管群気柱振動応答計算法の研究*

(流れ直角方向及び流れ方向の共鳴について)

太田和秀^{*1}, 入江良彦^{*2}, 本田 巖^{*1}
片山圭一^{*1}, 甕 聡樹^{*1}

Analysis of Flow-induced Acoustic Resonance of Tube Banks (Resonance in Transverse and Flow Direction)

Kazuhide OHTA^{*3}, Yoshihiko IRIE, Iwao HONDA,
Keiichi KATAYAMA, Toshiki MOTAI

^{*3} Mitsubishi Heavy Industries, Nagasaki R & D Center,
Fukahori-machi 5-717-1, Nagasaki City, Nagasaki, 851-0392 Japan

This paper presents the theoretical method to evaluate the amplitude of flow-induced acoustic resonance of tube banks in the heat exchanger. This method, based on the forced oscillation model, employs the acoustic characteristics of the chamber containing tube banks and vortex-induced exciting forces with particular Strouhal number which changes with pitch to diameter ratio of tube array. Experimental results on acoustic resonance in transverse and flow direction agree well with the calculated results. Furthermore, the availability of the sound absorbing materials and the baffle plate with clearance to reduce the acoustic resonance are discussed.

Key Words: Acoustic Resonance, Fluid Exciting Force, Tube Bank, Strouhal Number Lift Force, Drag Force, Sound Absorbent, Baffle Plate

1. はじめに

ボイラーや排煙脱硫装置等の熱交換器は円形断面の管群を多数内蔵しており、管の間の流れによって渦励振力が発生する。流れによる管群渦励振力の振動数と熱交換器内部の音場の固有振動数が一致すると気柱共鳴と呼ばれる激しい振動が発生し、騒音公害として問題になることがある。ボイラーの気柱共鳴現象は発電用の大型ボイラーが石炭焚きに変更された昭和30年代から問題になり、Y. N. Chen や船川^{1)~2)}等によって渦励振力の振動数や共振を回避するための防振設計法について精力的な研究が行われてきた。さらに最近では管と管の間に干渉板を設けて気柱共鳴を防止する対策の研究が実施されている³⁾。

これらの研究は共振が発生するか否か及びその防止対策についてのものであり、気柱共鳴の物理的モデル化や共鳴振幅に及ぼす音場の減衰特性や管群の空間的配置の影響等については十分な議論がなされていなかった。そこで本報告では管群渦励振力と音場の固有振動

特性を用いた気柱振動応答計算法を作成し、実験結果と比較してその妥当性を確認した。更に吸音材の効果や特殊な形状の熱交換器で発生する流れ方向の気柱振動についても検討を行なった。

2. 計算理論

2.1 管群渦励振力のモデル化 図1のように流れの中に管群を配置すると、管には特定の振動数を持った力が作用する。従来はストローハル数($St=fD/V_g$)に対応する流れ直角方向の揚力成分だけが議論されていたが、最近では $St \times 2$ に対応する振動数成分を持つ流れ方向の抗力成分が存在することが報告されている⁴⁾。

本研究では管群に作用する流体力の反力が音場に作用すると考える。管の単位長さに作用する流れ直角方向と流れ方向の変動流体力を次のように表す。

$$F_y = 0.5\rho DV_g^2 C_L \sin(\omega t + \phi_y) \quad (1)$$

$$F_x = 0.5\rho DV_g^2 C_D \sin(2\omega t + \phi_x) \quad (2)$$

ただし ρ は流体の密度、 D は管直径、 V_g は管の間隙における流速、 C_L と C_D はそれぞれ変動揚力と抗力係数、 ω はストローハル数に対応する円振動数、 ϕ_x 、 ϕ_y は流体力の相対位相である。

* 原稿受付 2000年4月19日。

^{*1} 正員、三菱重工業(株) (〒851-0392 長崎市深堀町5-717-1)。

^{*2} 正員、長崎総合科学大学 (〒851-0193 長崎市網場町536)。
E-mail: ohta@ngsrdc.mhi.co.jp

音場と管群励振力の相互作用（フィードバック作用）については未解明な部分が多いが、ここでは文献1)の結果を参考にして、気柱振動が発生している状態では管群励振力の空間的な位相は気柱振動モードに支配され则认为する。

2.2 波動方程式 音場の中の単位体積当り減衰係数 R と渦励振力 f を考慮した波動方程式は音速を c 、音圧を p とすれば次式で与えられる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{R}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - c^2 \nabla^2 p = -c^2 \nabla \cdot \mathbf{f} \quad (3)$$

