空気浮上式ベルトコンベヤのベルト浮上解析*

鈴木 章彦^{*1}, 馬場 秀成^{*1}
大森 直陸^{*1}, 信太 雅人^{*2}

Floating Analysis of Conveyor Belt on Air Flow

Akihiko SUZUKI^{*3}, Hidenari BABA,
Naomichi OHMORI and Masahito SHIDA^{*3} Ishikawajima-Harima Heavy Industries Co., Ltd., Structure & Strength Department,
Technical Research Laboratory, Toyosu 3-1-15, Koto-ku, Tokyo, 135-8732 Japan

The floating behavior of a flexible belt on a steel trough by an air flow is analyzed to investigate the stable operation for a belt conveyor of air suspended type. The deformation behavior of a belt element is described by the curved beam theory and air flow is described by the Bernoulli equation including flow loss effect. These equations form a coupled system of equations of the structure (flexible belt) and the fluid (air flow). These equations are numerically solved by an iteration method based on the Newton-Raphson method. Experimental investigations are simultaneously conducted using the test equipment specially prepared. A good agreement between analytical and experimental results is obtained.

Key Words: Nonlinear Problem, Flexible Structure, Material Handling Equipment, Belt Conveyor, Floating Belt on Air Flow, Structure and Fluid Interaction, Measurement of Gap Distribution

1. 緒 言

石炭など粒状体をベルトに乗せて搬送するベルトコンベヤは、これまで、回転するローラの上をベルトが動く形式が多かった。一方、最近では、トラフと称する金属性の円弧状溝の上にベルトを載せ、トラフとベルトの間に少量の空気を吹き込み、ベルトを浮かせて低摩擦で搬送する空気浮上式のベルトコンベヤが用いられるようになってきた。空気浮上式のベルトコンベヤは、低騒音、低衝撃、無粉塵(密閉が容易)、メンテナンスフリーなどの優れた特性のため、今後ますます広く用いられる傾向にある。しかし、ベルトの空気による安定浮上メカニズムに関しては、実験的な検討はなされているが、理論的・解析的検討はこれまでほとんどなされていない。ここでは、ベルトの空気浮上のメカニズムを、ベルトの弾性変形と、ベルトとトラフ間のすき間流れの連成によって生ずる現象としてとらえ、ベルトの浮上量と空気流量との関係を数値的に検討した結果について述べる。

2. 解析モデル

図1に空気浮上式ベルトコンベヤの概念図を示す。ベルト浮上のための空気はトラフ中央に空けられた小孔列より供給され、ベルトの幅方向に流れ、端部より大気中に放出される。ベルト長手方向への空気の流れは近似的に零と見なす。したがって、運搬する荷が長手方向に一樣であれば、長手方向の単位長さあたりの

Fig. 1 Illustration of belt conveyor of air suspended type

* 原稿受付 2000年3月14日.

^{*1} 正員, 石川島播磨重工業(株) (〒135-8732 東京都江東区豊洲 3-1-15).

^{*2} 石川島播磨重工業(株).

E-mail: akihiko_suzuki@ihi.co.jp

要素を切り出して、そこでの力の釣合いを考えれば十分である。

図2にベルト要素に加わる力を模式的に示す。荷重の対称性より、その半分のベルト要素について考えればよい。また、ベルト要素についての記述にあたっては、コンベヤベルトの長手方向の寸法をベルト要素の幅、コンベヤベルトの幅方向の寸法をベルト要素の長さと呼ぶことにする。したがって、コンベヤベルトの幅を B 、ベルト要素の半分の長さを l とすれば

$$l = B/2$$

の関係がある。

ベルト要素とトラフの間を流れる単位時間当たりの空気流量をその片側あたり Q とする。空気流量 Q が与えられたとき、ベルトの安定浮上時の浮上量 h を求める。

空気供給圧は数 100 mmAq であり、流速もそれほど大きくないので、空気は非圧縮性流体として扱う。また、ベルト浮上量は 1 mm 程度であり、ベルト要素とトラフの間に形成される空気の流路の高さは他の寸法に比べて十分小さいので、流れに対する流路の曲率の影響は無視し、流路の高さ方向の流れを無視する。

