トリポード形等速継手の力学特性解析*

渡 辺 克 巳^{*1}, 川 勝 勉^{*2}
中 尾 彰 一^{*2}, 大 原 卓^{*3}

Analyses of Static Characteristics of Tripod Constant Velocity Joints

Katsumi WATANABE^{*4}, Tsutomu KAWAKATSU,
Shouichi NAKAO and Taku OHARA^{*4} Yamagata Univ., Faculty of Engineering, Dept. of Mechanical Systems Engineering,
Jounan 4-3-16, Yonezawa-shi, Yamagata, 992-8510 Japan

In this paper, a procedure is established for solving simultaneously a set of thirty conditional equations with respect to forces and moments acting on three spherical rollers, the tripod and the housing of tripod constant velocity joints, which are cylindrical-paired and sphere-cylinder-paired respectively, for any values of friction coefficients between spherical rollers and its grooves and axes. Moreover, the rotational velocity of the spherical roller relative to the tripod and the condition for rolling motion of the spherical roller to change into sliding motion on its groove are deduced. The established numerical procedure simulates the normal force of the spherical roller and the groove thrust force with a period of π and the housing thrust force with a period of $2\pi/3$ for given values of the joint angle. These results are inspected by experimental analyses.

Key Words: Tripod Joint, Constant Velocity Joint, Static Analysis, Housing Thrust Force, Friction Force

1. 緒 言

しゅう動式トリポード形等速継手のハウジングのラスト力は1回転中に $2\pi/3$ 周期で変化することが解析的検討および実験により知られている^{(1)~(3)}。しかし、構成部品である三つの球面ローラ、ハウジングおよびトリポードに作用する力とモーメントを釣合い条件に基づいて解析することは試みられていない。また、球面ローラがローラ軸に円筒対偶されている形式のトリポード形等速継手の球面ローラは1回転中にハウジングのローラ溝に対して1揺動する。このため、球面ローラとローラ溝およびローラ軸との摩擦状態が周期的に変化して球面ローラはローラ溝上を転がったり、滑ったりする。この摩擦特性も解明されていない。

本論文では、球面ローラとローラ溝およびローラ軸間の摩擦係数をパラメータとして、三つの球面ローラ、

ハウジングおよびトリポードに作用する力とモーメントの釣合い条件式を導出する⁽⁴⁾。そして球面ローラのローラ軸に対する相対速度の算出式を与えてハウジングラスト力を含むトリポード形等速継手の力学特性のシミュレーション法を確立する。さらに、一つの球面ローラに作用する法線方向の力とローラ溝方向の力を測定し、解析結果と比較検討することにより本論文の手法の有効性を確認する。

2. 力 学 モ デ ル

三つの球面ローラはハウジングのローラ溝と球面・円筒対偶されており、トリポードのローラ軸に円筒対偶されている。そしてハウジングの軸(入力軸)は静止節(フレーム)に回転対偶されており、端部にツェッパ形等速継手が接続されるトリポード軸(出力軸)は静止節に球面対偶されていると考える。

このとき、三つの球面ローラ、ハウジングおよびトリポードの対偶部に作用する力とモーメントの直交3成分の系をトリポード形等速継手の力学モデルと呼ぶことにする。図1にトリポード形等速継手の内部構造を示す。

2.1 力およびモーメントの作用方向 図2に示すように、入力軸の中心線上に原点Oを定め、入力軸

* 原稿受付 2000年1月20日。

^{*1} 正員, 山形大学工学部 (〒992-8510 米沢市城南4-3-16)。^{*2} 本田技研工業(株)栃木製作所 (〒321-4346 真岡市松山町19)。^{*3} 正員, ファナック(株) (〒401-0597 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580)。

E-mail: tb122@dip.yz.yamagata-u.ac.jp

を y 軸, それと直交する軸を x 軸および z 軸とする. 静止直交座標系を $O-xyz$ とする. x 軸, y 軸および z 軸の方向, 向きを表す単位ベクトルをそれぞれ i, j および k とする.

