非線形四輪車両モデルの Receding-Horizon 微分ゲーム*

大塚 敏之^{*1}, 石谷 雅宏^{*2}Receding-Horizon Differential Game
of Nonlinear Four-Wheeled Vehicle ModelsToshiyuki OHTSUKA^{*3} and Masahiro ISHITANI^{*3} Osaka University, Dept. of Computer-Controlled Mechanical Systems,
Yamadaoka 2-1, Suita-shi, Osaka, 565-0871 Japan

This study applies differential game theory to simplified four-wheeled vehicle models. We describe the motions of two four-wheeled vehicles on plane as nonlinear systems and formulate receding-horizon differential game problems. Performance indexes of the differential games have a moving performance interval. The game optimal solution (minimax solution) is calculated by applying a real-time algorithm without successive approximation. Numerical results of pursuit-evasion and overtaking are reported and discussed.

Key Words: Automobile, Nonlinear Control, Optimal Control, Nonlinear Vehicle Model, Receding-Horizon Control, Differential Games, Real-Time Optimization

1. 緒 言

現在, 自動車の分野において電子制御技術の発展にともない, 次々と新技術が開発, 導入されている。だが, 実用化に至っていないものもあり, その一つに自動運転技術がある。これは高度なセンシング性能等を駆使しての魅力的な技術であるため, 社会的関心も非常に高く, 実現を目指した研究が盛んに行われている。しかし, 現在行われている研究は, 他の自動車との相互性を考慮していないものがほとんどである。そこで, 本研究では, 相互性を考慮した自動運転技術の基礎として, 四輪車両の微分ゲーム問題を検討する。

微分ゲームとは, 相対する者同士が己の利益の最大化という思惑を抱きながら練る戦略の中で, 互いの妥協点を見出すものであり, それを幾何学的に述べるならば, ある最適制御問題において評価関数を一方に対しては極大になるように, また他方に対しては極小になるようにといった, いわゆる鞍点を見出すということである。微分ゲーム理論⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾は, 今やほぼ確立された理論であって, 航空宇宙工学でしばしば応用されている。たとえば, 望月と加藤⁽²⁾

による3次元における航空機の追跡回避問題などがある。本研究において着目する点は, 非線形な微分ゲーム問題の数値解を得るために用いるアルゴリズムである。従来のアルゴリズム, すなわち SCGRA⁽⁵⁾や MQA⁽⁶⁾は, その二つの改良と組み合わせによって微分ゲームに適用され⁽²⁾, 解の精度も高められたものであったが, 評価区間を固定した評価関数を用い, 停留解(ミニマックス解)を逐次近似して計算するものであった。それに対し, 本研究で用いるアルゴリズムは, 有限な評価区間が時間とともに移動する評価関数を用い, 停留解を逐次近似なしに計算するというものである。

本研究で扱う微分ゲーム問題は, 追跡回避および追い抜き走行である。本研究の目的は, 適当な評価関数を用いることで, 追跡回避や追い抜き走行が微分ゲームとして定式化できることを示すことである。用いた評価関数に関しては, さまざまな形を検討した。その決定に至るまでの過程と使用したモデルについては後述することにする。評価関数や重みその他の設定は数学的に演繹されるわけではなく人間が選ぶほかないため, 今回示す微分ゲーム問題の数値シミュレーション結果については, 初期条件や重みを試行錯誤で選ぶことによって, 設定した微分ゲーム問題らしい解が得られたものとして受けとめるべきものである。以上のことを考慮して, ゲームとしての追跡回避, 追い抜き走行の特性を説明と思われる計算例を報告する。

* 原稿受付 1999年6月18日。

^{*1} 正員, 大阪大学大学院工学研究科 (☎ 565-0871 吹田市山田丘2-1)。^{*2} 筑波大学大学院 (☎ 305-8573 つくば市天王台1-1-1)。
E-mail: ohtsuka@mech.eng.osaka-u.ac.jp

