ハイポイドギヤの歯元応力の解析法*

(第1報, 解析法の導出)

汪 中 厚^{*1}, 久保 愛 三^{*2}, 青 木 聡^{*3}
竹 田 兼 人^{*4}, Gosselin C.^{*5}, 野 中 鉄 也^{*2}

Tooth Root Stress Analysis of Hypoid Gears

(1st Report, Introduction of Predicting Method for the Tooth Root Stress)

Zhonghou WANG, Aizoh KUBO^{*6}, Satoshi AOKI,
Kaneto TAKEDA, C. Gosselin and Tetsuya NONAKA

^{*6} Kyoto University, Dept. of Precision Engineering,
Yoshidahonmachi, Sakyo-ku, Kyoto, Kyoto, 606-8501 Japan

A Predicting method of tooth root stress of hypoid gears is proposed. The deformation of tooth and rim of hypoid gears calculated by FEA is compared with that of cylindrical involute gears, and the approximation equation for the compliance of cylindrical involute gear tooth is modified to that of hypoid gear tooth. Then considering the FEA calculated tooth root stress of hypoid gears, the approximation equation of tooth root stress for hypoid gears is derived by modifying the approximation equation of cylindrical involute gears. The contact pattern, normal load and tooth root stress of a hypoid gear set for 3 different patterns of tooth flank contact marking are calculated by the prediction method proposed in this paper. It is shown that the tooth root stress calculated by the proposed method matches well with the value calculated by FEA.

Key Words: Gear, Hypoid Gears, Contact Pattern, FEA, Tooth Root Stress

1. 結 言

ハイポイドギヤを設計製作する上で、負荷歯面上のヘルツ応力、フラッシュ温度、歯元応力、および、伝達誤差等の歯車性能にかかわる諸量を推定することが必要である。今まで、かき歯車の歯元応力についての研究^{(1)~(3)}は行われているが、ハイポイドギヤの歯元応力についての研究⁽⁴⁾は極めて少なく、また、これらの研究は、歯切り盤のセッティングより幾何学的に計算できる理想的な歯車歯面を対象としたものである。しかし、実際のハイポイドギヤは、歯切り盤個々に固有の狂いの影響や、熱処理ひずみ、ラッピングによる歯面形状誤差、歯車組付時や調整時に発生するアライメント誤差などをもつため、かみあう歯面の実効の形状は歯切り盤セッティングから計算されるものと大きく異なり、設計データから予想される歯車対と実際の歯車対の運転性能は大きく異なるものと考えられる。

著者らは既報で^{(5)~(8)}、共役歯面および合成誤差の概念を用いて実際の歯車対がもつ歯面形状を表現し、ハイポイドギヤの歯面分布荷重、伝達誤差、歯当たりを解析する方法を開発した。この解析法はすでに工業的に有用性が確認されているインボリュート円筒歯車に対する手法^{(9)~(15)}をハイポイドギヤに適用したもので、ハイポイドギヤの運転性能をかなり精度よく計算できる。しかし、これまでの発表では、ページ数等の関係から解析の基礎となるハイポイドギヤならびにその歯の変形に対するコンプライアンス等の説明を若干省略してきたことがある。

本報は、この状況を踏まえて、ハイポイドギヤの歯のコンプライアンスの導出について詳細に説明し、さらに、インボリュート円筒歯車の歯元応力計算法を改良して開発した実際の歯面形状測定結果を考慮できるハイポイドギヤ歯元応力解析法について報告する。

歯元応力計算法の開発は、次の手順に従い行う。まず、ハイポイドギヤ歯切機械の運動により形成される歯面形状を計算機上で忠実に再現し⁽¹⁶⁾、FEAで一對の歯の変形と応力状態を解析し、得られた歯のコンプライアンス、歯元応力を統合して、ハイポイドギヤの歯のコンプライアンスと、歯面分布力が与えられた場合の歯元応力の近似式を確立する。次に、従来より著

* 原稿受付 2000年5月8日。

^{*1} 正員、大阪精密機械(株) (〒577-0032 東大阪市御厨730-2)。

^{*2} 正員、京都大学工学研究科 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。

^{*3} NTTデータ通信。

^{*4} NEC府中事務所。

^{*5} Laval University, Quebec, Canada.

