シュラウドでつづられたタービン翼群の連成振動に関する研究*

(第2報, 回転軸方向屈曲振動とねじり振動の干渉)

(故) 宮川 正^{*1}, 西山 修 二^{*2}

Research on Vibration Characteristics of Turbine Blades Grouped by Shroud Band

(2nd Report, Interference between Axial Flexural Vibration and Torsional Vibration)

Tadashi MIYAGAWA and Shuji NISHIYAMA^{*3}^{*3} Hiroshima City Industrial Technology Institute, 8-24 Senda-machi 3-chome, Naka-ku, Hiroshima City,
Hiroshima 730-0052, Japan

This paper presents the research on the coupled vibration of the turbine blades grouped by a shroud band. Our first report detailed a theoretical analysis concerning the effect of longitudinal and bending flexibility of shroud band on tangential flexural vibration. In this paper we deal with the interactive between axial flexural vibration and torsional vibration of turbine blade, which is occurred in an actual turbine. We have calculated the effect of the ratio of the length of blade to the width of that with constant thickness of shroud band on vibration behavior. In an analytical treatment, a physical model of six blades per shroud is analyzed by using the transfer matrix method. The set of six turbine blades per a shroud band is usually used in an actual turbine design. An analytical treatment for the six blades per a shroud band does not become complex, and the vibration characteristics of it can be seen clearly. The analytical treatment developed in this paper is also applicable for the case of having the other number of blades per a shroud band. It was found that the vibration characteristics of grouped blades of turbine per a shroud band largely depend on the ratio of the length to the width of turbine blade, and there is significant interference between axial flexural vibration and torsional vibration. Some results are presented in the form of parametric plots and tables.

Key Words: Coupled Vibration, Vibration of Continuous System, Turbine Blade, Group of Blades, Shroud Band, Transfer Matrix Method

1. 緒 言

タービン翼は, シュラウドやワイヤで数枚一組, あるいはスナップで一円周エンドレスに連結され, 有限翼群や無限翼群を構成することが多い. ところが, 翼群の場合, その可能最大共振応力が同一条件下の単独翼の共振応力より大きくなることもあり, 種々の問題を発生することが指摘されている⁽¹⁾.

蒸気タービン翼では, 翼頂部をシュラウドで連結した有限翼群構造が広く採用されている. 前報⁽²⁾では, この有限翼群の接線方向の振動モードは, シュラウドの伸縮と翼の曲げ剛性の相対関係により, 特異な挙動を示すことを報告した.

本報では, 翼のその他の自由度であるロータ回転軸方向(以下軸方向と記す)の変位と翼自身の長手軸まわりのねじり変位とは本質的に連成し, この連成振動に

ついて, 実際のタービン翼で生じる現象を明らかにすることを目的とする.

肥爪ら⁽³⁾⁽⁴⁾は, 有限翼群の軸方向変位とねじりの連成振動について, Ritz モデルを用いて固有振動数, 基準振動形について解析している. 解析では, 翼高さ一定でシュラウド厚を変化させた場合を取扱っており, 現実的ではない. 実際のタービン翼では, シュラウド厚はほぼ一定で翼高さが変化している.

本報では, 実用性を考慮しシュラウド厚が一定で翼高さが翼幅に対し相対的に変化する場合について, 振動モードがどのように変化するかを検討する. 手法として, 伝達マトリックス法を用い, 6枚つづりの翼群を取上げ解析する. 伝達マトリックス法を適用した理由は, 翼の振動特性の解をより簡明に直接的に求めることができるからである. またこのつづり枚数は実際のタービンにおいても標準的に用いられ, 計算式が過度に複雑にならず, 振動特性がよく理解できる. 他のつづり枚数の場合においても, 本報で展開する解析手法は適用可能である.

* 原稿受付 1999年10月12日.

^{*1} (元)正員, 宮川技術士事務所.^{*2} 正員, 広島市工業技術センター (〒730-0052 広島市中区千田町3-8-24).