2. 微分ゲームの定式化

2.1 微分ゲーム理論 一般的に知られているゲーム理論とは、離散的で不連続な各段階からなる集合体の逐次ゲームである。一方、その各段階の間の時間間隔を除々に減少させていった場合、極限においては、各ゲームプレイヤーは各瞬間毎に連続的に判断かつ行動せねばならないゲームに到達する。すなわち、これが微分ゲーム理論に他ならない。各瞬間におけるゲーム要素は、いくつかの状態変数（時間に依存）によって完全に表現され、その値が全て決まることによりゲーム結果も得られる。また、ゲームを行うにあたって最も重要な各ゲームプレイヤーの意思決定は、いくつかの制御変数によってゲームの中に忠実に反映される。現在、微分ゲームでよく取り扱われる問題として、戦争における最適戦略、航空機の飛行制御、航空機とミサイル等による追跡回避などがある。以下では、微分ゲーム最適解の必要条件を示す。

2.2 必要条件 二人のプレイヤー U (minimizer), V (maximizer) が存在し、互いに $u(t)$ (m 次元ベクトル), $v(t)$ (m' 次元ベクトル) なる戦略手段を持っているとする。

いま、状態方程式と初期条件が

$$\dot{x} = f[x(t), u(t), v(t), t] \quad (1)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

で与えられているとする。ただし、 $x(t)$ は n 次元ベクトルの状態変数、 $u(t)$, $v(t)$ はそれぞれ m , m' 次元ベクトルの制御入力である。上式で表される系で二人が争うときの評価関数は、

$$J(u, v) = \varphi[x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, v, t) dt \quad (3)$$

である。ここで、 φ と L は問題に応じて設定される関数であり、 t_f は終端時刻である。 U は評価関数値 $J(u, v)$ をなるべく小さく、 V はそれをなるべく大きくしたい。

そこで、以下に示す条件

$$J(u^0, v) \leq J(u^0, v^0) \leq J(u, v^0) \quad (4)$$

を満たす u^0 と v^0 , つまりゲーム最適解 (ミニマックス解) を求める。これは、幾何学的に言えば、(3) 式の停留値を求めることに他ならない。停留値を求めるに際して、簡単のため、次式で定義されるスカラー関数 H (ハミルトニアン)

$$H(x, u, v, \lambda, t) = L(x, u, v, t) + \lambda^T f(x, u, v, t) \quad (5)$$

を導入すると、(3) 式に変分法^{(1),(7)}を適用することによって、以下の必要条件を得る。

・ 共状態量の微分方程式 $\dot{\lambda} = -H_x^T$

・ 制御入力の最適性の条件 $H_u = 0, H_v = 0$

または $H^0 = \max_v \min_u H$

・ 状態方程式 $\dot{x} = H_\lambda^T = f$

・ 境界条件 $x(t_0) = x_0, \lambda(t_f) = [\varphi_x^T]_{t=t_f}$

これらは、オイラー・ラグランジュ方程式と呼ばれる。添え字は偏微分を表す。初期状態量が与えられているのに対して、共状態量は終端時刻で指定されているので、結果として微分ゲームは、2 点境界値問題 (TPBVP) を解くことに帰着された。

ここで、今まで述べてきたことは評価区間固定という制限がある場合である。しかし、本研究の特徴である評価区間移動の場合にも上述した必要条件は適用できる。そこで、次章では、評価区間が移動する微分ゲーム問題 (receding-horizon 微分ゲーム問題) とその場合の TPBVP を実時間で解く方法を説明する。

3. Receding-Horizon 微分ゲームのアルゴリズム

3.1 実時間最適化について 近年、非線形系の制御問題に対し、いろいろな手法が考案、検討されている。本研究では著者ら^{(8),(9)}が提案した実時間最適化手法を用いる。これは、非線形状態方程式

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t)] \quad (6)$$

に対して、有限評価区間が移動する評価関数

$$J = \varphi[x(t+T)] + \int_t^{t+T} L[x(t'), u(t')] dt' \quad (7)$$

を定義し、これを最小化する最適制御問題 (receding-horizon 制御問題) を解く手法である。この手法の重要な特徴は、常時ある一定時間未来 (各時刻 t において T だけ未来) までを評価しながら移動する評価関数、及びその制御則のリアルタイム性にある。以下に実時間最適化手法を、receding-horizon 微分ゲームに適用する場合のアルゴリズムを示す。

3.2 アルゴリズム 上述した非線形系の一般的状態方程式(6)式に制御入力 $v(t)$ を加えたもの

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), v(t)] \quad (8)$$

に対し、常時ある一定時間未来 (各時刻 t において T だけ未来) までを評価しながら移動する評価関数

$$J = \varphi[x(t+T)] + \int_t^{t+T} L[x(t'), u(t'), v(t')] dt' \quad (9)$$

を最適化 (ここでは鞍点を見出すこと) する最適制御入力、及び最適軌道を求める。(9) 式において x は状態ベクトル、

u, v はそれぞれ評価関数を最小化, 最大化しようとする制御入力ベクトルである.