E-mail: a_kubo@prec.kyoto-u.ac.jp

者らが開発してきた誤差のあるハイポイドギヤの各かみあい瞬間における歯面分布荷重計算法⁽⁵⁾と上記近似計算式を統合して、一対の歯車がかみあう場合の歯元応力計算法を構築する。この歯元応力解析法の信頼性を検討するため、本研究で提案する近似式により求まる歯元応力計算結果と、FEAによる結果を比較検討する。便宜上、本研究ではホイールのコンベックス側とピニオンのコンケーブ側が接触する場合のホイール歯の引張り側の歯元応力について報告する。

2. 歯面上分布荷重の解析法

歯の対 k ($k=1, \dots, n$; n : 同時かみあい歯数) 上のある一つの接触領域 Ω_k での分布荷重は、よく知られているように、以下の積分方程式を満たす。

$$\int_{\Omega_k} K_b(x, \xi) \cdot P_k(\xi) d\xi + K_c(x) \cdot P_k(x) = \delta_k(x, \Delta) \dots \dots \dots (1)$$

ただし

$$\delta_k(x, \Delta) = \Delta - \{e_{pk}(x) + e_{gk}(x)\},$$

for $\delta_k(x, \Delta) > 0$

Ω_k : 接触領域

x : 接触領域内のたわみ測定点の座標

ξ : 接触領域内の荷重作用点の座標

$P_k(\xi)$: ξ 点における接触圧力

$P_k(\xi)d\xi$: ξ 点における接触力

$K_b(x, \xi)$: ξ 点の負荷による歯の曲げ・せん断たわみの x 点でのコムプライアンス

$K_c(x)$: $\xi=x$ 点に加わる圧力によりその点に生ずる歯の接触による近寄りのコムプライアンス

$\delta_k(x)$: x 点における歯の対のたわみ

Δ : 駆動歯車に対する被動歯車の回転遅れ角

$e_{pk}(x)$: ピニオン歯面形状偏差

$e_{gk}(x)$: ホイール歯面形状偏差

歯面上の分布力 $P_k(\xi)$ の方向は点 ξ における歯面の法線方向であり、歯 k が異なれば、あるいは、一つの接触領域内でも位置 ξ が異なれば、その方向が異なる。分布力 $P_k(\xi)$ の歯車側に垂直な面内で軸と直交する成分を $P_k^*(\xi)$ 、当該点と軸との距離を $r_k(\xi)$ とすれば、分布力により発生するトルクは

$$T = \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_k} P_k^*(\xi) \cdot r_k(\xi) d\xi \dots \dots \dots (2)$$

となる。この値は伝達トルクに等しい。式(1)と(2)を連立して解くことによって歯面上の分布荷重や歯当たりや伝達誤差を求めることができる⁽⁵⁾⁽¹⁷⁾。

3. 歯のコムプライアンス

3.1 コムプライアンスの定義

FEAでハイポイドギヤの弾性変形に関するコムプライアンスを十分な精度で計算することは可能であるが、実際のハイポイドギヤの運転性能を解析する場合、常にFEAでそれを計算することは実務的に不可能な計算量となり、容易に値を求めることができる近似式が必要である。

図1に示すように、歯面上の小領域 j_ξ における荷重を P_{j_ξ} 、小領域 j_η における歯面のたわみ量を δ_{j_η} 、 $K(j_\eta, j_\xi)$ をコムプライアンスとすると、

$$\delta_{j_\eta} = \sum_{j_\xi=1}^{n_\xi} K(j_\eta, j_\xi) \cdot P_{j_\xi} \quad (j_\eta=1, 2, \dots, n_\eta) \dots \dots \dots (3)$$

コムプライアンスは、歯基底部の変形をも含む曲げ・せん断たわみのコムプライアンスと、接触近寄りたわみのコムプライアンスの2種類に分類できる。前者を $K_b(j_\eta, j_\xi)$ 、後者を $K_c(j_\eta, j_\xi)$ とすれば、

$$K(j_\eta, j_\xi) = K_b(j_\eta, j_\xi) + K_c(j_\eta, j_\xi) \dots \dots \dots (4)$$

