機械・構造物の制振と発電を同時に行う装置の研究*

(強制一自由度系の制振)

吉 武 裕^{*1}, 末岡 淳男^{*2}, 福島 明 寿^{*3}
山 脇 勝 也^{*4}, 赤 峰 秀 樹^{*5}

Research on Vibration Control and Electricity Generating Device (Control of a Forced Single-Degree-of-Freedom Vibrating System)

Yutaka YOSHITAKE^{*6}, Atsuo SUEOKA, Akizumi FUKUSHIMA,
Katsuya YAMAWAKI and Hideki AKAMINE

^{*6} Nagasaki university, Faculty of engineering, Bunkyo-machi 1-14, Nagasaki, Nagasaki 852-8521, Japan

This paper deals with the vibration control device that simultaneously generates electricity by using absorbed vibration energy. This device is composed of a generator and a Hula-Hoop that is fixed on the shaft of the generator. As the conditions which have some effect on the vibration control performance and electric power, power of D. C. motor that is the substitute of generator, weight of Hula-Hoop, distance between the center of rotation and center of gravity, external frequency, and initial condition are examined. As a result, the followings were made clear. (1) Hula-Hoop rotates synchronously with the vibration of main system. (2) The resonance amplitude of main system is quenched up to about 1/3 and D. C. motor generates electricity as generator. (3) Appropriate weight of Hula-Hoop and initial condition are necessary to rotate Hula-Hoop, control vibration and generate electricity. (4) Generating electric power is proportional to the second power of external frequency. The experimental and the analytical results were in good qualitative agreement with each other.

Key Words: Forced Vibration, Nonlinear Vibration, Vibration Control Device, Generation of Electricity, Hula-Hoop

1. 緒 言

機械や構造物の振動を制振する装置として動吸振器が広く用いられているが、吸収したエネルギーはすべて熱として捨てられている。本研究はこの吸収した振動エネルギーを用いて直接発電する装置の開発を目的としている。この装置の開発はエネルギーの有効利用、機械・構造物の性能向上につながると思われる。

本研究のように制振時のエネルギーを用いて発電する装置の研究としては、原田ら⁽¹⁾、永井ら⁽²⁾、須田ら⁽³⁾のエネルギー回生・アクティブ/パッシブダンパの研究がある。このような振動エネルギーを有効に利用する概念および装置の研究・開発は、たとえそれが小さなエネルギーでも今後ますます必要と思われる。

このほか、機械や構造物の制振は考慮せずに、単に振動エネルギーを電気エネルギーに変換して有効利用

する研究としては、斉藤ら^{(4)~(6)}の研究があり、また、クリーンエネルギーの観点から海洋波を利用した発電の研究⁽⁷⁾も行われている。

本研究は、構造が単純にもかかわらず振動を一方向の回転運動に変換できる、いわゆる、フラフープの原理を応用した制振・発電装置を提案し、一自由度強制振動系への適用問題を扱うことにより、その原理の実験的、理論的証明を行うことを目的としている。

本研究の制振・発電装置はフラフープを水平面内におき、その支点を振動させることにより、水平面内で回転させているが、フラフープ単体の水平面内の運動については Caughey⁽⁸⁾の研究があり、Horikawa ら⁽⁹⁾はこれに重力の影響を考慮している。一方、鉛直面内で回転させる運動については Yoshida ら⁽¹⁰⁾の研究がある。また、荒木ら⁽¹¹⁾は鉛直面内で回転するフラフープと発電機を用いた波浪エネルギー変換装置に関する研究を行っているが、発電と同時に制振を行うことは考慮していない。本研究のフラフープは荒木ら⁽¹¹⁾と同様に、発電機を回転させるためのトルクを発生させるものである。

* 原稿受付 1999年9月20日。

^{*1} 正員、長崎大学工学部(☎852-8521 長崎市文教町1-14)。

^{*2} 正員、九州大学大学院工学研究院(☎812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)。