E-mail: sn@itc.city.hiroshima.jp

2. 理論的解析

2・1 記号 本報で使用するおもな記号とその意味は次のとおりとする。

A : 翼断面積

A_{SH} : シュラウド断面積

E : ヤング率

G : セン断弾性係数

GJ : ねじり剛性

H : 翼プロファイル部の高さ

I_X : 翼の y 軸に関する断面二次モーメント

I_{AX} : シュラウドの z 軸に関する断面二次モーメント

I_P : 翼の断面極慣性モーメント

l : 翼の固定点からの高さ

l_s : シュラウドの翼1スパン分の長さ

M : 翼の y 軸まわりの曲げモーメント

M_z : シュラウドの z 軸まわりの曲げモーメント

N : y 軸方向の軸力

Q : 翼の x 軸方向のせん断力

t : シュラウドの厚さ

u, v, w : 翼またはシュラウドの x, y, z 軸方向の変位

V : シュラウドの x 軸方向のせん断力

W : 翼幅

W_s : シュラウドの幅

x, y, z : 座標軸

θ, ϕ, ψ : x, y, z 軸まわりの回転角

ρ : 翼材の密度

ω : 角振動数

$\{ \}$: 列ベクトル(横に書く)

添字

B, S : 翼根元, 翼頂部

L, R : 分割点の左側, 右側

添字なし: 翼

S または SH : シュラウド

モードの略称

IP: In-Phase Mode 翼群中各翼の位相が同一の振動モード

OP: Out-of-Phase Mode 各翼の位相が同一でない振動モード

A: Axial 軸方向を示す

Ts: Torsional ねじりを示す

AOPn: Axial Out-of-Phase Mode 各翼の位相が同一でない振動モードで末尾の数字 n は翼群中の位相変化の回数を表す。

2TsIP: 2nd Order Torsional In-Phase Mode 翼高

Fig. 1 Coordinate for shroud

Fig. 2 Blade arrangement

さ方向に節が一つある同位相ねじり振動モード

2・2 シュラウドの伝達特性 翼-シュラウド系は図1(a)に示すように、翼を分岐系とし、シュラウドを主系とする振動系とみなす。

シュラウドに関する座標系を図1(b)のように定める。翼の y 軸まわりの傾斜 ϕ はシュラウドの長手軸まわりのねじれに対応する。シュラウドのねじり剛性は小さいので、その影響は無視する。シュラウドの回転角 ϕ とそれに対応するモーメントは、シュラウドの状態量に含めない。シュラウドは曲げこわさ EI_{AX} が全区間で一定で質量のないはりとして仮定し、 xy 平面内の曲げとせん断に起因する2種類の変形を考慮する。

解析にあたり、状態量を次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y}{l_s} & \bar{u} &= \frac{u}{l_s} \\ \bar{M}_z &= \frac{l_s}{2E_s I_{AX}} M_z & \bar{V} &= \frac{l_s^2}{6E_s I_{AX}} V \\ \bar{Q} &= \frac{l_s^2}{6E_s I_{AX}} Q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

各翼頂間のシュラウドの格間伝達式は

$\bar{W}_s = \{ \bar{u} \ \phi \ \bar{M}_z \ \bar{V} \}$ に関し次式で表される。

$$\bar{W}_s^R = \bar{F}_s \cdot \bar{W}_s^L \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{F}_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & -1+\xi \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 ξ はシュラウドのせん断変形に関する係数

で次式となる。

$$\xi = \frac{6E_s I_{AX}}{GA_{SH} \kappa l_s^2} \dots\dots\dots (4)$$

式(4)において、 κ はせん断に関する修正係数である。 ξ は5近くの値であり、1に比べはるかに大きい。すなわち、軸方向振動の場合はシュラウドの曲げ剛性が大きいので、相対的にシュラウドのせん断変形の方が支配的になる。

2.3 翼の曲げに関する伝達特性 実際の翼は本来変断面であるが、本論文では実際の翼を単純化し、図2に示すように翼根元から翼頂部まで単一断面の翼を仮定する。また翼とシュラウドの慣性主軸の方向はタービン回転軸方向(x 方向)、ロータ接線方向(y 軸方向)と一致しており、図心とせん断中心は一致しているものとする。