式(3)の単位体積当たりの減衰係数 R と音場の内部減衰比 ζ の間には次の関係がある。

$$R = 2\rho\zeta\omega$$

式(3)の波動方程式の定常振動問題は次のヘルムホルツ方程式で表される。

$$(\nabla^2 + k^2)p = \nabla \cdot \mathbf{f} \quad (4)$$

ただし波数は $k = k_R - jk_I$ と複素数になる。

2.3 気柱振動応答計算法 実機における気柱振動を予測するにはダクトや煙道につながる熱交換器入口、出口の境界インピーダンスや音場の内部減衰の影響を正確に考慮しなければならない。また壁面吸音処理等の対策を実施した場合の低減効果の検討には壁面の音響インピーダンスを用いた評価が必要である。任意形状音場の気柱振動応答を予測する手法としては境界要素法⁷⁾や有限要素法／モーダル解析法⁶⁾が考えられる。

2.3.1 FEM／モーダル解析法⁶⁾

(1) 運動方程式の有限要素法による表示 図2に示すように、熱交換器内の音場を有限要素に分割し、要素 e 内の圧力 p を要素節点の圧力 p_e と内挿関数 g で表して、音場内の歪エネルギー U_1 、運動エネルギー T_1 、管群渦励振力 f によってなされる仕事 U_2 、音場境界で消費されるエネルギー U_3 、音場内の減衰係数 R による消散エネルギー U_4 から次式のラグランジュ関数 L を求める

$$L = T - U_1 - U_2 - U_3 - U_4 \quad (5)$$

ラグランジュ関数 L の停留条件により次の音場の運動方程式が求められる。

Fig.1 Acoustic field and fluid exciting force

$$\left(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} - \frac{R}{j\omega\rho^2} \mathbf{K} + \mathbf{K} \right) \mathbf{P} = \frac{-1}{\rho} \mathbf{F}' \quad (6)$$

ただし $\mathbf{P}$ は節点に関する音圧ベクトル、 $\mathbf{M}$ は音場の質量行列（歪エネルギーに対応）、 $\mathbf{K}$ は音場の剛性行列（運動エネルギーに対応）、 $\mathbf{F}'$ は渦励振力 f による等価節点力ベクトル、 $\mathbf{D}$ は境界アドミッタンス行列を表わしている。

(2) モーダル解析法の適用 式(6)は大次元の複素係数連立方程式になるので周波数応答解析や固有値解析を行なうには多大の計算時間を必要とする。そこで音場の内部減衰や境界インピーダンスの影響がない場合の固有振動特性（モーダルパラメータ）を用いた簡略計算法を作成する。

式(6)より内部減衰や境界インピーダンスの影響がない場合の音場の固有振動方程式は

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{P} = 0 \quad (7)$$

となる。これは通常の実固有値問題であり、比較的容易に次のような固有振動特性を求めることができる。

ω_n : 第 n 次固有円振動数, $n=1 \sim N$

$\mathbf{P}_n = (\dots, P_{in}, \dots)^T$: 第 n 次音圧モード

$$\nabla \mathbf{P}_n = \left(\dots, \frac{\partial P_{in}}{\partial x}, \frac{\partial P_{in}}{\partial y}, \frac{\partial P_{in}}{\partial z} \dots \right)^T$$

: 第 n 次音圧勾配モード（粒子速度に対応）

$\tilde{m}_n = \mathbf{P}_n^T \mathbf{M} \mathbf{P}_n$: 第 n 次モードの有効質量

ここで N はモード総数、 P_{in} は節点 i における第 n 次音圧モードを表わしている。尚、気柱共鳴が問題となる振動数領域では、音の波長が管径に比べてはるかに大きいので、音場の FEM 解析では管は無視する。

内部減衰や境界インピーダンスが存在する場合の音圧ベクトル $\mathbf{P}$ を式(7)で得られた固有音圧モード $\mathbf{P}_n$ の線形結合で表わす。

$$\mathbf{P} = \sum_{n=1}^N \mathbf{P}_n a_n = \Phi \mathbf{a} \quad (8)$$

ただし $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_N)^T$ はモーダル応答ベクトル、

$\Phi = [\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_N]$ は音圧モード行列である

Fig.2 FEM mesh division of acoustic field

式(8)を(6)に代入し更に左から Φ' をかけると次式が得られる.

$$\left(-\omega^2 \tilde{\mathbf{M}} + j\omega \tilde{\mathbf{D}} - \frac{R}{j\omega \rho^2} \tilde{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{K}}\right) \mathbf{a} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (9)$$