^{*3} (株)名村造船所(☎812-8581 伊万里市黒川町塩屋5-1)。

^{*4} (株)川崎重工(☎650-8680 神戸市中央区東川崎町1-1-3)。

^{*5} (株)五洋建設(☎112-8576 東京都文京区後楽2-2-8)。

E-mail: yoshitak@st.nagasaki-u.ac.jp

(a) Overview

(b) Hula-Hoop

Fig. 1 Experimental apparatus

2. 実験

いわゆるフラフープの自己同期現象⁽⁸⁾を利用して発電機を回転させ発電を行うとともに、併せて強制振動の制振が可能なことを実験により示す。

2.1 実験装置 図1に実験装置とフラフープのモデル図を示す。実験装置の基本構成は、1自由度の強制振動系とそれを制振するためのフラフープと発電機からなる制振・発電装置である。この主系を小形の加振器で加振し、主系に強制振動を発生させると、主系に固定されている発電機の軸に取付けられたフラフープが同期回転し、発電する構造になっている。図1(a)に示すように主系はアルミの厚板と4本の板ばね、および発電機を支持するための4本の剛体柱からなっている。また、発電機としては、特にこの実験のために製作することはせず、市販のモータを用いることとし、比較のために小形の模型用モータとそれよりやや大きなモータである次の2種類を用意した。

Type A : 定格 5900 rpm, 0.96 W

(マブチ社製直流モータ FA-130)

Type B : 定格 5800 rpm, 3 W

(日本サーボ社製直流モータ DME 25 BB)

また、実験装置から発電機の質量を含む主系の質量 M 、固有振動数 f_n 、粘性減衰係数 c_1 は次の値であった。

Type A の発電機を用いる場合 :

$M=0.872$ kg, $f_n=10.2$ Hz, $c_1=8.0$ Ns/m

Type B の発電機を用いる場合 :

Fig. 2 Phase delay

(Generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②, $f=10.0$ Hz)

Fig. 3 Phase delay of Hula-Hoop

(Experiment, generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②)

$M=0.904$ kg, $f_n=10.0$ Hz, $c_1=8.0$ Ns/m

次に、図1(b)に示すようなフラフープを発電機の回転軸に水平面内で回転できるように固定した。フラフープの質量 m 、発電機の中心軸からフラフープの重心までの距離(以後、ステム長と呼ぶ) l_G 、およびフラフープの重心回りに関する慣性モーメント I_G の組合せは次の2種類である。

Type ① : $m=0.0200$ kg, $l_G=0.0216$ m,

$I_G=3.75 \times 10^{-6}$ kgm²

Type ② : $m=0.0283$ kg, $l_G=0.0241$ m,

$I_G=4.52 \times 10^{-6}$ kgm²

主系を加振器で水平方向に加振力 $P \cos \omega t$ (加振力の振幅は $P=3$ N) で加振し、フラフープに適当な初期速度を与えると、フラフープが強制力の振動数 $f=\omega/2\pi$ に同期して一方の回転運動を行う。それによって主系の振動エネルギーを吸収し、制振を行うと同時に発電機を回転させて発電を行うことができる。

2.2 測定方法 図1(a)の主系の変位 x は、図1(a)に示す加速度ピックアップから得られた出力を積分して求めた。主系の振動とフラフープが同期して回転しているか調べる必要があるが、小さなフラフープの位置や角速度を精度よく1周の間測定することは難しいので、デジタルビデオカメラを用いて主系とフラフープのある瞬間の位置を測定した。また、発電機の端子間の発生電圧を測定した。

2・3 フラフープの運動 実験の結果、フラフープの運動形態は、その質量 m 、ステム長 l_c 、重心回りの慣性モーメント I_c 、加振条件によって回転する場合としない場合に分かれる。フラフープを回転させるためには必ず初期速度を与える必要があり、一旦回転するとフラフープは強制力の振動数と同期して定常な回転運動を行った。