出力軸の端点 B の座標を $(0, y_B, z_B)$ とする. また, トリポードの中心を S , 点 S を通る出力軸の中心線の球面座標を (ξ_2, η_2) とし, その方向, 向きを表す単位ベクトルを次のように表す.

$$a = \sin \xi_2 \cos \eta_2 i + \sin \xi_2 \sin \eta_2 j + \cos \xi_2 k \quad \dots\dots\dots (1)$$

出力軸と z 軸方向に垂直な単位ベクトルを出力軸まわりに -90° 回転した単位ベクトル b は

$$b = -\cos \xi_2 \cos \eta_2 i - \cos \xi_2 \sin \eta_2 j + \sin \xi_2 k \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表される.

ハウジングの三つのローラ溝およびトリポードの三つのローラ軸は等間隔に配置されているものとし, それらの角変位 ϕ_m および $\phi_m (m=1\sim3)$ はそれぞれ z 軸および点 B を通り方向, 向きが b の直線から反時計回り方向に測るものとする. そして第1番めのローラ溝の角変位 ϕ_1 を入力角とし, 第1番めのローラ軸

の角変位 ϕ_1 を出力角とする.

トリポードの第1, 第2および第3番めのローラ軸の方向, 向きを表す単位ベクトルは次式で与えられる.

$$\begin{aligned} s_m &= \cos \phi_m b + \sin \phi_m i \\ &= (\sin \phi_m \sin \eta_2 - \cos \phi_m \cos \xi_2 \cos \eta_2) i \\ &\quad - (\sin \phi_m \cos \eta_2 + \cos \phi_m \cos \xi_2 \sin \eta_2) j \\ &\quad + \cos \phi_m \sin \xi_2 k \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ハウジングの第1, 第2および第3番めのローラ溝の方向およびそれらと直交する方向を表す単位ベクトルをそれぞれ i_m および k_m とすると,

$$\left. \begin{aligned} i_m &= \cos \phi_m i - \sin \phi_m k \\ k_m &= \sin \phi_m i + \cos \phi_m k \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

第1, 第2および第3番めの球面ローラの中心 $R_m (m=1\sim3)$ の座標をそれぞれ (x_{Rm}, y_{Rm}, z_{Rm}) とする. さらに, 球面ローラとローラ溝の接点 C_1, C_2 および C_3 の座標をそれぞれ $(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) (m=1\sim3)$ とする.

接点 $C_m (m=1\sim3)$ のローラ溝上での円周方向の変位の中心角を $\delta_m (m=1\sim3)$ とし, $\phi_m^* = \phi_m + \delta_m$ とおけば, 球面ローラとローラ溝の共通接平面に垂直な方向, 向きを表す単位ベクトルは次式で与えられる.

$$n_m = \frac{\vec{R_m C_m}}{R_m C_m} = \cos \phi_m^* i - \sin \phi_m^* k \quad \dots\dots\dots (5)$$

球面ローラの中心 $R_m (m=1\sim3)$ を通り, 方向, 向きが n_m および j で与えられる直線に直交する直線の方向, 向きを表す単位ベクトルを $t_m (m=1\sim3)$ とすると,

$$t_m = n_m \times j = \sin \phi_m^* i + \cos \phi_m^* k \quad \dots\dots\dots (6)$$

球面ローラの中心の軸と出力軸に直交する直線の方向, 向きを表す単位ベクトルを $u_m (m=1\sim3)$ とすると,

$$\begin{aligned} u_m &= a \times s_m \\ &= (\sin \eta_2 \cos \phi_m + \cos \xi_2 \cos \eta_2 \sin \phi_m) i \\ &\quad - (\cos \eta_2 \cos \phi_m - \cos \xi_2 \sin \eta_2 \sin \phi_m) j \end{aligned}$$

Fig. 1 Inner structure of the tripod constant velocity joint

Fig. 2 Forces and moments acting on the tripod and the housing from the frame and forces acting on the housing from three spherical rollers

$$-\sin \xi_2 \sin \phi_m \mathbf{k} \quad \dots\dots\dots (7)$$

軸交差角を β とし、出力軸の球面座標 (ξ_2, η_2) を

$$\xi_2 \doteq \frac{\pi}{2} - \beta, \quad \eta_2 \doteq \frac{\pi}{2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