である。なお、 $K_c(j_\eta, j_\xi)$ は局所的な変形に対応するものであって歯の形状の影響をあまり受けないため、ハイポイドギヤの歯についても、インボリュート円筒歯車の歯のそれ⁽¹⁷⁾と同じ関数 $K_c(j_\eta)$ が適用できると考える。すなわち本研究では、接触変形のコムプライアンスは考慮せず、曲げ・せん断変形のコムプライアンスについてのみ考えることにし、以下でコムプライアンスといえば、これを指すことにする。

3.2 FEA モデル

サンプルとして採用するハイポイドギヤの諸元は、歯数 6/37、モジュール 8.243、ホイール歯幅 40.0 mm、ピニオンオフセット 31.75 mm である。図2にホイールとピニオンの FEA 解析モデルを示す。それぞれの FEA モデルは歯の部分(フィレット部を含む)と本体部から成る。ホイールとピニオンの歯の部分の形はそれぞれ歯切り盤の最終セッティングから求まる切刃軌跡面として再現したものである。ホイールの本体部の形 [図2(a)] は、実際

Fig.1 Loading position and measuring position of deformation

Fig. 2 Three dimensional FEA model

の形状に対応してそれをリム部1とリム部2の2部分にわけ、リム部2の内面(5-5-5面)は歯車回転軸からの半径 R (本例では 200 mm) の円柱面で決まり、両側面(3-3-3面と 4-4-4面)は回転軸に対するある角度(本例では 40°)の扇形領域で決まるとしている。また、ピニオンの本体部の形 [図 2(b)] は、その内面が歯車回転軸からある半径(本例では 25 mm)にある円柱面で決まり、両側面が回転軸に対するある角度(本例では 90°)の扇形領域で決まるとしている。

ホイールとピニオンの本体部の歯厚方向の分割は本体部の回転軸に対する中心角の分割によって行う。分割要素数は、計算結果がそれ以上分割要素数を増加させてもあまり変化しない状態を捜し、図 2 のように設定している。

3.3 コンプライアンスの近似式 歯の弾性変形に関するコンプライアンスの近似計算式は、荷重点、および計算点、すなわち、たわみを求めようとする位置の関数であり、

$$K_b(j_\eta, j_\varepsilon) = K_{bt}(j_\eta, j_\varepsilon) + K_{br}(j_\eta, j_\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$K_{bt}(j_\eta, j_\varepsilon)$: 歯の曲げ・せん断変形たわみのコンプライアンス

$K_{br}(j_\eta, j_\varepsilon)$: 本体部のたわみのコンプライアンスとなる。

3.3.1 $K_{bt}(j_\eta, j_\varepsilon)$ の近似式 歯の曲げ・せん断変形たわみのコンプライアンスの近似計算式は、インボリュート円筒歯車のそれ⁽¹⁷⁾ をもとに、①歯たけと

歯厚の変化を反映する係数 (R_{tT1} , R_{tT2} と R_{tA1} , R_{tA2}) を導入し、②荷重点と計算点の距離による係数 (V_{tr})、および、計算点と荷重点の歯すじ方向位置による係数 (R_{tF1} , R_{tF2}) を、ハイポイドギヤの歯の形状を考慮して改良する。すなわち

$$K_{bt}(j_\eta, j_\varepsilon) = R_t \cdot \frac{U}{m} \cdot V_{tr} \cdot R_{tF1} \cdot R_{tF2} \cdot \frac{R_{tR1} \cdot R_{tR2}}{R_{tR3}} \\ \times \cos \varphi_{j\eta} \cdot \cos \varphi_{j\varepsilon} \cdot R_{tT1} \cdot R_{tT2} \cdot R_{tA1} \cdot R_{tA2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