フラフープが主系の振動と同期して回転することは、デジタルビデオカメラによる主系の振動とフラフープの運動の同時撮影結果から判明した。そのときの主系の変位とフラフープの回転角との位相関係を測定した結果が図2、3である。図2は発電機 Type A、フラフープ Type ②における $f=10.0$ Hz において主系の速度が正で変位が零、フラフープの角速度が正の瞬間の写真である。ここでは主系の位置をできるだけ正確に測定するために、主系の位置を表す矢印と目盛りを虫眼鏡で拡大している。図2からフラフープは主系よりも位相が約 12° 遅れていることがわかる。この位相遅れを各振動数について測定した結果を図3に示す。共振点より少し低い振動数の $f=9.5$ Hz で最も遅れが小さく、フラフープが回転する振動数の下限と上限で遅れが大きくなっている。

2・4 共振曲線 前述のフラフープ Type ①、②と発電機 Type A、B を用いて、加振振幅 $P=3$ N の実験を行った結果、得られた共振曲線を図4に示す。縦軸 A_1 は主系の変位振幅であり、横軸 f は強制力の振動数である。図4中の×印はフラフープがない状態のものであり、●印および○印はフラフープ取付時で、フラフープが主系の振動と同期回転および非回転の場合のものである。ここで、フラフープに初期速度を与えなければ○印の状態となり、適当な初期速度を与えれば●印の状態が実現される。

図4の各図から●印のフラフープが回転する場合、×印のフラフープがない場合に対して共振振動数は 0.5 Hz 程度低下し、フラフープがない場合の共振振動数付近の振幅が小さくなっていることがわかる。この傾向は質量や慣性モーメントが大きい Type ②のフラフープのほうが強い。特に図4(b)、(d)の場合では、フラフープがない場合の共振振動数に相当する 10 Hz 付近で振幅はおおよそ $1/3$ になっている。よって、本装置は、主系の共振点の制振を行う減衰のない定振動数動吸振器⁽¹²⁾と同様に、主系の共振点付近での振動を制振する装置としての役割を十分に果たしていることが実験より確かめられた。

発電機の違いは、Type B のように定格電力が大きいと、フラフープの回転領域が狭くなるというところ

(a) Generator: Type A, Hula-Hoop: Type ①

(b) Generator: Type A, Hula-Hoop: Type ②

(c) Generator: Type B, Hula-Hoop: Type ①

(d) Generator: Type B, Hula-Hoop: Type ②

Fig. 4 Resonance curve (Experiment)

(a) Generator: Type A, Hula-Hoop: Type ②

(b) Generator: Type B, Hula-Hoop: Type ②

Fig. 5 Electric power (Experiment)

Fig. 6 Analytical model

に現れている。

2.5 発電 フラフープ回転中の発電量を図5に示す。ここで、実験では発電機の端子間に抵抗 R_f (100 Ω) を接続し、その両端に発生した電圧 V を測定し、発電量 $E = V^2/R_f$ W を算出した。発電機の発生電圧は回転数に比例するため、発電量は強制力の振動数の自乗にほぼ比例していることがわかる。発電機の Type A と B の違いはその定格電力であり、Type B のほうが Type A よりも発電量が多い結果が得られた。図4, 5から本装置を用いることにより、主系の制振と同時に発電が可能であることが実験により確かめられた。

3. 理論解析

2章の実験で示した制振と発電の結果を理論的に証明するために、数値解析モデルに対し、周期解の高精度の数値計算手法として知られているシューティング法⁽¹³⁾を一部修正したものを用いてフラフープの同期回転解を求めるとともに、発電量を計算する。