翼については、せん断変形と回転慣性の影響を考慮する。この場合の伝達特性については、文献(5)に記述されている結果を適用する。各成分は図2に示す矢印の方向を正とする。任意の高さ z での状態量ベクトルを $\mathbf{W} = \{u \ \phi \ M \ Q\}$ とする。翼のせん断力 Q はシュラウドの x 軸方向のせん断力 V と対応している。状態量ベクトル $\mathbf{W}$ を変位ベクトル $\mathbf{U} = \{u \ \phi\}$ と力ベクトル $\mathbf{V} = \{M \ Q\}$ とに分けて書くと、翼根元では翼は固定されているので、 $\mathbf{U}^B = 0$ であり、自由度は $\mathbf{V}^B$ である。

$$\mathbf{W} = \mathbf{F}(z) \mathbf{V}^B \dots\dots\dots (5)$$

ここで、式(5)において $z=l$ とすると、翼根元における $\mathbf{W}^B$ と翼先端における $\mathbf{W}^S$ との間には次の関係式が成立する。

$$\mathbf{W}^S = \mathbf{F}(l) \mathbf{V}^B \dots\dots\dots (6)$$

$\mathbf{F}(l)$ は翼根元から翼頂への状態量の伝達マトリックスである。式(6)から $\mathbf{V}^B$ を消去し、翼先端における翼の剛性マトリックスを求める。ここでシュラウドの長手軸まわりのねじりを無視しているため、 $M=0$ であるから次式が成立する。

$$Q^N = p \cdot u^S \dots\dots\dots (7)$$

式(7)にシュラウドを基準とした式(1)による無次元化を行うと、翼の剛性は次式で表される。

$$\begin{aligned} \bar{p} = & \frac{1}{6} \left(\frac{EI_X}{E_s I_{AX}} \right) \left(\frac{l_s}{l} \right)^3 \times \frac{1}{\Delta} \\ & \times \beta^4 \{ C_0^2 - (\sigma + \tau) C_0 C_1 + \sigma \tau C_1^2 - \beta^4 S_0 S_1 \\ & + (\sigma + \tau) \beta^4 S_1^2 \} \\ \Delta = & \sigma C_0 S_0 - (\beta^4 + \sigma^2) C_0 S_1 + (\beta^4 - \sigma \tau) C_1 S_0 \\ & - \sigma (\beta^4 - \sigma \tau) C_1 S_1 \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに、式(8)に含まれる記号 σ, τ, β^4 は次のとおりである。

$$\sigma = \frac{\rho \omega^2 l^2}{\kappa G} \quad \tau = \frac{\rho \omega^2 l^2}{E} \quad \beta^4 = \frac{\rho A \omega^2 l^4}{EI_X} \dots\dots\dots (9)$$

$GA_s = GA_\kappa$ はせん断剛性、 κ は断面の形によって決まる修正係数である。 $\lambda_1, \lambda_2, A_1, A_2, A, C_0, C_1, S_0, S_1$ を次式とする。

$$\lambda_1, \lambda_2 = \sqrt{\beta^4 + \frac{1}{4}(\sigma - \tau)^2 \pm \frac{1}{2}(\sigma + \tau)} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma + \lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \quad A_2 = \frac{\lambda_2^2 - \sigma}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \\ A &= \frac{1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= A(\lambda_2^2 \cosh \lambda_1 + \lambda_1^2 \cos \lambda_2) \\ C_1 &= A(\cosh \lambda_1 - \cos \lambda_2) \\ S_0 &= A \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1} \sinh \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2} \sin \lambda_2 \right) \\ S_1 &= A \left(\frac{1}{\lambda_1} \sinh \lambda_1 - \frac{1}{\lambda_2} \sin \lambda_2 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

固有振動数が求まり、シュラウドの状態量が定まれば翼の振動数は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{u(z)}{u^S} = & \frac{1}{\Delta} \left[A \beta^4 \{ S_0 - (\sigma + \tau) S_1 \} \right. \\ & \times \left(\cosh \frac{\lambda_1 z}{l} - \cos \frac{\lambda_2 z}{l} \right) - (C_0 - \tau C_1) \\ & \left. \times \left(\lambda_1 A_2 \sinh \frac{\lambda_1 z}{l} - \lambda_2 A_1 \sin \frac{\lambda_2 z}{l} \right) \right] \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

u は比の形になっているから、式(13)は $\bar{u}$ にもそのまま適用できる。式(13)は $z=0$ で0、 $z=l$ で1となる関数となっており、翼の変位曲線を表す正規関数である。式(13)から、各翼の変位曲線は翼群内で相似であることがわかる。