ここで各行列の要素は次のように表わされる.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}} &= [\tilde{m}_{n, n}], \quad \tilde{\mathbf{K}} = [\tilde{m}_{n, \omega_n}] \\ \tilde{\mathbf{D}} &= \Phi' \mathbf{D} \Phi = [\tilde{D}_{qr}] \\ \tilde{D}_{qr} &= \sum_i \frac{P_{\ell q} P_{r\ell}}{Z_{\ell}} S_{\ell} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}} &= (\tilde{F}_n, \dots)' = \frac{-1}{\rho} \Phi' \mathbf{F}' \\ \tilde{F}_n &= \frac{-1}{\rho} \sum_i \left(F_{ix} \frac{\partial P_m}{\partial x} + F_{iy} \frac{\partial P_m}{\partial y} + F_{iz} \frac{\partial P_m}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

式(9)は計算に用いるモード数だけの次元に縮小されており流速を変化させた場合の周波数応答が簡単に計算できる. 式(10)における Z_{ℓ} は境界インピーダンス, S_{ℓ} は要素面積を表している.

式(11)は渦励振力により音場へ入力されるエネルギーを表しており, 音圧勾配モード(粒子速度)が大きい位置での励振力の寄与が大きいことを示している.

$\omega = \omega_n$ の共振点では第 n 次モードが卓越して現われるので, 式(10)の有効境界アドミタンス行列 $\tilde{\mathbf{D}}$ の対角項のみを考慮すれば, 節点 ℓ の共鳴音圧 $p_{\ell}(\omega_n)$ は次式となる.

$$p_{\ell}(\omega_n) = \frac{p_{\ell n} \tilde{F}_n}{-\omega_n \operatorname{Im}(\tilde{D}_{nn}) + j\omega_n \operatorname{Re}(\tilde{D}_{nn}) + \tilde{m}_n R / \rho^2} \quad (12)$$

2.3.2 境界要素法⁷⁾

(1) 境界積分方程式 Green の公式を用いれば, 境界上の任意の点 $\ell(x_{\ell}, y_{\ell}, z_{\ell})$ における圧力 p は次式で表される.

$$p(x_{\ell}, y_{\ell}, z_{\ell}) = \frac{1}{2\pi} \iint_S \left\{ \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right\} ds + q \quad (13)$$

管群励振力による外力項 q は次式のように書ける⁸⁾

Fig.3 BEM mesh division of acoustic field

$$q = \frac{1}{2\pi} \iiint_V \nabla \cdot \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{f} \right) dV - \frac{1}{2\pi} \iint_S \mathbf{f} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dV \quad (14)$$

第1項の体積分を Gauss の積分定理で面積分に変換する. 境界上の法線方向の単位ベクトルを $\mathbf{n}$ とすれば

$$q = \frac{-1}{2\pi} \iint_S \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} dS - \frac{1}{2\pi} \iiint_V \mathbf{f} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dV \quad (15)$$

境界上 S では渦励振力 $\mathbf{f} = 0$ であるから

$$q = -\frac{1}{2\pi} \iiint_V \mathbf{f} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dV \quad (16)$$

(2) 離散化 図3に示すように音場の境界を小さな要素に分割し, 要素内で圧力 p , 圧力勾配 $\partial p / \partial n$ が一定であると仮定すると, 要素 ℓ の圧力 p_{ℓ} に関する境界積分方程式は次式となる.

$$\begin{aligned} p_{\ell} &= \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^{NE} \left\{ \frac{\partial p_m}{\partial n} \iint_{S_m} \frac{e^{-jkr_{\ell m}}}{r_{\ell m}} dS_m - p_m \iint_{S_m} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr_{\ell m}}}{r_{\ell m}} \right) dS_m \right\} \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{NS} \iiint_{V_i} \mathbf{f} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr_{\ell i}}}{r_{\ell i}} \right) dV_i \end{aligned} \quad (17)$$

マトリックス表示すると

$$\mathbf{H} \mathbf{p} - \mathbf{G} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial n} + \mathbf{q} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{cases} \mathbf{H} = [h_{\ell m}], \quad \mathbf{G} = [g_{\ell m}], \quad g_{\ell m} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_m} \frac{e^{-jkr_{\ell m}}}{r_{\ell m}} dS_m \\ h_{\ell m} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_m} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr_{\ell m}}}{r_{\ell m}} \right) dS_m, \\ q_{\ell} = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{NS} \iiint_{V_i} \mathbf{f} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr_{\ell i}}}{r_{\ell i}} \right) dV_i \end{cases}$$

3. 計算法の適用と実験検証

本報告で開発した気柱振動予測法を流れ直角方向気柱振動に適用し, 実測結果と比較してその妥当性の検討を行なう.