3.1 基礎式 図1の実験装置に対する解析モデ

ルを図6に示す。図6(a)は装置の正面図であり、図6(b)は装置を上から見た図である。これは一自由度の主系に前章で述べた発電機とフラフープからなる制振・発電装置を取付けたものであり、簡単のため図1の発電機を支持するための剛体柱は省略して描いている。 x および θ はそれぞれ主系の変位とフラフープの角変位である。図6中の各パラメータ M, m, c_1, l_G, I_G の定義は2章と同様であるが、 k は主系のばね定数であり、発電のための負荷トルクに対応した粘性減衰係数 c_2 を仮定している。この粘性減衰係数は3.3節で詳述する。このとき運動方程式は次式となる。

$$(M+m)\ddot{x} + c_1\dot{x} + kx - ml_G\ddot{\theta} \sin \theta - ml_G\dot{\theta}^2 \cos \theta = P \cos \omega t \quad \cdots \cdots (1)$$

$$(I_G + ml_G^2)\ddot{\theta} - ml_G\ddot{x} \sin \theta + c_2\dot{\theta} = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

3.2 数値計算手法 フラフープ単体の回転運動の解析には、Caughey⁽⁸⁾, Horikawa ら⁽⁹⁾, 荒木ら⁽¹¹⁾の平均法を用いた同期回転運動の解析、Yoshida ら⁽¹⁰⁾の数値積分によるカオスの解析がある。本研究では式(1), (2)の周期解を求めるためにシューティング法に基づく手法を用いた。以下にその概略を示すが、この手法はフラフープの回転角に関する取扱いを除けば通常のシューティング法⁽¹³⁾と変わらない。

まず、式(1), (2)を変数 $y = {}^t(x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta})$ (ただし、肩号 t は転置記号を表す) に関する1階の非線形連立常微分方程式に書きかえる。 $t=0$ での初期値 $y^0 = {}^t(x(0), \theta(0), \dot{x}(0), \dot{\theta}(0))$ を仮定し、 y に関する方程式を1周期間 $t=T=2\pi/\omega$ まで数値積分し、それを $y^1 = {}^t(x(T), \theta(T), \dot{x}(T), \dot{\theta}(T))$ とすると周期解の条件は次式となる。

$$y^1 - y^0 = 0 \quad \cdots \cdots (3)$$

ただし、フラフープが主系の振動と同期して回転運動する場合も含めて考え、その回転角 θ に対応する変数 $\theta(T)$ を $\theta(T) - 2\pi j$ で置き換える。ここにフラフープが正方向に回転するときは $j=1$, 負方向に回転するときは $j=-1$, そして、回転せず振動するときは $j=0$ とする。また、仮定した y^0 から数値積分を行うことにより y^1 が求められることを考えれば、 y^1 は y^0 の関数である。よって、式(3)を満たす y^0 を求めることが周期解を求めることに相当する。式(3)に Newton-Raphson 法を適用すれば、繰返し計算のための式は次のようになる。

$$(B - I_4)\bar{y} = y^0 - y^1 \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 I_4 は 4×4 の単位マトリックス、 $\bar{y}$ は次の繰り返しのための修正量であり、 $y^0 + \bar{y}$ が新たな初期値 y^0 となる。マトリックス B は時刻 $t=0$ と $t=T$ の間の遷移行列であり、基本解行列、あるいは基本行

Fig. 7 Circuit of D. C. generator

列⁽¹⁴⁾と呼ばれる。これは単位マトリックスを形成する各単位ベクトルを初期値として、変分方程式をおのおの1周期間積分したものを行方向に並べることにより求める。安定判別は、 y^0 が収束したときに B の固有値の絶対値がすべて1より小さければ対応する周期解は安定と判定する。

3.3 発電機の特性 図7に一般的直流発電機の回路図を示す。 R_a , V_B , R_f , K_E はそれぞれ発電機巻き線抵抗 Ω , ブラシ接触電圧降下 V , 発電機端子間に接続した抵抗 Ω , 発電機の逆起電力定数 Vs/rad である。発電機が定常回転しているとき、端子電圧 V と発電機の回転数 ω rad/sの間には次の関係がある⁽¹⁵⁾。