ベルトの厚さは一様であり、曲げ剛性も一様であるとする。また、ベルトの厚さは小さく、ベルト要素のたわみを考えるときは、一様断面の細いはりの曲げ公式を用いる。

ベルト要素に掛かる力は、ベルト自身の重量と荷(石炭)の重量、および、空気が平行壁の間の狭い流路を流れることにより発生する圧力である。流体中の圧力の計算は粘性による損失を考慮したベルヌーイ式を

用いることとする。

2.1 基礎方程式の導出

実際の空気浮上式ベルトコンベヤに典型的な円弧状のトラフについて考える。作用荷重と空気流れの模式図を図2に示す。ベルト要素に沿った距離として定義される座標 s およびトラフ曲率中心を中心とする角度座標を導入し図2の上部に示す。角度 φ の位置のベルト要素単位面積に働く力は下向きにベルト自重(単位面積あたりのベルト重量) w_b 、ベルト面に垂直で曲率中心方向に働く空気圧力 p および荷の重量 w_c の作用による力である。荷の作用による力は後の考察(3.3節)により、荷が流体であると考えたときの静水圧で近似できる。したがって、ベルト面垂直方向の成分 f_r と接線方向の成分 f_s は

$$f_r = w_b \cos \varphi + \rho_c g h_c - p \quad \cdots \cdots (1)$$

$$f_s = w_b \sin \varphi \quad \cdots \cdots (2)$$

となる。ここで、 ρ_c 、 g および h_c は、それぞれ、荷のかさ密度、重力加速度および荷の深さである。なお、ベルトの単位面積上の荷の重量 w_c は

$$w_c = \rho_c g h_c \cos \varphi \quad \cdots \cdots (3)$$

と表される。また、以下の定式化においては、混乱の恐れなしに、 x を座標 s の値として用いる。

(1) ベルトのたわみ トラフに沿ったベルト要素の、角度 α の位置におけるたわみの半径方向成分 δ (外向きを正)は、曲がりはりの公式⁽²⁾を用いて

$$\delta = \frac{R^4}{EI} \int_0^\alpha \left\{ \int_0^{\varphi_0} [f_r \sin(\varphi - \theta) + f_s [1 - \cos(\varphi - \theta)]] d\varphi \right\} \sin(\alpha - \theta) d\theta \quad \cdots \cdots (4)$$

となる。ここで、 R はトラフ半径、 E および I は、それぞれ、ベルト要素のヤング率および断面二次モーメントである。また、 α 、 φ 、 θ は図2に示す角度座標である。ただし、ベルトの厚さは曲率半径に比べて小さく、曲げによる中立軸の移動は無視できるとし、さらに、簡単のため、トラフに沿って曲げられたベルト要素の初期応力を無視した。ベルト要素は実際には板としての変形をすると考えられるが、この効果は後述のように EI の値を求める際に考慮した。

(2) すき間とたわみの関係 中心でのすき間を h_0 とするとすき間 h とたわみ δ の関係は

$$h = h_0 - \delta \quad \cdots \cdots (5)$$

となる。

(3) すき間と圧力の関係 空気流れにおける圧力 p の計算には、流路壁における圧損を考慮したベルヌーイの式を用いる。 ρ を空気密度、 u を流速、 Δp を

Fig. 2 Force and coordinate system of belt element

流路単位長さあたりの圧損として,

$$p + \frac{1}{2} \rho u^2 + \int \Delta p dx = \text{const} \dots (6)$$

が成り立つ。すき間流れの圧損に関しては、流路の幅 b , すき間 h , 仕事長さ L に対して, Q を単位時間当たりの流量として

$$\Delta P = \frac{12\mu L}{bh^3} Q \dots (7)$$

が与えられている⁽¹⁾。ここで, μ は流体の粘性係数である。この式から流路単位長さあたりの圧損が

$$\Delta p = \frac{12\mu}{bh^3} Q \dots (8)$$

と与えられる。これを式(6)に代入し, x で微分して,

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{1}{h^3} \left\{ 12\mu \frac{Q}{b} - \rho \left(\frac{Q}{b} \right)^2 \frac{dh}{dx} \right\} \dots (9)$$