2.4 翼のねじりに関する伝達特性 一様な断面のはりのねじりを考える。記号は図2のとおりとする。翼根元 $z=0$ では $\phi^B=0$ であるからシュラウド上での翼のねじりに関する剛性は、式(1)により無次元化すると次式となる。

$$\bar{q} = -\frac{1}{2} \left(\frac{GJ}{E_s I_{AX}} \right) \left(\frac{l_s}{l} \right) v \cot v \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$$v^2 = \frac{\rho I_P \omega^2 l^2}{GJ} \dots\dots\dots (15)$$

y 軸方向の変位 v を式(9)、(15)より、 β で表すと次式となる。

$$v = \beta^2 \sqrt{\left(\frac{EI_X}{GJ} \right) \left(\frac{I_P}{A l^2} \right)} \dots\dots\dots (16)$$

v が定まれば、翼の振動モードは次式となる。

$$\frac{\phi(z)}{\phi^S} = \frac{\sin \frac{vz}{l}}{\sin v} \dots\dots\dots (17)$$

ねじりによる変位曲線の形は一つの振動モードの中では各翼に共通、すなわち相似である。

2・5 翼頂部における翼の伝達特性 シュラウド上の翼の接続点での各点伝達マトリックスは、式(2)と同様に表すと次式となる。

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{q} & 1 & 0 \\ \bar{p} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

2・6 各翼の状態量と振動方程式 シュラウドは翼群の左端で自由であるから、シュラウドの左端の状態量 $\bar{V}_s^0 = \{\bar{M} \ \bar{V}\}^0 = 0$ 、初期ベクトルは $\bar{U}_s^0 = \{\bar{u} \ \phi\}^0$ であり、これに翼を表す格点伝達マトリックス、シュラウドを表す格間伝達マトリックスを逐次かけていくことにより、各翼の翼頂部での状態量が求まる。このようにしてシュラウドの右端まで初期ベクトルを伝達し、右端での境界条件 $\bar{V}_s^n = \{\bar{M} \ \bar{V}\}^n = 0$ を適用することにより、振動方程式が求まる。さらに翼群の対称性から、計算式を簡略化することができる。

(1) 偶対称

中央スパンのシュラウドの前後で変位、傾斜が等しいという条件から、振動方程式は式(19)となる。ただし以下では無次元化変数のバーを省いて表示した。

$$\begin{vmatrix} -27p+16p^2-p^3+24pq-6p^2q-6pq^2+3\xi p-20\xi p^2+3\xi p^3+4\xi^2 p^2-3\xi^2 p^3+\xi^3 p^3+6\xi p^2q \\ -57p+42p^2-3p^3+48pq-15p^2q-12pq^2-24\xi p^2+6\xi p^3-3\xi^2 p^3+6\xi p^2q \\ 1-9p+p^2-9q+12q^2-4q^3+15pq-p^2q-5pq^2+3\xi p-2\xi p^2+\xi^2 p^2-6\xi pq+2\xi p^2q+2\xi pq^2-\xi^2 p^2q \\ 2-21p+3p^2-18q+24q^2-8q^3+36pq-3p^2q-12pq^2-3\xi p^2+3\xi p^2q \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

(2) 奇対称

中央スパンのシュラウドの前後で、変位、傾斜の大きさが等しく符号が反対であるから、振動方程式は次式となる。

$$\begin{vmatrix} 2-45p+18p^2-p^3+30pq-6p^2q-6pq^2+9\xi p-24\xi p^2+3\xi p^3+6\xi^2 p^2-3\xi^2 p^3+\xi^3 p^3+6\xi p^2q \\ -27p+36p^2-3p^3+36pq-15p^2q-12pq^2-18\xi p^2+6\xi p^3-3\xi^2 p^3+6\xi p^2q \\ 5-11p+p^2-19q+16q^2-4q^3+17pq-p^2q-5pq^2+5\xi p-2\xi p^2+\xi^2 p^2-8\xi pq+2\xi p^2q+2\xi pq^2-\xi^2 p^2q \\ -15p+3p^2-6q+16q^2-8q^2+30pq-3p^2q-12pq^2-3\xi p^2+3\xi p^2q \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