$$V = R_f(K_E\omega - V_B)/(R_a + R_f) \quad (5)$$

発電機の端子間に単位時間内に発生するエネルギー $E(W)$ は、次式で表される。

$$E = V^2/R_f \quad (6)$$

また、発電機を回すために必要なエネルギー W_R は、摩擦などによるトルク損失 T_f Nmを考慮すると、

$$W_R = T_f\omega + K_E\omega(K_E\omega - V_B)/(R_a + R_f) \quad (7)$$

で表される⁽¹⁵⁾。よって、発電機の効率は式(6), (7)から次式となる。

$$\eta = E/W_R \quad (8)$$

一方、発電に必要なエネルギーのすべてを粘性減衰力によるエネルギーとして考えれば、その単位時間当たりのエネルギー E_c は次のように表される。

$$E_c = \frac{1}{T} \int_0^T c_2 \dot{\theta} d\theta = \frac{1}{T} \int_0^T c_2 \dot{\theta}^2 dt \quad (9)$$

式(7)と(9)は等しいので、次式を得る。

$$W_R = E_c \quad (10)$$

実験で用いた直流発電機(ここではフラフープが回転することでD.C.モータを回転させて発電する)では、コアの極数と外周の永久磁石の数により角速度 $\dot{\theta}$ は変化するが、本節の発電機の理論では、角速度を一定とした定常回転の理論に基づいている。よって、式(7)の発電に必要なエネルギー W_R は発電機の角速度変動を考慮することなく導いたものである。一方、発電機単体の定常回転ではなく、フラフープを利用し

Fig. 8 Damping coefficients of generators

Fig. 9 Efficiencies of generators

て発電機を回転させる場合には、フラフープの角速度変動によっても発電機1回転中に角速度変動が生ずるが、極数等による角速度変動と同様にこれを無視し、角速度を $\dot{\theta} = \omega$ とすれば、式(9)から次式を得る。

$$E_c = c_2 \omega^2 \quad (11)$$

結局、式(10), (11)から粘性減衰係数は、

$$c_2 = \frac{W_R}{\omega^2} = \frac{W_R}{(2\pi f)^2} \quad (12)$$

で表される。ここに、上式の f Hzは強制力の振動数に一致した発電機の回転数である。

本研究の目的は、フラフープと発電機からなる制振・発電装置を用いて主系の共振点付近での制振と発電が同時に可能か否かを調べることであるので、発電に伴う減衰については以上のような近似的取扱いをすることにする。式(12)を用いて求めた発電機の回転数 f と粘性減衰係数 c_2 の関係を図8に示す。ここに、用いた二つの発電機の K_E , V_B , R_a , T_f は発電機単体の実験⁽¹⁵⁾から求めた次の値を用いた。(ただし、トルク損失 T_f は振動数 f の関数であり、一例として発電機Type Aについては $f=10.2$ Hz, 発電機Type Bについては $f=10.0$ Hzにおける値を示している。)

Type A: $K_E = 1.3 \times 10^{-3}$ Vs/rad, $V_B = 0$ V,

$R_a = 1 \Omega$, $T_f = 1.8 \times 10^{-4}$ Nm

Type B: $K_E = 2.7 \times 10^{-2}$ Vs/rad, $V_B = 0.6$ V,

$R_a = 34 \Omega$, $T_f = 5.1 \times 10^{-4}$ Nm

例えば、主系の固有振動数における c_2 は次の値となる。

Type A: $f=10.2$ Hz で $c_2 = 2.7 \times 10^{-6}$ Nms

Type B: $f=10.0$ Hz で $c_2 = 1.1 \times 10^{-5}$ Nms

一方、発電機にフラフープを取付け、電池を用いて

一旦毎秒 10 回転以上の回転をさせた後、スイッチを切り、自由回転させ、毎秒 10 回転付近の減速していく回転速度を計測することにより求めた減衰係数 c_2 の値は、次のとおりである。