ここで, 仮想的な新しい時間変数 τ を導入し, 現在の時刻 t における状態を, 時刻 $\tau=0$ における状態, つまり仮想時間軸 τ 上の初期状態に対応するようにすると, (8), (9) 式は次に示す時刻 t でパラメトライズされた τ 軸上での評価区間固定の微分ゲーム問題の族に帰着される.

$$\begin{aligned} x^*(\tau, t) &= f[x^*(\tau, t), u^*(\tau, t), v^*(\tau, t)] \\ x^*(0, t) &= x(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$J = \varphi[x^*(T, t)] + \int_0^T L[x^*(\tau, t), u^*(\tau, t), v^*(\tau, t)] d\tau$$

つまり, (10) 式は新しい時間軸 τ に沿った微分ゲーム問題になっているが, 問題全体が実際の時刻 t に依存している.

新しい時間軸 τ に沿っては, 通常の微分ゲーム問題になるので, x^* に対応する共状態量ベクトルを λ^* としてハミルトニアンを

$$H = L + \lambda^{*T} f \quad (11)$$

と定義すれば, 変分法により評価関数を停留させる条件は

$$\begin{aligned} x^*_\tau &= H^T_\lambda = f \quad ; \quad x^*(0, t) = x(t) \\ \lambda^*_\tau &= -H^T_x \quad ; \quad \lambda^*(T, t) = \varphi^T_x[x^*(T, t)] \\ H_u &= 0 \quad ; \quad H_v = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

である. これは初期状態量が与えられているのに対して, 共状態量が終端時刻で指定されている TPBVP に他ならない. また, 評価区間 T は時間関数 $T(t)$ として定義し $T(0)=0$ から徐々に増やしていくことで, 上記の問題は自明な解から出発し, 現実の時刻 t に対する最適解の変化を追うことができる. なぜなら, 厳密には評価区間 0 では微分ゲーム問題自体は意味を持たなくなるが, TPBVP においては時刻 $t=0$ で $T=0$ ならば, 終端条件のみから定まる

$$\lambda^*(0, 0) = \varphi^T_x[x^*(0, 0)] \quad (13)$$

という自明解を持つ. ここで, この解を λ^* の初期値とし, さらに $\lambda(t) = \lambda^*(0, t)$ と表わすことにすると, 実時間で解くべき方程式は

$$F[\lambda(t), x(t), T(t)] = \lambda^*(T, t) - \varphi^T_x[x^*(T, t)] = 0 \quad (14)$$

である. さらに, (14) 式が, 時刻 t が変化しても成立するには, $\dot{F}=0$ を満足する必要がある. また, 解を追跡する過程で生じる誤差を 0 に収束させるために, 以下の条件を用いる.

$$\dot{F} = A_0 F \quad (15)$$

ここで, A_0 は任意の安定行列である. 以上これらの条件を用いて t 軸上における $\lambda(t)$ の常微分方程式を導くことができる. (12) 式より

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \begin{bmatrix} x^*_t - x^*_\tau \\ \lambda^*_t - \lambda^*_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -C & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^*_t - x^*_\tau \\ \lambda^*_t - \lambda^*_\tau \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A &= f_x - \begin{bmatrix} f_u & f_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{uu} & H_{uv} \\ H_{vu} & H_{vv} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{ux} \\ H_{vx} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} f_u & f_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{uu} & H_{uv} \\ H_{vu} & H_{vv} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_u^T \\ f_v^T \end{bmatrix} \\ C &= H_{xx} - \begin{bmatrix} H_{xu} & H_{xv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{uu} & H_{uv} \\ H_{vu} & H_{vv} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{ux} \\ H_{vx} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

また, $\tau=T$ において, F の全微分は

$$\begin{aligned} \dot{F} &= \lambda^*_t(T, t) - \varphi_{xx} x^*_t(T, t) + \dot{T} [\lambda^*_t(T, t) - \varphi_{xx} x^*_t(T, t)] \\ &= A_0 F \end{aligned} \quad (17)$$