上記の式の p と q の積は曲げとねじりの連成を意味している。これらはいずれも $(EI_X/E_S I_{AX})$, $(GJ/E_S I_{AX})$, (l_s/l) をパラメータとし、 β の関数になっているので、 β を変化させ、式(19), (20)を満足する値として根が求められる。根が求まると、これを式(19), (20)の元の方方程式に代入し、初期ベクトル $\bar{U}_s^0 = \{\bar{u} \ \phi\}^0$ の比を求め、これを代入することにより、各翼の翼頂におけるシュラウドの状態量 $\bar{W}_s$ が求められる。したがって、これを基にシュラウドの振動形が画け、さらに翼頂における各翼の $\bar{U}^s$ から式(13)により各翼の振動形を画くことができる。

3. 数 値 計 算

3・1 計算諸元 以下では例として、翼幅 30 mm の典型的な衝動段翼を想定し、数値計算を行う。計算諸元を表1に示す。

$(EI_X/E_S I_{AX})$, $(GJ/E_S I_{AX})$, (l_s/l) 等に対し β , v すなわち振動の様子が定まる。 I_X , I_{AX} 等は翼幅 W と一定

の関係にあり、 l_s は l と W で定まるから、結局 l/W に対し振動の形が定まる。実翼との関係をわかりやすくするため、以下では翼有効部高さ H と翼幅の比 H/W をパラメータとして表示する。翼根とテノンに相当する高さを加え、全翼長は $l = (H + 24.5) \text{ mm}$ である。

Table 1 Specifications

Parameter	Numerical value	Unit
t	3.0	mm
W _s	32.0	mm
W	30.0	mm
A	264.7	mm ²
I _X	14170	mm ⁴
I _P	18838	mm ⁴
J	6505	mm ⁴
I _{AX}	8192	mm ⁴
ρ	7860	kg/m ³
E	2.114×10^5	Mpa
G	8.160×10^4	Mpa

3・2 翼の曲げのみを考慮した場合 翼のねじりを無視し, 翼の軸方向曲げのみを考慮する場合で, 上記で $q=0$ の場合である. 簡単のため $\xi=0$ とすると偶対称と奇対称の場合はそれぞれ次のようになる.

(1) 偶対称

$$p(19p^2+44p+3)=0 \dots\dots\dots (21)$$

式(21)より, $p=0, -0.07032, -2.2455$ の3根が得られる. この根は AIP, AOP 2, AOP 4 に対応している.

(2) 奇対称

$$p(11p^2+68p+35)=0 \dots\dots\dots (22)$$

式(22)より, $p=0, -0.5666, -5.6152$ の3根が得られる. これらの根は AOP 1, AOP 3, AOP 5 に対応している. これから, ねじりを考慮しない場合は, AIP

と AOP 1 は同じ振動数を有しており, その上に振動数の高い方へ順に AOP 2, AOP 3, AOP 4, AOP 5 の順に並んでいることがわかる. ξ を考慮した場合は式が複雑になるので数値的に解かねばならないが, 翼高さと β の関係をグラフに示すと図3のようになる. この場合も, AIP と AOP 1 は同じ振動数であり, その上に AOP 2~AOP 5, 2 AIP の順に並んでいる点是不変. この場合, 翼の振動形は H/W の変化にかかわらずあまり変化しないので, 代表例として $H/W=2.0$ の場合の振動形を図4に示す. 図4(a)の横軸は6枚のつづり翼の番号を示し, 縦軸は各理量の無次元量を示す. 図4(b)の横軸は翼の無次元高さを示し, 縦軸は翼 NO. 1~3 の無次元変位量を示す.

3・3 翼のねじりのみを考慮した場合 翼のねじりのみを考慮した場合は, $p=0$ の場合である.

(1) 偶対称

$$(q-1)(4q^2-8q+1)=0 \dots\dots\dots (23)$$

式(23)より, $q=0.1340, 1, 1.8660$ の3根が得られる. この根は TsOP 1, TsOP 3, TsOP 5 に対応している.

(2) 奇対称

$$q(4q^2-8q+3)=0 \dots\dots\dots (24)$$

式(24)より, $q=0, 0.5, 1.5$ の3根が得られる. この根は TsIP, TsOP 2, TsOP 4 に対応している.