を得る。ただし,

$$u = \frac{Q}{bh} \dots (10)$$

を用いた。 $x=l$ で $p=0$ (大気圧を 0 とする) の条件で式(9)を積分して

$$p = 12\mu \frac{Q}{b} \int_x^l \frac{1}{h^3} dx + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{Q}{b} \right)^2 \left\{ \frac{1}{h^2(l)} - \frac{1}{h^2(x)} \right\} \dots (11)$$

を得る。流路の幅 b は図 2 において紙面に垂直方向の寸法, すなわちベルト要素の幅を表す。

(4) 力の釣合い 荷の重量とベルト要素の自重の合力は圧力の合計と等しくならなければならないから, 次の式が成り立つ。

$$\int_0^l w dx = \int_0^l p \cos \varphi dx \dots (12)$$

ここで, $w = w_c + w_b$ である。

2.2 数値解析手法 式(4), (5), (11)および(12)を連立させて解くことによって解を得ることができるが, 非線形性の強い方程式系となる。ここでは,

ニュートンラフソン法を用いた漸近解法により解を得ることにする。

長さ l の区間を N 等分し, 節点 i での圧力を p_i^k とすると, 任意の位置での圧力 p^k は, 境界条件 $p_{N+1}=0$ を考慮して,

$$p^k = p^k(p_1^k, p_2^k, \dots, p_N^k) \dots (13)$$

と表せる。ここで, 上付き添字 k は漸近ステップ k での量を示す。式(13)を式(4)に代入し, 台形公式を用いて数値積分をすることによりたわみ δ が求められる。これを式(5)に代入することによりすき間 h が求められ, 式(11)より圧力 p が求められる。これを p^k と書くことにすれば, 各節点で定義される次式の量

$$F_i = p_i^k - p_i^*, \quad i=1, 2, \dots, N \dots (14)$$

は収束解が得られるときは零となる。収束に至らない場合は, 次ステップでの近似値 p_i^{k+1} を, ニュートンラフソン法を適用して

$$F_i + \frac{\partial F_i}{\partial p_j} (p_j^{k+1} - p_j^k) + \frac{\partial F_i}{\partial h_0} (h_0^{k+1} - h_0^k) = 0 \dots (15)$$

から求めることができる。ただし, 上式においては, ダミーインデックス $j(j=1, 2, \dots, N)$ に関し総和規約を用いている。また, 式(15)の右辺第 3 項は h_0 も未知量であることを考慮している。式(15)は方程式の数が未知数の数より一つ少ないが, 最後の式は式(12)を考慮して得られる。すなわち,

$$G = \int_0^l w dx - \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^* \cos \varphi_i + p_{i+1}^* \cos \varphi_{i+1}}{2} \right) \Delta l \dots (16)$$

が収束解で零になる条件より

$$G + \frac{\partial G}{\partial p_j} (p_j^{k+1} - p_j^k) + \frac{\partial G}{\partial h_0} (h_0^{k+1} - h_0^k) = 0 \dots (17)$$

が得られる。式(15)と(17)をまとめてマトリックス表示すれば

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \\ G \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial p_1} & \frac{\partial F_1}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial p_N} & \frac{\partial F_1}{\partial h_0} \\ \frac{\partial F_2}{\partial p_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial F_N}{\partial p_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial F_N}{\partial p_N} & \frac{\partial F_N}{\partial h_0} \\ \frac{\partial G}{\partial p_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial G}{\partial p_N} & \frac{\partial G}{\partial h_0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1^{k+1} - p_1^k \\ p_2^{k+1} - p_2^k \\ \vdots \\ p_N^{k+1} - p_N^k \\ h_0^{k+1} - h_0^k \end{Bmatrix} = 0 \dots (18)$$