であるから $\tau=T$ における $\lambda^*_t - \lambda^*_\tau$, $x^*_t - x^*_\tau$, $\dot{T}$ の関係は

$$\lambda^*_t - \lambda^*_\tau = \varphi_{xx} (x^*_t - x^*_\tau) + (H^T_x + \varphi_{xx} f)(1 + \dot{T}) + A_0 F \quad (18)$$

となり,

$$\lambda^*_t - \lambda^*_\tau = S(\tau, t)(x^*_t - x^*_\tau) + c(\tau, t) \quad (19)$$

と仮定すると, $\tau=T$ での境界条件

$$\begin{aligned} S(T, t) &= \varphi_{xx}|_{\tau=T} \\ c(T, t) &= (H^T_x + \varphi_{xx} f)_{\tau=T} (1 + \dot{T}) + A_0 F \end{aligned} \quad (20)$$

が得られる. また(16)式により, τ 軸上で満たすべき微分方程式

$$\begin{aligned} S_\tau &= -A^T S - SA + SBS - C \\ c_\tau &= -(A^T - SB)c \end{aligned} \quad (21)$$

を得る. したがって, (19) 式において $\tau=0$ とすれば

$$\dot{\lambda}(t) = -H^T_x[x(t), \lambda(t), u(t), v(t)] + c(0, t) \quad (22)$$

なる最適解 (τ 軸上の初期共状態) $\lambda(t)$ の t 軸における常微分方程式を得る. さらに, 上式を実時間で積分すれば各時刻での $\lambda(t)$ が求められ, 結局, 最適制御入力(12)式より

$$\begin{aligned} u(t) &= \arg\{H_u[x(t), \lambda(t), u(t), v(t)] = 0\} \\ v(t) &= \arg\{H_v[x(t), \lambda(t), u(t), v(t)] = 0\} \end{aligned} \quad (23)$$

で与えられる.

(14) 式からわかるように, $\lambda(t)$ は $x(t)$ に依存して決まるので, (23) 式で与えられる $u(t)$ と $v(t)$ は状態フィードバックになっている. したがって, 一方のプレーヤーがゲーム最適解とは異なる戦略をとった場合, それに応じて状態の軌道が変わり, 他方の戦略も変わることになる. これは, 双方の戦略を時間関数として計算する通常の微分ゲーム問題との大きな違いであり, 実用上, 重要な特徴である.

4. 問題設定

4.1 四輪車両モデル 本研究で用いたモデルは2台とも図1に示したもので、速度や道路環境によって実際の車両に発生し得るすべりを無視し、車両の位置、姿勢、速度や操舵角の幾何学的関係により決定されたモデルである。ただし、前後左右四つの車輪は同様な特性をもっているとすると、問題によって両車両の最高速度、ハンドル操作技術や初期条件は異なる。ここで、モデルの座標を後輪車軸の中心にとると、幾何学的関係は以下のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \cos \theta \\ V \sin \theta \\ V \tan \psi / L \end{pmatrix} \quad (24)$$

ここで、状態変数は図1にも示している後輪間の中心位置を表す x [m], y [m] 及び姿勢角を表す θ [rad], 制御変数は速度 V [m/s] 及び操舵角 ψ [rad] である。車両が2台あるため、状態変数は計6次元、制御変数は計4次元である。また、上述した状態変数の添え字を *minimizer* は1, *maximizer* は2とすると、状態方程式は以下のように記述できる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \cos \theta_1 \\ u_1 \sin \theta_1 \\ u_1 \tan \psi_1 / L \end{bmatrix}, \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \cos \theta_2 \\ v_1 \sin \theta_2 \\ v_1 \tan \psi_2 / L \end{bmatrix}$$

$$u = [u_1 \quad u_2]^T = [V_1 \quad \psi_1]^T, \quad v = [v_1 \quad v_2]^T = [V_2 \quad \psi_2]^T \quad (25)$$

これら2台の状態方程式をまとめて一つと見なしたものがシステム全体の状態方程式であり、(1)式の状態方程式に相当する。

4.2 評価関数設定 以下に追跡回避問題に用いた評価関数を示す。

Fig.1 Four-wheeled vehicle model.

$$J = \frac{1}{2} \{ a_1 [x_1(t+T) - x_2(t+T)]^2 + a_2 [y_1(t+T) - y_2(t+T)]^2 + a_3 [\theta_1(t+T) - \theta_2(t+T)]^2 \} + \frac{1}{2} \int_t^{t+T} (u^T R_1 u - v^T R_2 v) dt' \quad (26)$$