Fig.3 Influence of H/W on β

(a) Condition of shroud (—: Deflection(D) ...: Angle(A) —: Moment(M) ---: Shear(S))

(b) Deflection of blades (—: No.1 Blade ...: No.2 Blade ---: No.3 Blade)

Fig.4 Mode shape vibration when bending rigidity is considered

$q=0$ のとき $v=\pi/2$ で, v は q (正確にいうと $\bar{q}$) が大きくなるにつれて大きくなり, $\pi/2$ と π の間に存在する. $v=3\pi/2$ でも $q=0$ となるが, これは翼の高さ方向に節が一つある二次モードの 2 TsIP に対応している.

H/W に対する v の関係を図 5 に示す. この場合の振動形を図 6 に示す. 図 6 (a), (b) の各軸は図 4 (a), (b) の各軸と同様である. この場合も H/W の変化にかかわらず振動形はあまり変化しないので, 代表例として $H/W=2.0$ の場合を示した. このように翼のねじりのみを考慮した場合のねじり振動は, 振動数の順に TsIP, TsOP 1...TsOP 5 の順に並んでいる. また上記の偶対称, 奇対称は変位に着目した呼称なので, ねじれ角に着目すると振動モードの偶対称, 奇対

称は入れ替る.

3.4 翼の曲げとねじりの両方を考慮した場合 H/W に対する各振動モードの β を図 7 に示す.

曲げ振動のみを考慮した場合は, 同一振動数にあった AIP と AOP 1 は振動数が分かれ, AOP 1 の方が上になっている. H/W が大きい領域では, ねじりモードは曲げ振動と離れて相対的に高い振動数域に存在しており, 両者の相互の影響は小さい.

図 8 は $H/W=2$ の場合の振動形を示すが, 曲げ振動, ねじり振動とも, それぞれ図 4, 6 とほとんど同じであることがわかる. 図 8 (a), (b) の各軸は図 4 (a), (b) と同様である. 図 8 (c) の横軸は翼の無次元高さ, 縦軸は翼の無次元ねじり角をそれぞれ示す.

Fig. 5 Influence of H/W on v

Fig. 7 Influence of H/W on β

(a) Condition of shroud (—: Deflection(D) ...: Angle(A) ---: Moment(M) ....: Shear(S))

(b) Torsional angle of blades (—: No. 1 Blade ...: No. 2 Blade ---: No. 3 Blade)

Fig. 6 Mode shape vibration when torsional rigidity is considered

(a) Condition of shroud (—: Deflection(D) ...: Angle(A) —: Moment(M) ...: Shear(S))

(b) Deflection of blades (—: No. 1 Blade ...: No. 2 Blade —: No. 3 Blade)

(c) Torsion angle of blades (—: No. 1 Blade ...: No. 2 Blade —: No. 3 Blade)

Fig. 8 Mode shape vibration when both bending and torsional rigidity is considered

Fig. 9 Influence of H/W on ν Fig. 10 Influence of H/W on ν for torsional modes

H/W が 1.5 より小になると、ねじり振動が一次曲げ振動の上限に接近してくる。この関係をねじり振動を特徴づける ν で見てみると、図 9 のようになる。曲げ振動とねじり振動が連成することにより、両者は互いに影響を及ぼし合い、ねじり振動の各モードは図 5 に比べ振動数が高くなっている。両者の連成によりねじり振動がどのような影響を受けるかを、さらに詳しく図 10 に示す。

TsIP は一次曲げ振動で最も振動数の高い AOP 5 が同じ奇対称であるため、その影響を強く受け、大きく上にわん曲し、 H/W が 3.2 から 2 の間では、TsIP は本来その下にあるはずの TsOP 1 より振動数が高くなっている。

図 10 に示すように、 H/W が 1.3 より小になると、AOP 5 は完全にねじり振動の中に入ってしまった。このことは極めて重大で、曲げ振動である AOP 5 がねじり振動の特性をもつとともに、ねじり振動も曲げ振動の特性をもつということである。したがって、モードの特性のみからでは、曲げ振動、ねじり振動の区別はもはや不可能である。

この領域では両者が強く影響し合うため、振動形が変形し、位相変化の回数も変化するし、振動形の並び順も TsOP 1～TsOP 5 のように順番には並ばない。この関係を表 2 に示す。表 2 において、記号は次のとおりとする。

A: AOP, Ts: TsOP, 2 A 0: 2 AIP 末尾の数字は

Table 2 The order of vibration modes under the influence of both bending and torsional vibration.