となる。式(18)中の係数マトリックスを $[A]$ と書くことにして式(18)を書き直すと

$$[A] \begin{Bmatrix} \cdot \\ p_j^{k+1} \\ \cdot \\ h_0^{k+1} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \cdot \\ p_j^k \\ \cdot \\ h_0^k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \cdot \\ F_i \\ \cdot \\ G \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

となる。マトリックス $[A]$ 中の $\partial F_i / \partial p_j$ などの量は、適当な小さな量 Δp_j を与え

$$\frac{\partial F_i}{\partial p_j} \approx \frac{1}{\Delta p_j} \{ F_i(p_1, p_2, \dots, p_j + \Delta p_j, \dots, p_N, h_0) - F_i(p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_N, h_0) \} \dots\dots\dots (20)$$

から計算することができる。

実際の計算においては、系の非線形性のため、式(19)を用いての繰返し計算によって収束解を得ることが困難であったので、各ステップでの解の変動を小さくする目的で定数 $\beta (0 \leq \beta \leq 1)$ を導入して、式(19)の代わりに

$$[A] \begin{Bmatrix} \cdot \\ p_j^{k+1} \\ \cdot \\ h_0^{k+1} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \cdot \\ p_j^k \\ \cdot \\ h_0^k \end{Bmatrix} - \beta \begin{Bmatrix} \cdot \\ F_i \\ \cdot \\ G \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

を用いた。実際の数値計算においては

$$\beta = 0.001 \sim 0.005$$

$$\Delta p_j^k = p_j^k / 10^8 \sim p_j^k / 10^6$$

を用いた。収束に要した繰返し数は 3 000～5 000 であった。

3. ベルト浮上要素実験

3・1 浮上実験 図3に試験装置の全景を示す。

ベルト要素としては幅 1 200 mm、長さ 5 500 mm のベルト要素を用い、これを曲率半径 573 mm、長さ 6 000 mm の半円筒トラフに乗せ、トラフ下部の複数小孔より空気を導入した。ベルトの種類としては、UN 500(2 プライ)、NN 800(5 プライ)およびゴムシートを用いた。これらはすべて横浜ゴム(株)製であり、それぞれ曲げ剛性が異なる。曲げ剛性の順に並べると、ゴムシート、UN 500、NN 800 の順になり、

Fig. 3 Test equipment

NN 800 が最も曲げ剛性が大きい。空気孔は $\phi 5.5$ mm、ピッチ 100 mm の系列を中心に、孔直径およびピッチを変化させた系列についても実験を行った。空気源としてインバータ付きブロアーを用いた。ブロアーよりマニホールドに空気を導き、マニホールドから各空気孔にビニールパイプを用いて空気を配した。マニホールド入り口配管中心に設けた熱線風速計を用いて空気流速を測定し、配管内面積を掛けて全空気流量とし、その値からベルト長手方向の単位長さあたりの平均空気流量を計算した。浮上量測定は、ベルト下面にアルミ箔を貼り、トラフ側対面に設けた渦電流センサにより測定した。測定位置は、長手方向中央断面の片側数点である。渦電流センサの測定範囲は 0～5 mm で、分解能は 1.5 μ m である。測定された浮上量の精度は、浮上前後にベルトの測定位置が接線方向にずれることなどを考えると、計器の分解能ほどは良くないものと考えられる。また実験で用いた上載物は、平均直径約 5 mm の人工軽石の粒状体であり、かさ密度 1.0×10^3 kg/m³ である。

3・2 ベルト曲げ剛性実験 2章で述べた浮上解析を行うためには、ベルトの曲げ剛性を求める必要がある。

ベルトはゴムと芯体よりなる複合材料であるため、ヤング率と断面形状から曲げ剛性を簡単に計算することはできない。ここでは短冊形のベルト試験片を用意し、その自重による曲げ試験結果から、はりの微小変形曲げ理論の公式を適用して、直接的に曲げ剛性を求めた。図4に曲げ試験の概略を示す。図4に示すように、試験片を片持ばり状に支持して、先端のたわみを測定した。たわみの計測は幅方向に4分割した5点にて行い、その平均値をたわみ δ とし、式(22)に代入して曲げ剛性 EI を求めた。