ここで、 a_1 , a_2 , a_3 , R_1 や R_2 は重みである。この問題では、追跡車両が *minimizer*, 回避車両が *maximizer* である。

まず、この問題の目的は、追跡車両が回避車両を後方から捕捉することにある。ただし、車両の大きさに対する拘束条件は考慮しない。追跡回避問題シミュレーションにおいて、追跡車両にとって最小化を、回避車両にとって最大化を目指す対象として距離と姿勢角を選択したのは、経路が限定されない無限に広い平面上での運動のみを考慮しており、距離を表す項は、追跡回避を実行するために、姿勢角を表す項は、最初に述べた目的のなかでの、後方からの追跡 ($\theta_1 = \theta_2$) という条件を満たすようにするためである。さらに、これらの目的に対して用いる制御入力の大さを制限するのが積分項である。以上の要素を満足するようにして設定したのが(26)式の2次形式の評価関数である。

次に追い抜き問題に用いた評価関数を示す。

$$J = p(x_2(t+T) - x_1(t+T)) - \frac{1}{2} q \tanh[a(x_1(t+T) - x_2(t+T))] \times \exp \left\{ -b[(x_1(t+T) - x_2(t+T))^2 + (y_1(t+T) - y_2(t+T))^2] \right\} + \frac{1}{2} \int_t^{t+T} (u^T R_1 u - v^T R_2 v) dt' \quad (27)$$

ここで、 p , q , R_1 や R_2 は重みであり、 a , b は妨害の特性を決める自由パラメータである。この問題では追い抜き妨害車両が *minimizer*, 追い抜き車両が *maximizer* である。制御目的は、性能の面で最高速度のみが異なる2台の四輪車両が、相手を妨害しながらなるべく x 軸正方向に進みたいというものである。したがって、ここでの追い抜きとは、相手より x 座標を大きくすることである。

まず、第一項は x 座標の最大化という目的を表わす項で、その決定に際しては様々な関数を検討した。すなわち、参考のため x 軸方向に走行するだけのモデル ($\dot{x}_1 = u$, $\dot{x}_2 = v$) において、一般的な評価関数

$$J = \frac{1}{ij} p(x_2^i - x_1^i)^j + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (r_1 u^2 - r_2 v^2) dt \quad (28)$$

で表わされる問題を設定、解析した。ここでの制御目的は、なるべく x 軸正方向に進みたいという絶対位置的なものである。 $i=1$ であるとき、すなわち $(x_2 - x_1)^j$ (ただし $j \geq 2$)

であれば、制御入力に相対位置に依存してしまい、その結果、制御目的との相違が生じることになる。また、 $j=1$ であるとき、すなわち $(x_2' - x_1')$ (ただし $i \geq 2$) であれば、絶対位置に依存するため、常に加速もしくは減速などといった変速走行をする。しかしながら、 $i=1, j=1$, すなわち 1 次については一定速度になることが解析の結果、明らかになった。追い抜き問題は、目的がなるべく x 軸正方向に進みたいというものである、相手の妨害を考慮しなければ、各四輪車両がつねに最高速度で走行しているのが制御目的に合致し物理的にも妥当な解である。したがって、一定速度を解として与える 1 次の関数 $(x_2 - x_1)$ を選択した。

そして第二項は、追い抜き妨害車両が追い抜き車両に接近、妨害し、追い抜き車両はそれを回避するための項である。まず、2 台の四輪車両モデルの車間距離の項を表わす $\exp\{-b[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\}$ は、単なる 2 次で表わされる $[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]$ と比較すると、2 台の四輪車両が、至近距離の状態になったときのみ距離を表す項が評価されるようにすることを可能にした。 b は距離が評価される範囲を調節するために付け加えたものである。 $\tanh[a(x_1 - x_2)]$ は、2 台の四輪車両によるレースも考慮して付け加えた。そうすることによって、追い抜き車両が追い抜きを実行した後 (つまり $x_2 > x_1$ となった後)、第二項の符号が反転し、逆の立場、つまり追い抜き妨害車両が追い抜き車両を回避し、追い抜き車両が相手に接近、妨害することになる。また、 a は正負の移り変わりの度合いを調節するために付け加えたものである。