と近似するときには $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{s}_m$ および $\mathbf{u}_m$ は次式となる.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} &= \cos \beta \mathbf{j} + \sin \beta \mathbf{k} \\ \mathbf{b} &= -\sin \beta \mathbf{j} + \cos \beta \mathbf{k} \\ \mathbf{s}_m &= \sin \phi_m \mathbf{i} - \sin \beta \cos \phi_m \mathbf{j} \\ &\quad + \cos \beta \cos \phi_m \mathbf{k} \\ \mathbf{u}_m &= \cos \phi_m \mathbf{i} + \sin \beta \sin \phi_m \mathbf{j} \\ &\quad - \cos \beta \sin \phi_m \mathbf{k} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

2.2 構成部品に作用する力とモーメントの成分

フレームから入力軸に作用する x 軸, y 軸および z 軸方向の力およびこれらの軸まわりのモーメントをそれぞれ次のように表す(図2参照).

$$F_{0x}\mathbf{i}, F_{0y}\mathbf{j}, F_{0z}\mathbf{k}, M_{0x}\mathbf{i}, M_{0y}\mathbf{j}, M_{0z}\mathbf{k}$$

ここで, M_{0y} は入力モーメントである.

(a) In the case where the spherical roller is rolling

(b) In the case where the spherical roller is sliding

Fig. 3 Forces and moments acting on the tripod and the housing from the spherical roller

出力軸の端点Bに作用する x 軸, y 軸および z 軸方向の力および出力軸まわりのモーメント(出力モーメント)をそれぞれ次のように表す.

$$F_{Bx}\mathbf{i}, F_{By}\mathbf{j}, F_{Bz}\mathbf{k}, M_B\mathbf{a}$$

ハウジングのローラ溝と球面ローラの接点 $C_m(m=1\sim3)$ において, 球面ローラからハウジングに作用する法線力, ローラ溝方向の反力およびローラ溝の円周方向の摩擦力をそれぞれ次のように表す(図3参照).

$$F_{cm}\mathbf{n}_m, F_{ym}\mathbf{j}, -\mu_{tm}F_{cm}\mathbf{t}_m \quad (m=1\sim3)$$

さらに, 球面ローラとローラ溝の接触部の摩擦モーメントを

$$-\nu_{nm}F_{cm}\mathbf{n}_m \quad (m=1\sim3)$$

とする.

ここで, μ_{tm} および $\nu_{nm}(m=1\sim3)$ はそれぞれ球面ローラとローラ溝間の円周方向運動および共通法線まわりの回転運動の等価摩擦係数である.

球面ローラからそれらの中心 $R_m(m=1\sim3)$ においてローラ軸に作用する直交2方向の力およびモーメントをそれぞれ次のように表す.

$$F_{um}\mathbf{u}_m, F_{am}\mathbf{a}, M_{um}\mathbf{u}_m, M_{am}\mathbf{a} \quad (m=1\sim3)$$

さらに, 球面ローラとローラ軸の円筒対偶部の摩擦力および摩擦モーメントをそれぞれ

$$-\mu_{sm}F_{um}^*\mathbf{s}_m, -\nu_{sm}F_{um}^*\mathbf{s}_m$$

$$F_{um}^* = \sqrt{F_{um}^2 + F_{am}^2} \quad (m=1\sim3)$$

とする.

ここで μ_{sm} および ν_{sm} はそれぞれ球面ローラとローラ軸間の軸方向の滑り摩擦係数およびローラ軸まわりの回転運動の等価摩擦係数である.

2.3 球面ローラがローラ溝上を滑る場合 球面ローラがローラ溝上を滑る場合には, 球面ローラとローラ溝間の溝方向の滑り摩擦係数を μ_{ym} とするとき, 4章の条件式(37)に従って F_{ym} をローラ溝方向の摩擦力 $-\mu_{ym}F_{cm}$ で置き換え, 同時に $-\nu_{sm}F_{um}^*$ をローラ軸まわりの反モーメント M_{sm} で置き換えるものとする.

