系の補償をしない場合のVCMD波形は指令位置と機械位置との偏差でもあり、突起状態誤差の波形でもある。図11の点線は送り速度F=200mm/minのときのVCMD波形の観測例であり、象限切替え位置から徐々に直線からの隔たりが発生することが特長である。象限切替え位置でスライドが停止した後、静摩擦の力に打勝つだけの偏差ができるまでに0.5s程度の時間を要することが判る。この図11の参照直線との差から突起量は約0.3 μm であることが読み取れる。

5.5 指令の補償とその結果 図10(b)のように象限切替え位置から円弧の内側に一定量一定範囲に補償する。

Fig. 11 VCMD wave form (F=200 mm/min)

補償波形は突起波形とは異なる方形で、補償量は突起量より1~2割少ないが、補償の時間幅は突起の全時間幅と同じ程度がよく、ともにVCMD波形の観測から求める。幅1.85mmの範囲を0.2 μm 補償して指令したときのVCMD波形を図11の実線で示す。補償により象限切替え位置で直ちに力が発生していることが判る。しかしその力は静摩擦の力に打勝つには不十分なので時間と共に僅かに増加する。補償量を加味した指令の波形もVCMD波形に描かれるので、突起量は補償量を加味した指令の波形からさらに増加した分であるから約0.1 μm に減少したことが読み取れる。F=240mm/minの送り速度の条件で補償をしないときのVCMD波形と加工形状を図12(a)に示す。これを補償幅1.85mmの範囲で0.3 μm 補償をしたときのVCMD波形と加工形状を図12(b)に示す。補償部分を図12(a)および(b)に@で示すように、補償により象限切替え位置の突起の凹みが解消している。

送り速度F=50mm/minの条件で幅1.85mmの範囲で0.05 μm 補償をしたときのVCMD波形と加工形状を図13に示す。VCMD波形は基線と平行になり、突起による凹みは浅くなったが、隣接部が膨らんでいることが判る。補償前に0.103 μm であった形状誤差が0.061 μm に削減された。この場合、0.05 μm 程度の形状誤差要因は突起以外

Fig. 12 VCMD wave form and machined profile (F=240 mm/min)

Fig. 13 VCMD wave form and machined profile (F=50 mm/min) with input adaptive compensation

にも機械運動の真直度誤差などが存在するため、図13に@で示している範囲の突起の補正だけでは、これ以上に全体の形状誤差が改善し得ないものとする。

6. 結 言

象限切替え位置における突起生成のメカニズムを明らかにし、生成突起量の計算式を導いた。マシニングセンタにおける突起量の測定値と比較して計算式の妥当性を確かめた。しかし、突起補正の制御のみでは僅かな突起が残ることを指摘し、残存する突起に対してこれを補正する入力適応系を提案している。さらに、超精密非球面研削盤による $f-\theta$ レンズ金型の加工に、新たに提案したNC指令データを補償する入力適応系を応用して、残存する突起の大きさを削減することにより、その有効性を確かめた。

本稿を草するに当たり、東京工業大学工学部伊東誠教授ならびに斎藤義夫教授にご指導頂いたことを記し、厚く御礼申し上げます。

文 献

- (1) 垣野義昭・井原之敏・中津善夫, NC工作機械の運動精度に関する研究(第2報) DBB法による運動誤差原因の診断, 精密工学会誌, 52-10(1986), 1739-1745.
- (2) 垣野義昭・井原之敏・中津善夫, NC工作機械の運動精度に関する研究(第6報) 円弧補間送り時のスティックモーションの生成機構とその補正, 精密工学会誌, 56-4(1990), 739-744.
- (3) 是田規之・沖友啓成・津村憲治・竹内克佳・江川庸夫, パンパン制御による工作機械送りの高精度化に関する研究, 精密工学会誌, 60-3 (1994), 427-431.
- (4) Pierre E. Dupont and Eric P. Dunlap, Friction Modeling and PD Compensation at Very Low Velocities, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, 117-March(1995), 8-14.
- (5) 大塚二郎, 超精密位置決め技術の現状と今後, 精密工学会誌, 61-12(1995), 1645-1649.
- (6) 彌永昌吉, 岩波数学辞典, 第2版, (1968), 91, 889, 岩波書店.
- (7) 長島一男・広瀬敏之: NC工作機械の工具移動軌跡に生ずる誤差とその入力適応系, 機論, 65-638, C(1999-10), 4230-4236.
- (8) 垣野義昭・井原之敏・和田篤行・羽山定治・濱村実: 力制御を用いたスティックモーション補正, 精密工学会春季大会講演論文集, D65 (1996), 893-894.
- (9) 羽山定治, NC工作機械の運動誤差解析とその向上に関する研究-第5章力制御を用いたスティックモーション補正による運動誤差の改善, 京都大学・学位論文(1997), 80-124.
- (10) 垣野義昭・井原之敏・林書鼎・羽山定治・濱村実・藤田純: 駆動力付加によるNC工作機械送り系のスティックモーション補正, 精密工学会秋季大会講演論文集, E38 (1998), 209.