第三項の積分は、追跡回避問題の場合と同様、制御入力の大きさを制限するために導入された。

5. シミュレーション結果

5.1 追跡回避問題 追跡回避問題のシミュレーション結果を図 2 から図 5 に示す。本問題では、無限に広い平面上において位置及び姿勢角が完全に一致することを捕捉条件としている。図 2、図 3 は、車両特性が異なる追跡車両と回避車両が微分ゲーム最適解で微分ゲームを行うときの追跡回避走行を、図 4、図 5 は回避車両が微分ゲームから逸脱した、つまり微分ゲーム最適解ではなく、定常入力 (一定の速度及び操舵角) で走行するときの追跡、回避両車両の時間履歴及び平面軌跡をそれぞれ示したものである。四輪車両のモデルサイズは、 $1.5 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$ と設定したが、これはシミュレーションを行う上での仮の値である。また、今回は簡単のため、車両の大きさや形状などの拘束条件は考慮していない。これは、後述する追い抜き問題においても同様である。

まず、両車両が微分ゲーム最適解で微分ゲームを行

うときのシミュレーション結果を示す。シミュレーションにおける条件は以下の通りである。

・初期値 $[x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \theta_2] = [1 \ 0 \ 0.7 \ 3.5 \ 2 \ 0]$

・時間刻み $\Delta t = 0.01$

・安定化行列 $A_0 = -20I$

・重み $[a_1 \ a_2 \ a_3] = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]$

$R_1 = \text{diag}(0.7 \ 1), \ R_2 = \text{diag}(1 \ 0.7)$

・ τ 軸上の評価区間 $T(t) = T_f(1 - e^{-0.5t})$ ($T_f = 1 \text{ sec}$)

なお、安定化行列 A_0 と τ 軸は 3.2 節のアルゴリズムで導入されている。

時間履歴を図 2、無限に広い平面内での車両の軌跡を図 3 に示した。

今回示した結果では、追跡車両の速度と操舵角の重みを、それぞれ回避車両の $7/10, 10/7$ とした。この問題では(26)式の評価関数を用いているため、重みが小さい方が制御入力は大きくなりうる。ここでは、速度に関しては追跡車両の方が、操舵角は回避車両の方が、それぞれ他方に比べて大きな値をとりうることになる。したがって、追跡車両は速度の性能に優れ、回避車両は操舵性能に優れていると解釈できる。

平面軌跡において、初期時刻で約 3 m 離れた状態から、追跡車両は回避車両の初期位置に向かって走行し、回避車両はそれを回避しようとする。捕捉に至らずいったん離れた両車両は、その後それぞれ自分が有利になるように走行していく。図 2 に示す時間履歴から明らかなように、追跡車両はいったん速度を落とし、ハンドルを右にきり、再度速度を上げて追跡を再開する。一方、回避車両も左側にまわられた時点で速度を上げながら右にハンドルをきっていく様子がわかる。この状態では制御入力の変化が大きく、そのため最適性の誤差を表わす(14)式の F のノルム $\|F\|$ が大きくなっている。

後半での回避車両の戦略において、速度が減少していくのは、追跡車両と回避車両の目的が(26)式の最小化、最大化にあるということによる。車間距離の最大化による第一項の増加によって、*minimizer* である追跡車両は時間履歴からも明らかであるが、ハンドルをきって速度を上げるという一連の動作、つまり制御入力を大きくすることで、回避車両に接近し、第一項を小さくしようとする。ある程度まで車間距離が小さくなると、*maximizer* である回避車両は、制御入力を小さくしていくことで最大化を試みる。追跡車両は、回避車両との車間距離減少と回避車両の制御入力の減少により、あわせて制御入力減少の必要性が生じる。しかし、追跡車両の方が制御入力の重みが小さく、したがって可能な最高速度の面で勝っているため、最後には

捕捉条件を満足することになる。

それでは、次に回避車両が微分ゲーム最適解を用いず、定常入力で走行し、追跡車両が微分ゲーム最適解を用いる場合のシミュレーション結果を示す。シミュレーションにおける条件は先の条件に

- ・回避車両の速度及び操舵角 $v_2 = 2 \text{ m/s}$, $\psi_2 = 0 \text{ rad}$

を付け加えたものである。時間履歴を図4、無限に広い平面内での車両の軌跡を図5に示した。

本問題では、無限に広い平面上において位置及び姿勢角が完全に一致することを捕捉条件としている。その点から図4に示す時間履歴を見ると、追跡車両はある程度の距離まで回避車両に近づくと、回避車両と等しい速度になるため、捕捉条件を満足することができない。なぜ等しい速度になるのかを明らかにするため、 x 軸方向に走行して追跡回避するだけの簡単な評価関数

$$J = \frac{1}{2} p(x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2} \int_0^{t+T} (r_1 u_1^2 - r_2 v_1^2) dt'$$