3. 力およびモーメントの釣合い条件

3.1 球面ローラに作用する力とモーメントの釣合い 単位ベクトル $\mathbf{a}$ および $\mathbf{s}_m$ の単位ベクトル $\mathbf{n}_m, \mathbf{j}, \mathbf{t}_m(m=1\sim3)$ 方向の成分をそれぞれ a_{nm}, a_y, a_{tm} および s_{nm}, s_{ym}, s_{tm} とする. 球面ローラが転がる場合の第1, 第2および第3番めの球面ローラに作用する力およびモーメントの釣合い条件式は,

$$\cos \delta_m \doteq 1, \quad \sin \delta_m \doteq \delta_m \quad \dots\dots\dots (10)$$

と近似することにより次のように得られる.

$$\left. \begin{aligned} &F_{cm} + F_{um}\{\cos^2 \phi_m + \cos \beta \sin^2 \phi_m \\ &\quad - (1 - \cos \beta) \sin \phi_m \cos \phi_m \delta_m\} \\ &\quad + F_{am} a_{nm} - \mu_{sm} F_{um}^* s_{nm} = 0 \\ &F_{ym} + F_{um} \sin \beta \sin \phi_m + F_{am} a_y \\ &\quad - \mu_{sm} F_{um}^* s_{ym} = 0 \\ &-\mu_{tm} F_{cm} + F_{um}\{(1 - \cos \beta) \sin \phi_m \cos \phi_m \\ &\quad + (\cos^2 \phi_m + \cos \beta \sin^2 \phi_m) \delta_m\} \\ &\quad + F_{am} a_{tm} - \mu_{sm} F_{um}^* s_{tm} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} &-\nu_{nm} F_{cm} + M_{um}\{\cos^2 \phi_m + \cos \beta \sin^2 \phi_m \\ &\quad - (1 - \cos \beta) \sin \phi_m \cos \phi_m \delta_m\} \\ &\quad + M_{am} a_{nm} - \nu_{sm} F_{um}^* s_{nm} = 0 \\ &\mu_{tm} F_{cm} b + M_{um} \sin \beta \sin \phi_m \\ &\quad + M_{am} a_y - \nu_{sm} F_{um}^* s_{ym} = 0 \\ &F_{ym} b + M_{um}\{(1 - \cos \beta) \sin \phi_m \cos \phi_m \\ &\quad + (\cos^2 \phi_m + \cos \beta \sin^2 \phi_m) \delta_m\} \\ &\quad + M_{am} a_{tm} - \nu_{sm} F_{um}^* s_{tm} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

球面ローラがローラ溝上を滑る場合の条件式は、 F_{ym} を摩擦力 $-\mu_{ym} F_{cm}$ で置き換え、同時に $-\nu_{sm} F_{um}^*$ を反モーメント M_{sm} で置き換えて得られる式となる。

3・2 ハウジングに作用する力とモーメントの釣合い
 い ハウジング・入力軸に作用する力およびモーメントの釣合い条件式はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} &F_{0x} \mathbf{i} + F_{0y} \mathbf{j} + F_{0z} \mathbf{k} + F_{c1} \mathbf{n}_1 + F_{c2} \mathbf{n}_2 + F_{c3} \mathbf{n}_3 \\ &\quad + (F_{y1} + F_{y2} + F_{y3}) \mathbf{j} \\ &\quad - \mu_{t1} F_{c1} \mathbf{t}_1 - \mu_{t2} F_{c2} \mathbf{t}_2 - \mu_{t3} F_{c3} \mathbf{t}_3 = 0 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &M_{0x} \mathbf{i} + M_{0y} \mathbf{j} + M_{0z} \mathbf{k} \\ &\quad + \sum_{m=1}^3 \{-\nu_{nm} F_{cm} \mathbf{n}_m - y_{cm} F_{cm} \sin \phi_m^* \mathbf{i} \\ &\quad + r \cos \delta_m F_{cm} \mathbf{j} - y_{cm} F_{cm} \cos \phi_m^* \mathbf{k} - z_{cm} F_{ym} \mathbf{i} \\ &\quad + x_{cm} F_{ym} \mathbf{k} - y_{cm} \mu_{tm} F_{cm} \cos \phi_m^* \mathbf{i} \\ &\quad - (r \sin \delta_m - \frac{d}{2}) \mu_{tm} F_{cm} \mathbf{j} \\ &\quad + y_{cm} \mu_{tm} F_{cm} \sin \phi_m^* \mathbf{k} = 0 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