の形とする。ここに、

R_t : 曲げ・せん断変形量の最大値を FEA 結果に合せる修正係数

U : 歯先に荷重をかけたときの荷重点直下のばね定数(有限幅)の逆数

m : モジュール

V_{tr} : 荷重点と計算点の距離による係数

R_{tF1} : 計算点の歯すじ方向位置による係数

R_{tF2} : 荷重点の歯すじ方向位置による係数

R_{tR1} : 計算点の歯丈方向位置による係数

R_{tR2} : 荷重点の歯丈方向位置による係数

R_{tR3} : 荷重点と計算点の歯丈方向距離による係数

$\varphi_{j\eta}$: 計算点の角度の歯直角の値(圧力角)

$\varphi_{j\varepsilon}$: 荷重点の角度の歯直角の値(圧力角)

R_{tT1} , R_{tT2} : 歯丈の変化を考慮する計算点, 荷重点位置係数

R_{tA1} , R_{tA2} : 歯厚の変化を考慮する計算点, 荷重点位置係数

ここで、これら係数中に用いる距離についてはすべて歯すじ中央の歯丈 T_h で除することにより無次元化している。

3.3.2 $K_{br}(j_\eta, j_\varepsilon)$ の近似式 FEA の解析結果から、歯車の本体部のたわみは、荷重作用点の付近に山が現れ、歯の曲げ・せん断コンプライアンスのそれと近い分布をもつことがわかった。したがって、FEA の解析結果に合せるように、歯車の本体部の(たわみの)コンプライアンスの近似式を以下の形

$$K_{br}(j_\eta, j_\varepsilon) = R_r \cdot V_{rr} \cdot R_{rF1} \cdot R_{rF2} \cdot \frac{R_{rR1} \cdot R_{rR2}}{R_{rR3}} \\ \times R_{rT1} \cdot R_{rT2} \cdot R_{rA1} \cdot R_{rA2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表す。ここに、

R_r : 本体部の曲げ・せん断変形量の最大値を FEA 結果に合せる修正係数

なお、式(7)において、添字 r のある係数は、式(6)の添字 t のある係数と同じ意味をもつが、係数の内容が異なる。

4. コンプライアンス近似式と FEAの結果の比較

図3と4, 図5と6は, それぞれ, ホイールのコンベックス側(凸面)およびピニオンのコンケーブ側(凹面)の節点に歯面法線方向に100 Nの荷重を加えた場合の歯および本体部の曲げ・せん断変形のFEA解析結果と, 式(6), (7)の形に作成した近似式の解析結果を比較した一例を示す。

図の中で, 縦軸は歯先各節点に荷重をかけた場合の歯先部の変位量, 横軸は歯すじ方向のトゥ側からヒー

ル側までの分割点番号である。ホイール, ピニオンの歯形方向は10等分, 歯すじ方向はそれぞれ12等分, 16等分に分割し, 歯元から歯先の歯形方向P1~P10, トウからヒールまでの歯すじ方向L1~L13(ピニオンの場合はL17)上の節点の組合せで歯面上の一点を定めている。例えば負荷点P10L1, P10L3...は, 荷重がそれぞれ分割点番号P10L1, P10L3...にかけられることを示す。

各図から以下の特徴を認めることができる。

① ホイールとピニオンの歯の曲げ・せん断たわみの歯すじ方向の分布(図3, 4参照)は, 近似式の結果が

(a) Result by FEA

(b) Calculated result by approximation formula

Fig. 3 Deformation of wheel tooth

(a) Result by FEA

(b) Calculated result by approximation formula

Fig. 4 Deformation of pinion tooth

(a) Result by FEA

(b) Calculated result by approximation formula

Fig. 5 Deformation of rim of wheel

(a) Result by FEA

(b) Calculated result by approximation formula

Fig. 6 Deformation of rim of pinion

FEAの結果より若干シャープな形をしているものの、よく一致している。

② ピニオンの歯の曲げ・せん断たわみ(図4参照)を見ると、P10 L15に荷重がかかった場合のヒール側のたわみが、近似式では小さいことがわかる。これは、歯端からの距離の影響関数がハイポイドギヤに対応できていないためと考えられる。