3.1 流れ直角方向の気柱振動

3.1.1 バッフル無しの剛壁音場

(1) 計算モデル 図4に示すような管直径 $D=38.1\text{mm}$, 流れ方向/流れ直角方向ピッチ $L/T=110/96\text{mm}$ のフィン付千鳥配列管群について計算を行なう. 流れ直角方向の気柱振動が発生する場合, 圧力分布は流れ方向にはほぼ一様であるので, 中央の2行管だけをモデル化する.

対象とする管間隙流速 V_g は 60m/s 以下とする. ストローハル数を $St=0.2$ とすれば, 渦励振力の周波数は 315Hz 以下となり, この周波数領域では流れ直角方向1次の気柱振動だけが問題になる.

壁付近では渦励振力が発生しにくいので壁付近の管からは渦励振力は発生しないとした. また渦励振力の

空間的位相は気柱振動1次の粒子速度モードに対応して全管同位相とする。揚力係数は $C_L = 0.1$ とし、音場の減衰比は実験結果を基にして $\zeta = 0.03$ とした。

(2) 計測結果と計算結果 図5にギャップ流速を変化させた場合の側壁の圧力変動の計測結果と計算結果の比較を示す。ギャップ流速が40m/s程度になると渦励振力の周波数と気柱振動数が一致し2kPa以上の共鳴振幅が生じている。

流速が上昇して共鳴に至るまでの側壁圧力変動の計測結果はFEM/モーダル解析法による計算結果やBEMによる計算結果とよく一致している。尚、実験では装置の制約でギャップ流速を40m/s以上に上昇させることが出来なかったが、他の実験結果では一旦共鳴が発生すると、流速を上昇させても振動数が変化しないロックイン現象が発生した例もある。

3.1.2 バッフル無しの吸音壁音場

(1) 計算モデル 図4(c)に両側の壁に吸音材としてグラスウールを施工した場合の音場の計算モデルを示す。グラスウールの吸音率を0.8と仮定し、壁面の音響インピーダンスを近似的に $z = 1.16 \times 10^3 \text{ kg/sm}^2$ とした。渦励振力や音場の減衰特性は§3.1.1と同じ値を用いて、ギャップ流速を変化させた場合の壁面の圧力変動を求めた。

Fig.4 Analytical model without baffle

(2) 気柱振動の低減 図6に剛壁音場と吸音壁音場について管間隙流速 V_g を変化させて計算した壁面における音圧振幅を示す。壁面吸音処理によって気柱共鳴振幅は大幅に低減しており、吸音処理が気柱振動低減に顕著な効果を示すことがわかる。このことは別の試験でも確認されており、従来の板状バッフルを挿入して音場の固有振動数を上昇させる対策以外の有効な低減対策となる。ただし実際に壁面吸音処理を実施する場合には耐熱性、飛散防止のための表面処理等に十分留意する必要がある。吸音セラミック⁹⁾等の適用が考えられる。

3.1.3 すき間付バッフルを有する剛壁音場

(1) 計算モデル 図7にすき間付バッフルを有する管群モデルを示す。管配列は図4と同じである。

Fig.5 Pressure response and gap velocity

Fig.6 Reduction of pressure response by absorptive wall

また壁やバッフル板近傍では規則的な渦が発生しにくいので、壁やバッフル板近傍の管からは渦励振力は発生しないと仮定した。他の計算条件は §3.1.1 と同じである。

(2) バッフルのオーバーラップ長と音場振動特性

図8にバッフルがない場合と隙間付きバッフルを挿入しオーバーラップ長さ l を 0~50mm に変化させた場合の、音圧モードと断面 A-A における音圧勾配モードを示す。圧力 P の実線の円が正、点線の円が負の音圧を表し、円の大きさが音圧の大きさに対応している。隙間付きバッフルを挿入すると 1 次固有振動数は低下する。オーバーラップ長さが長いほどその低下の割合は大きい、これはオーバーラップ部の絞りによって音響管の等価長さが長くなったことに対応している。更にオーバーラップ部を長くすることによって、音圧勾配は隙間近傍だけ集中して発生する。

Fig.7 Analytical model

(3) 共鳴振幅の低減 隙間付きバッフルを挿入した場合は固有振動数が低下するが、それに対応した流速で気柱共鳴が発生する。図9にオーバーラップ長さを変化させた場合の共振振動数（共鳴流速）における気柱共鳴振幅の実測結果と計算結果を示す。

オーバーラップ長さが長くなるほど共鳴振幅は小さくなっている。

Fig.8 Mode shape of acoustic pressure P and pressure gradient $\partial p/\partial y$ for 1st mode