球面ローラがローラ溝上を滑る場合の条件式は F_{ym} を摩擦力 $-\mu_{ym} F_{cm}$ で置き換えて得られる式となる。

3・3 トリポードに作用する力とモーメントの釣合い
 い 単位ベクトル $\mathbf{a}$, $\mathbf{s}_m$ およびそれらに直交する単位ベクトル $\mathbf{u}_m$ の x 軸, y 軸および z 軸方向の成分をそれぞれ a_x, a_y, a_z ; s_{mx}, s_{my}, s_{mz} および u_{mx}, u_{my}, u_{mz} とする。球面ローラが転がる場合のトリポード・出力軸に作用する力およびモーメントの釣合い条件式はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} &F_{Bx} \mathbf{i} + F_{By} \mathbf{j} + F_{Bz} \mathbf{k} + F_{u1} \mathbf{u}_1 + F_{u2} \mathbf{u}_2 + F_{u3} \mathbf{u}_3 \\ &\quad + (F_{a1} + F_{a2} + F_{a3}) \mathbf{a} \end{aligned}$$

$$-\mu_{s1} F_{u1}^* \mathbf{s}_1 - \mu_{s2} F_{u2}^* \mathbf{s}_2 - \mu_{s3} F_{u3}^* \mathbf{s}_3 = 0 \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} &M_B \mathbf{a} + (y_B F_{Bz} - z_B F_{By}) \mathbf{i} + (z_B F_{Bx} - y_B F_{Bz}) \mathbf{j} \\ &\quad + \sum_{m=1}^3 [M_{um} \mathbf{u}_m + M_{am} \mathbf{a} - \nu_{sm} F_{um}^* \mathbf{s}_m \\ &\quad + F_{um}\{(y_{Rm} u_{mz} - z_{Rm} u_{my}) \mathbf{i} + (z_{Rm} u_{mx} \\ &\quad - x_{Rm} u_{mz}) \mathbf{j} + (x_{Rm} u_{my} - y_{Rm} u_{mx}) \mathbf{k}\} \\ &\quad + F_{am}\{(y_{Rm} a_z - z_{Rm} a_y) \mathbf{i} + (z_{Rm} a_x - x_{Rm} a_z) \mathbf{j} \\ &\quad + (x_{Rm} a_y - y_{Rm} a_x) \mathbf{k}\} - \mu_{sm} F_{um}^* \{(y_{Rm} s_{mz} \\ &\quad - z_{Rm} s_{my}) \mathbf{i} + (z_{Rm} s_{mx} - x_{Rm} s_{mz}) \mathbf{j} \\ &\quad + (x_{Rm} s_{my} - y_{Rm} s_{mx}) \mathbf{k}\}] = 0 \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

球面ローラがローラ溝上を滑る場合の条件式は $-\nu_{sm} F_{um}^*$ を反モーメント M_{sm} で置き換えて得られる式となる。

4. 力学解析

4・1 解析手順 三つの球面ローラ, トリポードおよびハウジングに作用する力とモーメントの釣合い条件式は合計で30個となる。トリポード軸まわりのモーメント M_B を既知量とすると、これらの条件式は、27個の力とモーメントおよび球面ローラからローラ溝に作用する力の方向を表す角 $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ の30個の未知量に関する非線形の連立方程式を構成する。

30個の未知量

$$\begin{aligned} &\bullet F_{0x}, F_{0y}, F_{0z}, M_{0x}, M_{0y}, M_{0z} \\ &\bullet F_{Bx}, F_{By}, F_{Bz} \\ &\bullet F_{c1}, F_{c2}, F_{c3}, \delta_1, \delta_2, \delta_3 \\ &\bullet F_{a1}, F_{a2}, F_{a3}, M_{a1}, M_{a2}, M_{a3} \\ &\bullet F_{u1}, F_{u2}, F_{u3}, M_{u1}, M_{u2}, M_{u3} \\ &\bullet F_{y1} \text{ または } M_{s1}, F_{y2} \text{ または } M_{s2}, \\ &\quad F_{y3} \text{ または } M_{s3} \end{aligned}$$