③ ホイールとピニオンの本体部のたわみ(図5, 6参照)を見ると、ホイールにおいて、特にトウ側歯端部におけるたわみが近似式では大きいことがわかる。一方、近似式によるピニオン本体部のたわみはFEAの結果より小さくなる傾向にあり、特に、ヒール側のたわみにおいて、それが著しい。これも歯端からの距離の影響関数によるものと思われる。

これらの結果を総合すると、近似式はFEAの結果をかなりよく表現できるが、荷重が歯の両側端に加わる場合には、近似式の計算結果とFEAの結果との差が大きくなることが認められる。しかし、実際にはこのような歯端に歯当たりがくるとは設計上避けるのが、特にハイポイドギヤやベベルギヤでは一般であり、近似式の実用性をあまり損なわないものと思われる。

5. FEAによる歯元応力解析

5.1 歯元応力の研究方法 実用されるハイポイドホイールでは製作時に荒歯切りと仕上げ歯切りの二度切り加工されることが多く、この場合には歯元すみ肉部に段差を生じ、その付近で応力集中が起こるものと推測される。しかし、本研究は歯元応力解析法を開発することが目的であるので、歯元すみ肉部段差の影響については考慮しないことにし、解析モデル、およびFEAモデルは歯元部に段差のないモデルを用いる。

5.2 FEAのための荷重分配法 インボリュート円筒歯車の歯の危険断面位置を求める方法は数種提案されているが、ハイポイドギヤにおいてはその形状の複雑さから危険断面位置を求める一般的な方法は知られていない。そこで、本研究ではFEAを用いた解析において、歯元すみ肉部に最大応力の発生する断面を解析対象断面として採用する。

歯車対のあるかみあい瞬間において、歯面の真実接触部分および分布荷重を式(1)、(2)より計算する。歯面の接触部分を分割してできた微小部分上の集中荷重の集合として求められるこの分布荷重を、FEAモデル上の近傍の節点に分配するために、図7に示すモデルを考える。図7において、 C_j は真実接触線上の j

Fig. 7 Weighting coefficients for delivering load

番めのサンプル点を表し、 P_j は C_j にかかる荷重を表す。FEAモデル上で C_j に近接する4点の節点 Q_{00} , Q_{01} , Q_{10} および Q_{11} に、荷重 P_j を分配する重み係数を C_{P00} , C_{P01} , C_{P10} , C_{P11} とし、次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} C_{P00} &= (1-u_1) \cdot (1-w_1) \\ C_{P01} &= u_1 \cdot w_2 \\ C_{P10} &= u_2 \cdot w_1 \\ C_{P11} &= (1-u_2) \cdot (1-w_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 u_1 , u_2 , w_1 および w_2 は零から1までの間の実数で、 u_1 および u_2 は C_j の4節点に対する歯丈方向の相対的位置を表し、 w_1 および w_2 は歯すじ方向の相対的位置を表す。ここに、荷重が隣接する4節点に適正に分配されるためには次式(9)の成立する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} u_1 + u_2 &= 1 \\ w_1 + w_2 &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

このとき、節点 Q_{lm} に分配される荷重 P_{lm} は次式で表される。

$$P_{lm} = C_{Plm} \cdot P_j \dots\dots\dots (10) \\ (l=0, 1; m=0, 1)$$

式(8)、(9)により、集中荷重を4節点に分配した場合の歯元応力分布計算結果とその集中荷重が一点に作用した場合のそれとは十分に一致することを確認したが、結果は省略する。

以上の手順を微小部分のすべてについて繰返す。

この一連の処理により接触線上に存在する分布荷重をFEAモデル上の節点の上に分配し、かみあい進行に伴う歯元応力変化を求めることができる。

6. 歯元応力の近似式

インボリュート円筒歯車の歯元曲げモーメントの歯幅方向の分布についての近似計算式^{(17)~(21)}をもとに、歯の形状を考慮する適当な修正を行い、ハイポイドギヤの歯元応力近似式を求める。

まず、荷重を歯先に負荷したときの歯元応力の純曲げ成分はインボリュート円筒歯車と同様に次式で与えられるとする。

$$\sigma_b(Y) = \frac{6}{S_F^2} \beta(z) P \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに,

$\sigma_b(Y)$: 歯すじ方向位置 Y における歯元曲げ応力

S_F : 危険断面における歯厚

P : 集中荷重

$\beta(z)$: 危険断面位置の歯すじ方向の曲げモーメント分布⁽³⁾

曲げモーメント分布を求める際, 歯端部の影響を考慮するために修正モーメントイメージ法⁽¹⁷⁾を用いる.