Type A : $f \approx 10.2$ Hz で $c_2 = 2.6 \times 10^{-6}$ Nms

Type B : $f \approx 10.0$ Hz で $c_2 = 1.2 \times 10^{-5}$ Nms

これらの値は前述の発電機の理論から求めた値と比較して近い値であり、両者とも妥当な値と考える。よって、ここでは図 8 の減衰特性を用いて数値解析を行う。

式 (8) から求めた発電機の効率を図 9 に示す。定格回転数よりもずっと低い回転数のため、発電機の効率 η は二つの発電機でそれぞれ以下のようにになっている。

Type A : $f = 10.2$ Hz で $\eta = 6.2 \times 10^{-3}$

Type B : $f = 10.0$ Hz で $\eta = 0.14$

発電機として、比較的高回転数で使用する市販の小形のモータを用いたためにこのような値となったが、実用化の際には主系の共振点に対応した回転数において大きな発電ができるよう工夫すべきであろう。

3.4 フラフープの運動 強制振動の制振と発電の数値計算では実験と同様に強制力の振幅を $P=3.0$ N とした。シューティング法を用いて数値計算を行った結果、広い範囲で主系の振動とフラフープの運動が同期する解が得られた。図 10 に図 3 の実験結果と対応した主系の振動とフラフープの運動の位相関係を示す。図 10 は発電機 Type A, フラフープ Type ②のときのものである。実線と点線はフラフープ取付時の回転解でそれぞれ安定解と不安定解である。図 10 には、主系の速度が正で変位が零、フラフープの角速度が正の瞬間におけるフラフープの位相遅れ ($\theta - 270^\circ$ に相当、ただし $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$) を縦軸に取り、加振振動数によるその変化を示している。位相の遅れの絶対値は共振点より少し低い振動数で最小となっている。位相の遅れの絶対値が小さいところで解は安定で、それが大きいとき解は不安定であることがわかる。このことは、Caughey⁽⁸⁾ が行ったフラフープ単体の研究にお

Fig. 10 Phase delay of Hula-Hoop
(Calculation, generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②)

いて、支点とフラフープの位相が同相である場合に解が安定であることとよく対応している。また、図 10 の数値計算結果を図 3 の実験結果と比較すると、共振点より大きな振動数側のフラフープ回転限界付近の位相差を除き、定性的によく対応していることがわかる。このフラフープ回転限界付近の位相差の相違については、次のように推察される。すなわち、実験では数値計算で考慮していない発電機コアに三つの極が存在することに基づく角速度変動や外乱等が存在するため、位相差の大きな状態での回転が実現されなかったと推察される。

図 11 に図 10 のデータのうち $f=10.0$ Hz と $f=10.4$ Hz における主系の変位とフラフープの位置の時間的変化を示す。図 11 には半周期の間の動きを ωt の $\pi/4$ ごとに示している。 $f=10.0$ Hz の図 11(a) ではフラフープは常に主系よりも位相が 3° 前後遅れている。一方、 $f=10.4$ Hz の図 11(b) ではフラフープは主系よりも 47° 前後遅れている。図 11(a) の位相差が 3° 前後という数値計算結果は共振点付近で位相が急激に変化することを考えれば、図 2 の約 12° という実験結果に近い値であるといえる。

3.5 共振曲線と解の分岐 図 12 にシューティング法を用いて得られた数値計算結果を示す。ここに、数値積分のきざみ幅として、強制力の 1 周期を 1024 分割した値を用いた。図 12 の縦軸 A_1 は主系の変位振幅であり、横軸 f は強制力の振動数である。図 12 中の破線はフラフープがないときの解であり、実細線はフラフープ取付時で非回転の安定解、また実太線と点線はフラフープ取付時の回転解でそれぞれ安定解と不安定解である。

Fig. 11 Movement during a half period
(Calculation, generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②)

(a) Generator : Type A, Hula-Hoop : Type ①

(b) Generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②

(c) Generator : Type B, Hula-Hoop : Type ①

(d) Generator : Type B, Hula-Hoop : Type ②

Fig. 12 Resonance curve (Calculation)

Fig. 13 Bifurcation diagram
(Calculation, generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②)