球面ローラが転がる場合の球面ローラに作用する力とモーメントの釣合い条件式(11), (12)は、両辺を F_{cm} で割り、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{F_{ym}}{F_{cm}}, \quad \lambda_2 = \frac{F_{um}}{F_{cm}}, \quad \lambda_3 = \frac{F_{am}}{F_{cm}} \\ \lambda_4 &= \frac{M_{um}}{F_{cm}}, \quad \lambda_5 = \frac{M_{am}}{F_{cm}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

とおけば、 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$ および δ_m に関する非線形の6元の連立方程式となる。

ところで、

$$F_{um}^* \doteq F_{um} \dots\dots\dots (18)$$

と近似してもトリポード形等速継手の力学特性の本質は変わらないと考えられるので、非線形の連立方程式(11), (12)は、それらの左辺を

$$\begin{aligned} &f_i(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \delta_m) \\ &= a_{11} \lambda_1 + a_{12} \lambda_2 + a_{13} \lambda_3 + a_{14} \lambda_4 + a_{15} \lambda_5 \\ &\quad + \delta_m (a_{16} \lambda_2 + a_{17} \lambda_3 + a_{18} \lambda_4 + a_{19} \lambda_5) + a_{110} \end{aligned}$$

球面ローラとローラ溝の接点からローラ軸に下ろした垂線の方を単位ベクトルは次式で与えられる。

$$\frac{\mathbf{n}_m - (\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{s}_m) \mathbf{s}_m}{|\mathbf{n}_m - (\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{s}_m) \mathbf{s}_m|} = [\cos \phi_m \{1 - (1 - \cos \beta) \sin^2 \phi_m\} \mathbf{i} + \sin \beta (1 - \cos \beta) \cos^2 \phi_m \sin \phi_m \mathbf{j} - \sin \phi_m \{1 + \cos \beta (1 - \cos \beta) \cos^2 \phi_m\} \mathbf{k}] / \sqrt{1 - (1 - \cos \beta)^2 \cos^2 \phi_m \sin^2 \phi_m} \dots (28)$$

球面ローラとローラ溝の接点のトリポードのローラ軸に対する回転角 θ_c は、式(28)の単位ベクトルと単位ベクトル $\mathbf{a} \times \mathbf{s}_m$ のなす角であるので近似的に次式が成立する(図4参照)。

$$\cos \theta_c \approx 1 - (1 - \cos \beta) \sin^2 \phi_m \dots (29)$$

ゆえに、

$$\theta_c \approx \sin^{-1}(\sin \beta \sin \phi_m) \dots (30)$$

式(30)の両辺を ϕ_1 で微分すると、入力軸(ハウジングの中心線)とトリポードのローラ軸のなす角が変化することによる球面ローラのローラ軸に対する回転速度が次のように求まる。

$$\frac{d\theta_c}{d\phi_1} = \frac{\sin \beta \cos \phi_m}{\sqrt{1 - (\sin \beta \sin \phi_m)^2}} \dots (31)$$

4・2・3 球面ローラに作用する摩擦力の方向 ハウジングのローラ溝に対して溝方向に転がっている場合の球面ローラは、トリポードのローラ軸に対しては次の関数の正、負により転がる方向を反転する。

$$\xi_R(\phi_1) = \text{sgn} \left\{ \frac{d\theta_R(\phi_1)}{d\phi_1} - \frac{d\theta_c(\phi_1)}{d\phi_1} \right\} \dots (32)$$

4・3 摩擦係数 等速継手が1回転する間に、球面ローラは相対的にハウジングのローラ溝上を1往復運動し、かつ姿勢も1揺動する。さらに、球面ローラはトリポードのローラ溝上を2往復する。このため、ローラ溝およびローラ軸から球面ローラに作用する摩擦力、摩擦モーメントの方向は1回転中にそれぞれ1回および2回だけ変化する。

また、球面ローラとローラ溝およびローラ軸間にはクリアランスがあり、摩擦力、摩擦モーメントの反転は滑らかな曲線に沿って行われるものとする。

よって、ハウジング、トリポードおよび球面ローラに作用する力とモーメントの釣合い条件式中に含まれる摩擦係数は、球面ローラとハウジングおよびトリポードの相対速度の正、負、さらに球面ローラのローラ軸に対する回転方向に従って次式で与える。