Fig. 4 Measurement of bending rigidity

$$EI = \frac{wl^4}{8\delta} \quad \dots\dots\dots (22)$$

実験においては、たわみ δ は時間とともに増大する。ここでは、ベルトのトラフ指数計測において採用されている測定時間(JIS K 6322 トラフ性能試験)に準拠して、試験片をセットしてから 300 秒後のたわみの計測値を用いて、曲げ剛性 EI を求めた。なお、ベルトには通常初期変形が存在するが、この値は測定結果から差し引いておかなければならない。この初期変形量の計測は、ここでは、コピー機にて計測した試験片の端面形状を利用して求めた。

試験片の大きさはつかみ部を除いて 200×200 mm である。幅広の試験片を用いたのは、解析に用いる EI の値に、ベルトの板としての曲げ剛性を反映させるためである。ただし、試験片の幅を変えた実験を行っていないので、得られた値が、板としての曲げ剛性を正しく表しているかどうかに関しては検討の余地がある。

このようにして求めた EI の値を用いて、片持ばりのたわみの大変形解析を試みた。解析プログラムは MARC を用いた。得られた結果は実験結果とよく一致した。これは、この実験においては大変形の影響は少ないことを示しており、したがって、 EI の計算に式(22)を用いることの妥当性が示された。

3.3 粒状体圧力実験 図2に示したベルトに掛かる力 f_r および f_s の算出はベルト自重に関しては単位面積あたりの重さに角度の成分を考慮するだけでよいと考えられるが、粒状体に関しては明らかでない。注目する座標点の上部にある粒状体の重量が、そのまま垂直下方にベルトに作用するか、静水圧に近い状態で作用するか明らかでない。そこで、図5に示すように多点圧力センサ〔ニッタ(株)製〕を用いた実験を行い、粒状体の圧力分布を測定した。ただし、この測定に用いた試験装置は前述のものより小形のものであり、ベルト幅 800 mm、トラフ曲率半径 320 mm の装置である。その結果、図6に示すように、圧力分布は静水圧力分布に非常に近いことがわかった。したがって、以下の解析では、粒状体による力の成分は、

$$f_r = \rho_c g h_c \quad f_s = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

で近似した。ここで、 ρ_c 、 g 、 h_c は、それぞれ、粒状体のかさ密度、重力加速度、粒状体の積層深さである。

4. 解析結果と実験値の比較

図7にベルト浮上量の解析結果と実験結果の比較の一例を示す。浮上量は 1 mm 程度、またはそれ以下であり、解析結果と実験結果がほぼ一致していることが

(a) Installation of multi-point pressure gauge

(b) Loading state

Fig. 5 Measurement of pressure distribution for pile of granular material

Fig. 6 Pressure distribution of pile of granular material

わかる。またこのときの実験条件、および、解析条件は次のとおりである。

空気密度： $\rho = 1.22 \text{ kg/m}^3$

空気粘性係数： $\mu = 18.2 \times 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Fig. 7 Gap distribution between belt and trough
($B=1.2$ m, First example)

ベルト要素半長: $l=600$ mm

トラフ半径: $R=573$ mm

空気孔直径, ピッチ: $\phi=5.5$ mm, $p=100$ mm

空気流量(ベルト要素幅 1 mm あたり, 片側):

$$Q=5.2 \times 10^3 \text{ mm}^2/\text{s}$$

ベルト曲げ剛性(ベルト要素幅 1 mm あたり):

$$EI=1.24 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm} (\text{UN 500: 2 ply})$$