今, インボリュート円筒歯車の場合の近似式を再掲すると⁽³⁾⁽¹⁸⁾

$$\beta(z) = \frac{1}{\omega_a} \phi\left(\frac{z}{h\omega_a}\right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで,

z : 荷重点と歯元部計算点の歯すじ方向距離

h : 歯丈

$\phi(Z) = \exp(-Z^2/2)/(2\pi)^{1/2}$: 歯元の曲げモーメント影響関数

$\omega_a = -0.0205a_n + 1.1$: 歯の圧力角形状係数

α_n : 歯の圧力角

また, 会田・寺内によるインボリュート円筒歯車の引張り側歯元実応力近似計算式⁽²²⁾によれば, 歯元すみ肉部の実応力 σ_t^* は次の式で表すことができる.

$$\begin{aligned} \sigma_t^* = & \{1.0 + 0.08(S_F/\rho)\} \\ & \times (0.66\sigma_{Nb} + 0.40\sqrt{\sigma_{Nb}^2 + 36\tau_N^2} + 1.15\sigma_{Nc}) \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここに,

σ_{Nb} : 曲げ荷重によるノミナル応力

σ_{Nc} : 圧縮荷重によるノミナル応力

τ_N : ノミナルせん断応力

S_F : 危険断面歯厚

ρ : 歯元すみ肉部丸み半径

$$\sigma_{Nb} = \frac{6P \sin \theta \cdot L}{S_F^2 b}$$

$$\sigma_{Nc} = -\frac{P \cos \theta}{S_F b} - \frac{6P \cos \theta \cdot d}{S_F^2 b}$$

$$\tau_N = \frac{P \sin \theta}{S_F b}$$

b は歯幅である.

これらの式をハイポイドギヤに適合させるため, 歯の特有な形状を考慮して, 以下の修正を施す.

ノミナル応力 σ_{Nb} , σ_{Nc} , τ_N は, ハイポイドギヤの歯すじ方向位置 Y の歯直角断面形状を近似する平歯車歯形について定義する (図8参照).

また, 式(13)において, 応力集中の影響は係数 $\{1.0 + 0.08(S_F/\rho)\}$ で与えられているが, 歯元すみ肉

Fig. 8 Nominal tooth root stress

部丸み半径 ρ は加工法の関係上, 一定である.

円筒歯車では歯厚, 歯丈は歯幅方向で変化せず一定であるが, ハイポイドギヤでは変化している. そこで, 歯厚はトウ側からヒール側に向かうにつれて単純に変化しているものと近似し, 危険断面歯厚として S_F に代わり次式で与える.

$$S_Y = S_t + \frac{S_h - S_t}{b} Y \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに,

S_Y : トウからの距離 Y の位置での危険断面歯厚

S_h, S_t : ヒール, トウ側での歯厚

b : 歯幅

式(12), (13)に含まれる各係数を変化させて得られる歯元応力の値と, FEAにより得られる結果とを比較することにより, 曲げモーメントを与える $\beta(z)$, および実応力算出係数を与える σ_t^* として, 式(12), (13)に代わり, 次の関数形を得た.

$$\beta(z) = \frac{1}{\omega_a} \phi\left(\frac{z}{H\omega_a}\right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに, H は荷重点と歯元部計算点の歯丈方向距離で,

$$\phi(Z) = \exp(-Z^{2.20}/2)/(2\pi)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (16)$$

また,

$$\begin{aligned} \sigma_t^* = & \{1.0 + 0.08(S_F/\rho)\} (1.30\sigma_{Nb} \\ & + 150\sqrt{\sigma_{Nb}^2 + 36\tau_N^2}) \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

である.