Fig. 5 Forces acting on the spherical roller and the equivalent force at the contact point

$$\left. \begin{aligned} \mu_{ym} &= -\zeta_{Rm} \mu_y \\ \mu_{tm} &= -\zeta_{sm} \mu_t \\ \nu_{nm} &= \zeta_{hm} \nu_n \\ \mu_{sm} &= -\zeta_{sm} \mu_s \\ \nu_{sm} &= \zeta_{Rm} \nu_s \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{Rm} &= \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \{10 \bar{\xi}_R(\phi_1)\} \\ \zeta_{hm} &= \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left\{ 10 \frac{dh_m/d\phi_1}{(dh_m/d\phi_1)_{\max}} \right\} \\ \zeta_{sm} &= \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left\{ 10 \frac{ds_m/d\phi_1}{(ds_m/d\phi_1)_{\max}} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

4・4 球面ローラが転がる条件 球面ローラが図5の矢印の方向に回転し始める瞬間におけるローラ溝から球面ローラに作用する摩擦力および摩擦モーメントによるローラ軸まわりのモーメントは、球面ローラとローラ溝間の溝方向の滑り摩擦係数を μ_{ym} とするとき次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \{b \mathbf{n}_m \times (-\mu_{ym} F_{cm} \mathbf{j} + \mu_{tm} F_{cm} \mathbf{t}_m) + \nu_{nm} F_{cm} \mathbf{n}_m\} \cdot (-\mathbf{s}_m) \\ &= b F_{cm} \{ \mu_{ym} (\sin \phi_m \sin \phi_m^* + \cos \beta \cos \phi_m \cos \phi_m^*) - \mu_{tm} \sin \beta \cos \phi_m - \nu_{nm} F_{cm} (\sin \phi_m \cos \phi_m^* - \cos \beta \cos \phi_m \sin \phi_m^*) \} \dots (35) \end{aligned}$$

ローラ軸から球面ローラに作用する力によるローラ軸まわりの摩擦モーメントは次式で与えられる。

$$\nu_{sm} F_{um}^* \mathbf{s}_m \cdot (-\mathbf{s}_m) = -\nu_{sm} F_{um}^* \dots (36)$$

よって、球面ローラが転がる条件は次式となる。

$$\begin{aligned} & \mu_{ym} (\sin \phi_m \sin \phi_m^* + \cos \beta \cos \phi_m \cos \phi_m^*) \\ & - \nu_{nm} (\sin \phi_m \cos \phi_m^* - \cos \beta \cos \phi_m \sin \phi_m^*) / b \\ & - \mu_{tm} \sin \beta \cos \phi_m - \nu_{sm} F_{um}^* / b F_{cm} > 0 \dots (37) \end{aligned}$$

Fig. 6 Normal forces acting on the rolling spherical roller

Fig. 9 Variation of the maximum value of the housing thrust force with the joint angle $\bar{\beta}$ in cases where spherical rollers are sliding and these are rolling

Fig. 7 Forces acting on the rolling spherical roller in the direction of the housing axis (the groove thrust force)

Fig. 10 Housing for measuring the normal force of the spherical roller

Fig. 8 Housing thrust forces (the summation of three groove thrust force) in the case where spherical rollers are sliding

Fig. 11 Housing for measuring the groove thrust force

5. シミュレーションおよび実験解析

5.1 シミュレーション トリポード形等速継手の機構定数および軸交差角を、

$$r_1 = r_2 = r_3 = 18.5 \text{ mm},$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = 14 \text{ mm}$$