(a) $f = 10.8 \text{ Hz}$

(b) $f = 11.0 \text{ Hz}$

Fig. 14 Poincaré section
(Calculation, Generator : Type A, Hula-Hoop : Type ②)

図 12 の各図では、フラフープが回転する場合、フラフープがない場合の共振振動数付近の振幅が小さくなっていることや、フラフープ取付時で回転しない場合よりも共振点が $0.5 \sim 0.7 \text{ Hz}$ 程度小さくなっていることは図 4 の実験結果とよく一致している。一方、フラフープが回転する領域については、図 12 の数値計算結果よりも図 4 の実験結果のほうが狭くなっている。これは前述のように実験では発電機コアに三つの極が存在することに基づく速度変動や外乱等が存在するためと推察される。発電機の違いによる差としては、Type B のように減衰(発電能力)が大きいと、フラフープの回転領域が狭くなることがわかる。これは図 4 の実験結果とよく一致している。また、図 12(d) の発電機 Type B, フラフープ Type ②の場合、共振

点の振幅が実験結果よりも小さくなっていることがわかる。

これに対して、フラフープが回転しない解がすべて安定解であることからわかるように、実験パラメータがすべて同じでも、フラフープが回転するだけの初期条件が与えられなければ、フラフープは回転することはできない。このことは実験結果と一致する。また本装置を共振点付近だけでなく、広い振動数領域で使用する必要がある場合は、各振動数においてフラフープが回転しない解と回転する解の振幅を比較し、その小さいほうを採用することにより対応すればよい。

また、数値計算ではフラフープが完全な同期からはずれて回転する状態も確認できた。発電機 Type A、フラフープ Type ②の場合に安定解から不安定解に移行するときの分岐線図を図 13 に、また図 13 の $f=10.8\text{ Hz}$ と $f=11.0\text{ Hz}$ における主系のポアンカレ断面を図 14 に示す。図 13 の縦軸は強制力の位相が零の瞬間におけるフラフープの無次元角速度である。図 14 においても縦軸と横軸は強制力の位相が零の瞬間の無次元角速度と角度を表している。図 13, 14 から $f=10.66\text{ Hz}$ で定常回転の安定解がホップ分岐し概周期振動が生じており、この振動は $f=10.91\text{ Hz}$ までの狭い振動数領域で発生している。主系が概周期振動を行うと、フラフープの回転角速度の変動は大きくなる。また、 $f=10.92\text{ Hz}$ から 11.10 Hz まではカオスが発生しており、 $f=11.0\text{ Hz}$ における最大のリアプノフ指数は 0.078 であった。ここにリアプノフ指数の計算は変分方程式の数値積分を用いた Shimada-Nagashima⁽¹⁶⁾の方法によった。数値計算ではこのように強制力の振動数を上昇させると周期解は概周期振

動からカオスに至り、最後にフラフープが静止する解となるが、実験ではこのような分岐を特定することはできなかった。

3・6 発電 図 15 にフラフープが回転している場合の発電量の数値計算結果を示す。この発電量は、式 (9) で表される発電に伴う減衰エネルギーを数値積分で求めた後、使用した発電機の単体の実験から求めた発電効率を乗じて算出している。その発電量はフラフープの質量には関係なく、式 (11) に示したように強制力の振動数(フラフープの回転数)の自乗にほぼ比例して増加することがわかる。図 5 の実験結果と比較すると、発電機 Type A についてはよく一致し、発電機 Type B については実験値の方が発電量は大きい結果となった。

4. 結 言

発電機とフラフープからなる制振と発電を同時に行う装置について実験と数値計算から研究を行った結果、次のことがわかった。

- (1) この装置はフラフープがないときの主系の共振点における振幅をおよそ $1/3$ に低減でき、同時に吸収したエネルギーを用いて発電を行うことができる。
- (2) フラフープの回転は主系の振動と同期する。
- (3) 発電量の大きさに関しては発電機の定格容量に依存するとともに、振動数の自乗にも比例するが、フラフープの質量および寸法にはよらない。
- (4) 数値解析結果は実験結果と定性的に一致した。よって本論文で用いた理論と手法により現象をほぼ説明できたと考える。