H/W	0.6	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
Order of mode	2A0	2A0	2A0	2A0	2A0	Ts5	Ts5	Ts5
	A5	A5	Ts5	Ts5	Ts5	Ts4	Ts4	Ts4
	Ts3	Ts35	Ts4	Ts4	Ts4	2A0	Ts3	Ts3
	Ts24	Ts3	Ts3	Ts3	Ts3	Ts3	Ts2	Ts2
	Ts5	Ts24	Ts2	Ts2	Ts2	Ts2	2A0	Ts1
	Ts1	Ts2	Ts1	Ts1	Ts0	Ts0	Ts1	2A0
	Ts2	Ts1	Ts0	Ts0	Ts1	Ts1	Ts0	Ts0
	Ts0	Ts0	A5	A5	A5	A5	A5	A5
	A24	A4	A4	A4	A4	A4	A4	A4
	A3	A3	A3	A3	A3	A3	A3	A3
Order of mode	A2	A2	A2	A2	A2	A2	A2	A2
	A1	A1	A1	A1	A1	A1	A1	A1
	AIP	A0	A0	A0	A0	A0	A0	A0
	A0	A0	A0	A0	A0	A0	A0	A0

モードの略称に示すとおり、表の上部にあるモードほど周波数が高いことを示す。

表 2 で、A 24 と記したのは、本来 AOP 4 であるものが変形した AOP 2 モードを意味する。Ts 24, Ts 35 も同様である。これに似た振動モードの変形現象は、接続方向振動の場合は H/W が大の領域で見られたが、軸方向曲げ、ねじり振動の場合は、 H/W が小の場合に生じる。

4. 結 言

シュラウドでつづられ有限翼群として、6 枚つづりのタービン翼の軸方向曲げおよびねじりの固有振動について理論的解析を行い、次の事項が明らかになった。

- (1) 一次、二次 IP モードの間につづり枚数マイナス 1 個の OP モードがそれぞれ存在する。
- (2) H/W が大の範囲では、曲げ振動とねじり振動の両者の連成効果が小さく、振動数が低い方から高い方へ、6 枚つづりの場合、AOP 1～AOP 5, TsOP 1～TsOP 5 の順にすべてのモードが存在する。
- (3) H/W が 3.2 から 2 の間では、TsOP 1, TsIP のように順序が逆転する。
- (4) H/W が 1.3 より小になると、曲げ振動とねじり振動が同一振動数領域に存在するようになり、両者が同時に曲げ振動とねじり振動の両方の特性をもつ。
- (5) この領域では両者が強く影響し合うため、振動形が変形し、TsOP 2 や TsOP 3 が複数現れたり、並び順が不ぞろいになったりする。

終わりに、有益なご助言をいただいた(株)シンコー山中昇平氏に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 肥爪彰夫・福本一夫・吉川順偉・國松和之, 翼群の共振応答特性に関する研究(第1報, 翼群に生じる増振効果・制振効果の現象把握), 機論, **58**-554, C (1992), 2877-2884.
- (2) 宮川正, シュラウドでつづられたタービン翼群の連成振動に関する研究(第1報, 接線方向屈曲固有振動に及ぼすシュラウドの伸縮と曲げの影響), 機論, **65**-635, C (1999), 2629-2636.
- (3) 肥爪彰夫・吉川順偉・脇坂亮之, 翼群の共振応答特性に関する研究(第3報, 有限翼群の回転軸方向屈曲・振り連成固有振動とその共振応答特性の研究の方法論), 機論, **62**-598, C (1996), 2087-2094.
- (4) 肥爪彰夫・吉川順偉・脇坂亮之, 翼群の共振応答特性に関する研究(第4報, 有限翼群の回転軸方向屈曲・振り連成固有振動の基本特性), 機論, **62**-602, C (1996), 3885-3892.
- (5) ペステル, E. C. レキー, F. A. 加川幸雄訳, マトリクス法による振動解析, (1984), 130-152, プレイン図書出版.