式(11), (15)を用いて $\sigma_b(Y)$ が求まると, ハイポイドギヤの歯元の歯すじ方向位置 Y における実応力は, インボリュート円筒歯車の場合⁽¹⁷⁾と同様に, $\sigma_b(Y)$ と式(17)を用いて次式で近似されるものとする.

$$\sigma_t = \frac{\sigma_t^*}{\sigma_{Nb}} \sigma_b(Y) \quad \dots\dots\dots (18)$$

この実応力を計算するための量 σ_t^*/σ_{Nb} を以後, 実

応力算出係数と呼ぶ。

7. 近似計算式と FEA 結果の比較

7.1 集中荷重がかかった場合の歯元応力分布の比較
まず、ホイール歯面のトウ側から、歯すじ方向位置がそれぞれ 10.00, 20.00, 30.00 mm であるような、トウ側、中央そしてヒール側の 3 点に 100 N の集中荷重を歯面法線方向に作用させる。

近似式により得られる歯元応力分布、および FEA の結果の比較を図 9 に示す。図 9 よりわかるように、最大応力値を含め定性的にも定量的にもよく合っている。

7.2 かみあい進行に伴う歯元応力変化の比較
提案する歯元応力近似計算式を用いて歯元応力分布を求める場合、実応力算出係数を計算する荷重作用位置は、各かみあい瞬間において接触線上またはその延長線上に存在するものとし、延長線が歯先、歯元を越える場合には歯先、歯元の限界線上に存在するものとする。

2 種類の負荷トルク (126 Nm と 777 Nm)、および、中央当たり、トウ側当たり、ヒール側当たりの 3 種類の異なる歯面接触状態 (図 10 参照) における歯元応力変化を検討する。

図 11, 12 は歯すじ方向のある特定の位置における歯元応力のかみあい進行に伴う変化であり、図の横軸はかみあい始めを零、かみあい終わりを 1 としている。図の (a) ~ (c) がそれぞれ中央あたり、トウ側当たり、ヒール側当たりの場合に対応している。また、各図の中の Toe, Center, Heel はそれぞれトウ付近 (歯元上のトウ側から無次元化距離 0.25 の位置)、中央部 (歯元上のトウ側から 0.5 の位置)、ヒール付近 (歯元上のトウ側から 0.75 の位置) における歯元応力のかみあい進行に伴う変化を示す。

トウ側当たりの場合には図 11(b)、および図 12(b) に見られるようにトウ側の歯元応力変化は比較的合っている。またヒール側当たりの場合について、

Fig. 9 Comparison between the results of the proposed equations and of FEA for root stress distribution under point loading at tooth tip (100 N)

軽負荷 (トルク 126 Nm) のときの中央部の歯元応力 [図 11(c)] はよく一致している。

図 11, 12 より、かみあい進行に伴う歯元応力変化について、提案する近似計算式による解析結果と FEA による結果は、定量的には近似式は FEA よりも若干大きな値を示し、両者の相異は最大 20% 程度の誤差を生じる [図 11(c) 参照]。しかしながら全体的に見ると、提案している近似式の結果と FEA の結果は定性的にはよく一致するといえる。

図 13, 14 はある特定のかみあい瞬間における歯元応力分布を示す。これらの図は、歯面のかみあいの位置に対応する時刻が 0.2, 0.5, 0.8 の場合の歯元応力の歯すじ方向分布を示している。

各かみあい瞬間での歯元応力分布の比較結果に見られる傾向として、最大歯元応力は近似式結果のほうが大きい。最大応力の発生点から離れるにしたがって、FEA 結果のほうが同じか大きくなっている [図 13(b) の at 0.5, at 0.8 と図 14(a), (b) の at 0.5, at 0.8 参照]。

この理由として、次の 2 点が考えられる。

(1) 接触線上の荷重が FEA モデルでは近傍の節点に分配されるため、そのモデル上では実際よりも広く荷重が分布しているように表現されている。したがって、FEA を用いた結果からはよりなだらかな歯元応力分布が得られる。歯当りには歯すじ方向に広く分布しているため、例えば中央当たりであっても荷重は中央部に集中してはおらず、歯面の広い領域に分布している。そのため、最大応力の発生する荷重点付近で特に近似式結果の方が FEA 結果よりも大きな値を示した。