なお、本研究は平成 8～9 年度文部省科学研究費補助金基盤研究 C(2) の補助を受けたことを記して、関係各位に謝意を表す。また、D.C. 発電機、D.C. モータについてアドバイスをいただいた佐渡友茂氏 [(有) サードテクノ] に謝意を表す。さらに、実験の協力を頂いた長崎大学工学部文部技官の山下務氏、元長崎大学学生の斎藤誠史氏 [現: (有) 京弥]、有森高昭氏 [現: (株) トステム]、関雅人氏 [現: (株) 佐藤ベネック]、鈴田和義氏 [現: (株) 大和冷機]、有森誠二氏 [現: (株) 日産自動車]、横地貴弘氏 [現: (株) 新潟鉄工所]、長崎大学大学院生の山崎正則君、石橋司君の諸氏に謝意を表す。

文 献

- (1) 原田秀行・岡田養二・鈴木浩平、動電型エネルギー回生サスペンションの制御、機論、62-604, C(1996), 4513-4519.
- (2) 永井文秀・原田秀行・米村淳一・岡田養二、エネルギー

(a) Generator: Type A, Hula-Hoop: Type ②

(b) Generator: Type B, Hula-Hoop: Type ②

Fig. 15 Electric power (Calculation)

- 回生ダンパの研究, 機論, **63**-611, C(1997), 2337-2242.
- (3) 須田義大・中代重幸・中野公彦, 回生された振動エネルギーを利用するアクティブ制御に関する研究, 機論, **63**-613, C(1997), 3038-3044.
- (4) 斉藤俊・山崎徹, 機械振動のエネルギー変換に関する研究, 機講論, 920-55 A(1992), 52-56.
- (5) 斉藤俊・河野俊一・隅野祐典, 機械振動のエネルギー変換に関する研究, 機講論, 930-42 B(1993), 105-108.
- (6) 斉藤俊・小川貢・河野俊一・櫻本逸男, 振動発電装置の開発に関する研究(木々の揺れに対するエネルギー変換について), 機講論, 96-5 IA(1996), 207-210.
- (7) 須藤義悦, 自然エネルギー利用の100年の推移, 機誌, 100-938(1997), 74-78.
- (8) Caughey, T. K., Hula-Hoop: An example of hetero-parametric excitation, *Amer. J. Phys.*, **28**-2(1960), 104-109.
- (9) Horikawa, T. and Tsujioka, Y., Motion of Hula-Hoop and its stability, *Keio science technology reports*, **40**-3(1987), 27-39.
- (10) Yoshida, K. and Sato, K., Characterization of reverse rotation in chaotic response of mechanical pendulum, *Int. J. Non-Linear Mechanics*, **33**-5(1998), 819-828.
- (11) 荒木嘉昭・井上順吉・陣内靖介・大石成夫・中塚茂・安房淳夫, 不平衡ロータの引込みを応用した波浪エネルギー変換装置, 第2回波浪エネルギー利用シンポジウム(1987), 19-26.
- (12) 谷口修(編), 振動工学ハンドブック, (1976), 858, 養賢堂.
- (13) 例えば, 吉武裕・末岡淳男・田村秀之・羽衣秀隆, 直接数値積分法による非線形系の周期解の求解(運動方程式に不連続関数を含む場合), 機論, **59**-561, C(1993), 1428-1435, 広中平祐(編), 現代数理科学辞典, 丸善(1990), 922-923.
- (14) 国松昇・浜田聖, 集中・分布システムの安定性, (1988), 18, 実教出版.
- (15) 佐渡友茂・見城尚志, 「実験で理解するサーボモータと制御技術」, 機械設計, **43**-1(1999), 125-132.
- (16) Shimada, I. and Nagashima, T., A numerical approach to ergodic problem of dissipative dynamical systems, *Prog. Theor. Phys*, **61**-6(1979), 1605-1616.