で表わされる終端状態量自由問題を設定、解析した結果、閉ループ系の相対位置のダイナミクスが安定な一次遅れ系となることが分かった。ある一定の距離において走行しつづけるのを評価関数の観点から解釈すると、追跡車両にとって、完全な捕捉のためにより大きい制御入力を用いるよりは望ましい状況であり、一方、回避車両にとっては、一定の制御入力を出しつづける分評価関数を大きくできず、やはりゲーム最適ではない。

5.2 追い抜き問題 追い抜き問題のシミュレーション結果を図6から図9に示す。本問題は、絶対位置の先行を最大の目的とし、互いに接近した場合のみ相互性を考慮した走行をするという微分ゲームの例で

Fig. 2 Time histories of the game optimal solution for the pursuit-evasion (broken lines: pursuer, solid lines: evader).

Fig. 3 Trajectories of the game optimal solution for the pursuit-evasion (broken line: pursuer, solid line: evader).

Fig. 4 Time histories of the pursuit-evasion with the evader driven by a constant input (broken lines: pursuer, solid lines: evader).

Fig. 5 Trajectories of the pursuit-evasion with the evader driven by a constant input (broken line: pursuer, solid line: evader).

ある。図 6, 図 7 は, 車両特性が異なる妨害車両と追い抜き車両が微分ゲーム最適解で走行する場合を, 図 8, 図 9 は, 妨害車両が微分ゲーム最適解ではなく, 定常入力(一定の速度及び操舵角)で走行するときの妨害, 追い抜き両車両の時間履歴, 及び平面軌跡をそれぞれ示したものである。

両車両が微分ゲーム最適解で走行するシミュレーションにおける条件は以下の通りである。

- ・初期値 $[x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \theta_2] = [5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$
- ・時間刻み $\Delta t = 0.01$
- ・安定化行列 $A_0 = -20I$
- ・重み $p = 1, \ q = 1.5$
 $R_1 = \text{diag}(1.5 \ 0.01), \ R_2 = \text{diag}(1 \ 0.1)$
- ・その他の係数 $a = 2, \ b = 0.5$

Fig. 6 Time histories of the game optimal solution for the overtaking (broken lines: obstructing vehicle, solid lines: overtaking vehicle).

Fig. 7 Time histories of the game optimal solution for the overtaking (broken line: obstructing vehicle, solid line: overtaking vehicle).

$$\tau \text{ 軸上の評価区間 } T(t) = T_f(1 - e^{-0.5t}) \quad (T_f = 1\text{sec})$$

追い抜き車両の速度と操舵角の重みを, それぞれ妨害車両の 2/3, 10/1 とした。図 6 は時間履歴, 図 7 は平面軌跡を示したものである。

初期時刻で約 4 m 離れた状態から, ともに絶対位置の先行を目指して走行し始めるが, 追い抜き車両が妨害車両に接近することによって, (27)式に示す評価関数の第二項の比重が大きくなり, *minimizer* である妨害車両は, 評価関数を小さくするために減速しながら妨害(追い抜き車両に接近)しようとする。*maximizer* である追い抜き車両は, 評価関数の最大化のため, 妨害車両と同様に減速しながら妨害車両を回避する(妨害車両から遠ざかる)ことによって相手の利益最大化つまりは評価関数の最小化を阻もうとしていると解釈される。その後, 平面軌跡からも明らか

Fig. 8 Time histories of the overtaking with the obstructing vehicle driven by a constant input (broken lines: obstructing vehicle, solid lines: overtaking vehicle).

Fig. 9 Time histories of the overtaking with the obstructing vehicle driven by a constant input (broken line: obstructing vehicle, solid line: overtaking vehicle).