ベルト重量(ベルト要素幅 1 mm あたり, 片側):

$$W_b = \int_0^l w_b dx = 8.0 \times 10^{-2} \text{ N/mm}$$

荷の重量(ベルト要素幅 1 mm あたり, 片側):

$$W_c = \int_0^l w_c dx = 0.735 \text{ N/mm}$$

また, 荷(上載物)として直径約 10~15 mm の砕石を用い, ベルトの種類, ベルト幅, 空気流量などの試験パラメータを変えて, 別な時期に行った実験結果と解析結果の比較を図 8 および 9 に示す. 図 7 の結果と同様, 実験結果と解析結果の一致は比較的よい. ただし, ベルト幅 2 000 mm の幅広ベルトに対する結果はベルト幅 1 200 mm に対するものより幾分一致性が悪い. 特に, 空荷の場合に著しい.

空荷の場合に浮上量の測定値と計算値が一致しない原因の一つには, 浮上量が大きくなるとトラフに設けた渦電流センサとベルト裏面に貼ったアルミ箔の接線方向相対位置のずれが生じやすく, これにより測定誤差が生じることが挙げられる. この相対位置のずれは実験を行う度に異なり, これが実験精度に影響を与える.

また, 幅 2 000 mm ベルトの空気浮上特性は幅 1 200 mm ベルトの空気浮上より安定性が低いことが実験より確かめられており, これも測定値と計算値の不一致の原因の一つと考えられる.

荷のある場合には浮上量をベルトの裏側から計測し

Fig. 8 Gap distribution between belt and trough
($B=1.2$ m, Second example)

Fig. 9 Gap distribution between belt and trough
($B=2.0$ m)

Fig. 10 Measurement of gap distribution by laser displacement meter and calculated results
($B=2.0$ m)

なくてはならないが, 空荷の場合には, 浮上量をベルト表側からレーザ変位計を用いて測定可能である. レーザ変位計は, 渦電流センサより計測領域を絞ることができるため, より高精度で, かつ, 多点の測定が可能である. 幅 2 000 mm のベルトに対して, レーザ変位計で浮上量を測定した例を図 10 に示す. 測定結果と計算結果(太線)は, 浮上量のみならず, 浮上パターンも大変良く合っている. (図 9 および 10 で計算結果が若干異なるのは, それぞれの実験において空気流量が異なるためである.)

図 10 中に細線で示した曲線は, 実験における空気

流量やベルト剛性の測定値に誤差が含まれていることが大いに考えられるので、浮上解析結果が実験値に最もよく合うように、空気流量を1.3倍に、曲げ剛性の値を1/2に修正して計算した結果を、参考のために示したものである。このような計算パラメータ値の修正が正当化される根拠はないが、こうすることにより、実験値と計算値を非常によく一致させることができる。この事実は、実験値と計算結果の比較をより厳密に行うためには、空気流量とベルト曲げ剛性の測定をより厳密に行う必要があることを示している。

5. 結 論

ローラを用いないで、トラフ上にベルトを空気浮上させ、低摩擦で石炭等を搬送するベルトコンベヤの開発には、柔軟ベルトを安定的に空気浮上させる技術の開発が不可欠である。そのためには、ベルトがどのようにしてトラフ上の空気流れにより安定的に浮上する

かというメカニズムの解明が必要である。ここでは、ベルトとトラフの間のすき間の形状により、そこを流れる空気の圧力が定まり、一方、空気圧力と荷の重量によりベルトが変形し、すき間形状が変化するという、流体と構造の連成によって、ベルトの浮上形態が決まると考えた。得られた方程式系は、高度の非線形性を示すが、ニュートン・ラフソン法を基にした繰返し漸近解法を工夫することによって、数值的に解を得ることができた。数値解析結果は要素試験における実験結果とよく一致した。これにより、ベルトの空気浮上特性を解析によって求めることができることが明らかとなり、空気浮上のメカニズムが明らかとなった。

文 献

- (1) 機械工学便覧新版, 日本機械学会編 (1987), A 5-40, 日本機械学会.
- (2) 鶴戸口英善・ほか2名, 材料力学, 上巻, 第9版(1964), 313-315, 日本機械学会.