(2) トウ側ではヒール側に比較して節点間の距離

Fig. 10 Calculated contact pattern on wheel tooth flank under load (Drive side)

Fig. 11 Comparison between FEA and the proposed approximation method for root stress distribution with the progress of meshing (Torque=126 Nm)

Fig. 12 Comparison between FEA and the proposed approximation method for root stress distribution with the progress of meshing (Torque=777 Nm)

Fig. 13 Comparison between FEA and the proposed approximation method for root stress distribution at three positions during progress of meshing (Torque=126 Nm)

Fig. 14 Comparison between FEA and the proposed approximation method for root stress distribution at three positions during progress of meshing (Torque=777 Nm)

が小さい。その結果、よい精度で荷重分配が行われトウ側では特によく一致した。

8. 結 言

歯だけ、歯厚の変化や歯のねじれを考慮に入れたハイポイドギヤの歯のコンプライアンスおよび歯元応力近似計算式を構築した。さらに、共役歯面および合成誤差の概念を用いた負荷時接触状態解析法によって計算した接触線上の分布荷重と、1歯のFEAモデルあるいは作成した1歯の歯元応力近似計算式とを用い

て、あるかみあい状態における歯元応力分布を推定する方法を提案した。FEAにより歯元応力を計算した結果と提案する歯元応力近似解析法の解析結果と比較した結果、歯元応力の近似式およびFEAによる計算結果より求まる歯元応力の分布曲線ならびにその値はかなりよく一致することが明らかとなった。

種々の歯当たりについて歯元応力の値を検討した結果、相異は最大20%程度の誤差を生じる場合もあるが、その相異の原因の一つに、分布荷重をFEA歯元応力計算のための格子点上の点荷重に換算する問題の

あることを指摘した。

文 献

- (1) Handschuh, R. and Litvin, F. L., *Proc. JSME MPT'91, Conf.*, (1991), 704-710, Hiroshima.
- (2) Winter, H. and Paul, M., *J. Mech. Trans. Automat. Des.*, **107**-1 (1985), 43-48.
- (3) 新井典久・ほか5名, 機論, **60**-572, C(1994), 1397-1403.
- (4) Masaki Sugimoto, ほか2名, *Proc. JSME MPT'91, Conf.*, (1991), 711-716, Hiroshima.
- (5) 久保愛三・ほか5名, 機論, **62**-599, C(1996), 2833-2841.
- (6) 久保愛三・ほか5名, 機論, **62**-599, C(1996), 2842-2850.
- (7) 汪中厚・久保愛三・野中鉄也, 機論, **64**-624, C(1998), 3103-3111.
- (8) 汪中厚・久保愛三・ほか3名, 機論, **66**-647, C(2000), 2354-2362.
- (9) 久保愛三・ほか2名, 機論, **44**-384 (1978), 2897-2907.
- (10) 久保愛三・ほか2名, 機論, **46**-405, C(1980), 550-561.
- (11) 上野 拓・ほか3名, 機論, **50**-451, C(1984), 520-528.
- (12) 有浦泰常・ほか4名, 機論, **51**-467, C(1985), 1568-1576.
- (13) 久保愛三・ほか5名, 機論, **54**-499, C(1988), 684-691.
- (14) 久保愛三・ほか4名, 機論, **56**-532, C(1990), 238-243.
- (15) 野中鉄也・ほか3名, 機論, **57**-544, C(1991), 229-234.
- (16) Gosselin, C., ほか2名, *Proc. JSME MPT'91, Conf.*, (1991), 725-730, Hiroshima.
- (17) 久保愛三・梅沢清彦, 機論, **43**-371 (1977), 2771-2779.
- (18) 梅沢清彦, 機論, **38**-310 (1972), 1602-1608.
- (19) 梅沢清彦・ほか2名, 機論, **35**-270 (1969), 423-431.
- (20) 梅沢清彦, 機論, **36**-288 (1970), 1385-1393.
- (21) 梅沢清彦, 機論, **37**-297 (1971), 1041-1049.
- (22) 会田俊夫・寺内喜男, 機論, **27**-178 (1961), 853-862.