$$d_1 = d_2 = d_3 = 28 \text{ mm}$$

$$a = 500 \text{ mm}, \quad \bar{\beta} = 2^\circ, 4^\circ, \dots, 16^\circ$$

$$x_B = 0 \text{ mm}, \quad y_B = 490.5 \text{ mm}, \quad z_B = 138 \text{ mm}$$

とする。

5.1.1 球面ローラが滑る場合 球面ローラとローラ溝およびローラ軸の間の摩擦係数、摩擦係数×垂直距離を

$$\mu_y = 0.08, \quad \mu_t = 0.09, \quad \mu_s = 0.09$$

$$\nu_n = 0.08 \times 4.8, \quad \nu_s = 0.16 \times 7.5$$

と設定し、出力トルクを $M_B = 1 \text{ Nm}$ に与えるときの第1番めの球面ローラの法線力 F_{c1} 、第1番めのロー

Fig. 12 Measured values of the normal force acting on the spherical roller

ラ溝の反力 F_{y1} または摩擦力 $-\mu_{ym}F_{c1}$ (以下、この力をローラ溝スラスト力と呼ぶ) およびハウジングのスラスト力 F_{oy} をそれぞれ図6~8に示す。また、ハウジングスラスト力の最大値は、図9の実線で示すように、軸交差角に対してほぼ一定値であった。

5・1・2 球面ローラが転がる場合 球面ローラとローラ軸が針状ころを介して円筒対偶されているものとし、5・1・1項の摩擦係数、摩擦係数×垂直距離のうちの ν_s の値を 0.16×7.5 から 0.02×7.5 に変更して、第1番めの球面ローラの法線力 F_{c1} 、第1番めのローラ溝スラスト力 F_{y1} または $-\mu_{ym}F_{c1}$ およびハウジングスラスト力 F_{oy} をシミュレートした。それらの変化特性は球面ローラが滑る場合とほぼ同じであった。ハウジングスラスト力の最大値は軸交差角に対して、図9に破線で示すように、軸交差角に対してほぼ直線的に増加した。

5・2 実験解析 一つのローラ溝の片面を、図10に示すように、ハウジングのピッチ円の接線方向に運動可能な長方形ブロックの端面に形成し、この長方形ブロックの反対側の端面に圧縮用力センサを挿入して球面ローラの法線力を測定した。また、一つのローラ溝を、図11に示すように、ハウジングの中心線方向(紙面に垂直な方向)に運動可能な長方形ブロックの内部に形成し、この長方形ブロックの運動方向の片端面に圧縮・引張用力センサを挿入してローラ溝のスラスト力を測定した。

球面ローラの法線力およびローラ溝スラスト力測定用の長方形ブロックの案内面は針状ころを介してハウジングに直進対偶されており、運動方向の摩擦力が十分に小さいことを確かめている。

測定された球面ローラの法線力を図12に、第1番めのローラ溝スラスト力とその位相をずらした二つの

Fig. 13 Measured values of the groove thrust force

力から合成されたハウジングスラスト力を図13に示す。

6. 結 言

(1) トリポード形等速継手の三つの球面ローラ、ハウジングおよびトリポードに作用する力とモーメントの釣合い条件式を、球面ローラがローラ溝上を転がる場合および滑る場合について導出した。そして、これらの条件式を三つの球面ローラの各々に関する六元非線形連立方程式とハウジングとトリポードに関する十二元線形連立方程式に分けて解く解法を確立した。

(2) 球面ローラのローラ軸に対する相対回転速度の算出式を与えると同時に、球面ローラとローラ溝およびローラ軸間の相対運動の摩擦係数をパラメータとして、球面ローラがローラ溝上を転がり運動から滑り運動に、およびその逆に切り替わる条件を導出した。

(3) 球面ローラがローラ溝上を転がる場合および滑る場合の球面ローラの法線力およびハウジングスラスト力のシミュレーション結果と実験結果を比較検討することにより本論文の手法の有効性を確認した。

卒業研究として力学シミュレーションに協力された1998年度卒業生大野利晴君に感謝の意を表します。

文 献

- (1) Dodge, J. H. and Wagner, E. R., Tripot Universal Joint (End Motion Type), SEA, (1979), 131-140.
- (2) 木全 圭, 等速ジョイントにおける摩擦と潤滑, 潤滑, 31-10 (1986), 13-18.
- (3) 清水 勝・小林正治・岡村正則, CVJの起振力低減による振動騒音の改善, 三菱自動車テクニカルレビュー, 3 (1990), 37-45.
- (4) 渡辺克巳・川勝 勉・中尾彰一・大野利晴, トリポード形等速継手のハウジングスラスト力解析, 機講論, No. 99-1 (1999-7), 383-384.