のように、状態量 x に関して同じ値、つまり追い抜き車両が妨害車両に並ぶ。そこでは、制御入力の変化が大きくなっているため、最適性の誤差が最大になっている。

また、追い抜き車両が追い越しを実行した後にいったん減速し、約 3 m ほど妨害車両より先行した時点で再度加速、一定速度へと変速するが、これは第二項の正負の変化を示す項によって互いの戦略交換が生じ、至近距離の状態では追い抜き車両が妨害車両の行く手を逆に阻もうとし、十分離れた時点で第一項に対する比重が再度大きくなり、本来の目的である絶対位置の先行を目指そうとしていると解釈される。

次に、妨害車両が微分ゲーム最適解を用いず定常入力で走行し、追い抜き車両が微分ゲーム最適解を用いる場合のシミュレーションにおける条件は、先の条件に

・ 妨害車両の速度及び操舵角 $V_2 = 0.5 \text{ m/s}$, $\psi_2 = 0 \text{ rad}$

を付け加えたものである。時間履歴を図 8、無限に広い平面内での車両の軌跡を図 9 に示した。

妨害、追い抜き両車両がともに微分ゲーム最適解で微分ゲームを行うのと比較検討すると、最適性の誤差は大きくなっている。これは、両車両が微分ゲーム最適解で走行するという仮定のもとにアルゴリズム(22), (23)式が導かれているからである。また、両車両の走行を示す図 9 の平面軌跡では、妨害車両と追い抜き車両が一部重なっているのが見受けられるが、先にも述べたように車両の大きさ、形状等の拘束条件は考慮していないので、十分精度の良い解が得られたと解釈するべきである。妨害車両による妨害が無い場合、追い抜き車両の y 軸方向変位は小さくなっており、一方の戦略に応じて他方の戦略も変化する receding-horizon 微分ゲームの特徴が分かる。

6. 結 言

本研究では、非線形四輪車両モデルを用いて、追跡回避問題及び追い抜き問題という二つの receding-horizon 微分ゲームを定式化し、それらに実時間最適化手法を適用した。最適性の誤差 $\|F\|$ から判断する限り、十分精度の良い最適解を得ることができた。しかし、設定した微分ゲーム問題らしい解が得られるかどうかは、最初にも述べたことであるが、初期条件や重みなどの選択による。また、これらの問題で設定した評価関数は、四輪車両モデルの中心位置を基準としているので、互いに相手の形状、大きさなどを認識した状態で微分ゲームは行われていない。その対策として考えられるのは、ペナルティ関数法の適用であり、それによってこの課題は克服できると考えられる。

もう一つの大きな課題として挙げられるのが、微分ゲームを行う上での経路設定である。今回報告した数値シミュレーション結果は、無限に広い平面上でのものであり、四輪車両モデルに対して、経路の限定は特別にしていない。

そのために、初期値や重みの変更によって様々な平面軌跡を得ることはできたが、将来的な目標である四輪車両によるレース等への微分ゲーム適用という視点から考慮すると、経路幅やカーブなども含めた経路設定が必要であると考えられる。以上が本研究における今後の課題である。

本研究は実吉奨学会研究助成金、倉田記念科学技術振興会倉田奨励金および文部省科学研究費補助金奨励研究 (A) 11750178 の援助を受けた。記して謝意を表する。

文 献

- (1) A. E. Bryson Jr. and Y.-C. Ho: Applied Optimal Control, Hemisphere, (1975) 271-295.
- (2) 望田和彦, 加藤寛一郎: 微分ゲームに関する一覽書, 日本航空宇宙学会誌, **37-428** (1989) 441-450.
- (3) 西田俊夫: ゲームの理論, 日科技連出版社, (1973) 121-139.
- (4) G. オーウェン: ゲーム理論, 東洋経済新報社, (1972) 129-138.
- (5) A. K. Wu and A. Miele: Sequential Conjugate-Gradient-Restoration Algorithm for Optimal Control Problems with Non-Differential Constraints and General Boundary Conditions, Part 1, Optim. Control Appl. Meth., **1**, (1980) 69-88.
- (6) S. Gonzales and S. Rodriguez: Modified Quasilinearization Algorithm for Optimal Control Problems with Nondifferential Constraints and General Boundary Conditions, J. Optim. Theory Appl., **50** (1986) 109-128.
- (7) 加藤寛一郎: 工学的最適制御, 東京大学出版会, (1988) 21-102.
- (8) T. Ohtsuka and H. A. Fujii: Real-Time Optimization Algorithm for Nonlinear Receding-Horizon Control, Automatica, **33-6** (1997) 1147-1154.
- (9) T. Ohtsuka: Time-Variant Receding-Horizon Control of Nonlinear Systems, J. Guidance, Control, and Dynamics, **21-1** (1998) 174-176.