これはオーバーラップ長さを長くすれば、音圧勾配がバッフル付近だけで大きくなり、且つバッフル付近では渦励振力が弱くなるので、式(11)に示す流体から音場へ入力されるエネルギーが小さくなるためと考えられる。計算結果と実測結果はほぼ一致しており、本計算法が実機における隙間付きバッフルの評価に適用可能であることを確認できた。

3.2 流れ方向気柱振動

(1) 計算モデル $St \times 2$ に対応する振動数をもつ流れ方向気柱振動に関する報告は少ないが、ここでは図10に示すような管群を内蔵する伝熱試験装置で流れ方向の気柱振動が発生したのでこれについて解析を行なう。テストセクションに設置した管群は直径 $D=38.1\text{mm}$ のフィン付き正方配列管群であり、ピッチ比は $L/T=2.36$ 、管本数は流れ方向6本×流れ直角方向11本である。

伝熱試験装置のダクトは絞られたフローノズルを有するので、低周波領域では一端閉、他端開の一次元音響管としての音響特性を示す。開口端補正を行なって計算した音圧と粒子速度モードを図10に示す。抗力変動係数 C_D は文献4)によれば揚力変動係数 C_L の5~10%であるので本計算では $C_D=0.01$ とした。

(2) 計測結果と計算結果 図11にダクト入口における音圧の計測結果と計算結果の比較を示す。この管群において計測されたストローハル数は $St=0.135$ であり、ダクト入口では $St \times 2$ 成分に対応する振動数の強い圧力変動が観測された。音場の共鳴点におけるダクト入口の音圧の計算結果は計測結果とほぼ一致している。また図12に気柱共鳴発生状態における流れ方向の音圧分布の計測結果を示すが、計算で予測された音圧モードとよく一致している。

86Hzと150Hzの振動モードは図10からわかるように管群位置で粒子速度が最大であり、式(11)の渦励振力による有効外力 $\tilde{F}_n$ が大きくなる励振されやすいモードである。

(3) 流れ方向気柱振動の特徴 流れ方向の気柱振動は流れ方向に定在波が発生しやすい音場の中に強い抗力変動 ($St \times 2$ 成分) が発生する管群が設置された場合に発生する。したがってこれを低減するには音場の形状を変更したり、管群のピッチ比や配列を変えることが有効であると考えられるが、その他に渦の発生を阻害するような工夫も必要とみられる。

Fig.9 Reduction of Resonant pressure due to Baffle overlap

Fig.10 Experimental duct for heat transfer and calculated mode shapes of pressure and particle velocity

4. むすび

(1) 気柱共鳴振幅予測法の開発 音場の固有振動特性と管群渦励振力を用いて、強制振動モデルによる気柱振動応答計算法を開発した。この手法は従来から研究されてきた流れ直角方向の気柱振動だけでなく、特殊な形状の熱交換器で発生する流れ方向の気柱振動にも適用できる。

(2) 計算結果と実測結果の比較検討 本計算結果と実測結果はよく一致しており、本計算法の妥当性を確認することができた。

(3) 今後の課題 本報告では気柱振動を強制振動とみなして、共鳴状態での音圧振幅の予測を行なったが、気柱振動発生時に渦励振力の位相が揃うことやロックイン現象は音場と流体が相互作用する自励振動であるのでこの方面からのアプローチも必要である。

参考文献

- 1) 船川：ほか，熱交換器の管群の振動とダクト内気柱の共鳴に関する研究，大阪大学学位論文，1979
- 2) Y.N.Chen: Flow-Induced Vibration and Noise in Tube-Bank Heat Exchanger Due to von Karman Streets, J.Eng.for Industry, ASME, pp134146, 1968
- 3) S.Suzuki, Y.Maruta, Y.Ugai: Noise Reduction of a Fin Type Heat Exchanger, Proceeding of Inter-Noise 84, 1984
- 4) R.D.Blevins: Flow-Induced Vibration, 2nd ed. Van Nostrand Reinhold, 1989
- 5) 三菱ニューセラミック吸音板，三菱カタログ
- 6) 太田，他：流れ方向気柱振動に関する研究，機械学会 [No.910-41] 環境工学総合シンポジウム'91, 1991/7
- 7) 太田，他：管群気柱振動応答計算法の研究，機械学会 全国大会講演論文集，1995/9
- 8) 太田，他：すき間付きバッフルと気柱振動応答，機械学会 D&D'96, 1996/8

Fig.11 Acoustic resonance and gap velocity

Fig.12 Pressure distribution in flow direction