ハイポイドギヤの歯元応力の解析法*

(第2報, 実験による検証)

汪 中 厚^{*1}, 久保 愛 三^{*2}, 幡 中 宣 夫^{*3}, 青 木 聡^{*4}
C. Gosselin^{*5}, 野 中 鉄 也^{*2}, 塩 野 芳 夫^{*6}, 加 藤 昭 悟^{*7}Tooth Root Stress Analysis of Hypoid Gears
(2nd Report, Evaluation of the Predicting Method Proposed)Zhonghou WANG, Aizoh KUBO^{*8}, Norio HATANAKA, Satoshi AOKI,
C. Gosselin, Tetsuya NONAKA, Yoshio SHIONO and Shogo KATO^{**} Kyoto University, Dept. of Precision Engineering,
Yoshidahonmachi, Sakyo-ku, Kyoto, Kyoto, 606-8501 Japan

The prediction method of the tooth root stress of hypoid gears proposed in the 1st report is evaluated by the measured values. The state of tooth root stress for three different tooth contact patterns, i. e. for toe, center and heel contact pattern setting, under different loading are compared and the accuracy of the proposed approximating prediction method for tooth root stress of hypoid gears is discussed. It is shown that the tooth root stress calculated by this prediction method matches well with the value measured under heavy loading. Slight deviation under light loading is supposed to be caused by the insufficient accuracy of the measured tooth flank form deviation and of the load depending characteristics of contact compliance incorporated.

Key Words: Gear, Hypoid Gears, FEA, Tooth Root Stress

1. 緒 言

円筒歯車の歯元応力に関する実験的研究は多くなされてきたが、ハイポイドギヤについては極めて少ない。その主たる原因は以下のように考えられる。

① ハイポイドギヤの歯面形状は複雑であり、また、それを決定するパラメータが多いため、実験結果をまとめるのが困難であること。

② 歯面形状偏差が歯元応力に大きな影響を与えるが、歯面形状偏差の測定が困難であったこと。

③ 歯面形状偏差が歯面分布荷重に、したがって歯元応力に与える影響を解析する手法がなかったこと。

④ 歯当たりが歯車のアライメント誤差⁽²⁾によって敏感に変化し、それに応じて歯元応力の状態も変わること。

⑤ 歯元部に段差のあることが多く、ひずみゲージ

の貼り付けが困難であること。

この状況を踏まえて行った前報までの研究^{(1)~(5)}で、これら問題点の大半が解決された。すなわち、ハイポイドギヤの歯面形状偏差の実測値を用いて求められる歯面上の分布荷重より、歯元応力を計算できる近似式を前報で提案し、その近似式による歯元応力計算結果と有限要素法のそれとを比較して、その計算精度を検討してきた。そこで本報では、ホイールのコンベックス側歯面が接触する場合について、歯当たりが中央当たり、トウ側当たりおよびヒール側面当たりになるように実験歯車対を組付け、種々の条件下で静的負荷かみあい実験を行ってホイールの引っ張り側歯元応力を測定し、前報で提案した歯元応力計算法の信頼性を検証する。

2. 実 験 方 法

2.1 歯元ひずみ測定位置 実験に用いた歯車対諸元は前報と同じ、歯数 6/37、モジュール 8.243、ホイール歯幅 40.0 mm、ピニオンオフセット 31.75 mm であり、材質は SCM 23 で熱処理後ラッピングを施したものである。歯面の三次元形状はツァイス三次元測定機とグリーソン・ツァイスの G-AGE ソフトウェアで測定した。その結果を形状偏差の形で出力した一例

* 原稿受付 2000 年 5 月 8 日。

^{*1} 正員, 大阪精密機械(株) (☎ 577-0032 東大阪市御厨 730-2)。^{*2} 正員, 京都大学工学研究科 (☎ 606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*3} 大阪ガス。^{*4} NTT データ通信。^{*5} Laval University, Quebec, Canada。^{*6} 豊精密工業 (☎ 489-0071 瀬戸市曉町 4259)。^{*7} 浅野歯車工作所 (☎ 589-0004 大阪狭山市東池尻 1402-1)。

E-mail: a-kubo@prec.kyoto-u.ac.jp

(a) Pinion

(b) Wheel

Fig. 1 Measured results of form deviation of hypoid gear tooth flank by Zeiss UMC 550 3D coordinate machine and G-AGE software

Fig. 2 Position of the strain gauges on the wheel and their notation

を図1に示す。本研究におけるハイポイドホイールの歯元応力解析では歯元すみ肉内部段差の影響は考慮していない。この解析結果と実験結果を対応させるため、荒切り時と仕上げ時に同じ歯切りマシンセッティングによって加工した歯元部に段差のない歯車対を測定に用いる。

ひずみゲージの貼付位置は図2に示すとおり、歯を表す数字と位置を表すアルファベットの組合せで示す。例えば、2Aは番号2の歯のAの歯すじ方向位置を意味する。

ホイールはプランク背面に開けられたねじ穴を用いて負荷かみあい試験機に固定されるため、組付時にね

Fig. 3 Experimental setup

じ穴近傍にひずみが生じると思われる。そこで、ひずみゲージを貼り付ける歯は、ねじ穴から可能な限り離れたものを選択するようにした。すなわち番号2の歯のコンケーブ側およびコンベックス側の歯すじ方向にそれぞれ5枚のひずみゲージを貼り、隣接歯とのかみあい移行状態を調べるため、番号2の歯に隣接している番号1の歯のコンケーブ側の歯すじの中央、すなわち1Cの位置にもひずみゲージを貼った。また、歯すじ方向の応力分布を測定するため、5Aの位置に2Aと直交する方向(歯すじ方向)にひずみゲージを貼った。以上12枚のひずみゲージを1組として、数枚の歯を隔てて、歯車円周の90°隔った位置にある3箇所の歯に、同様の組の計4組48枚のひずみゲージを貼付した。4組の歯の対応位置のひずみゲージ4枚で12個のホイーストブリッジを構成して行った。

同一ブリッジ中でアクティブゲージとダミーゲージがかみあい進行に伴って順次変わっていく状態で計測を行う。

2.2 実験装置 測定状態の模式図を図3に、歯車の状態を図4に示す。実験に用いたハイポイドギヤの負荷かみあい試験機⁽⁶⁾は試験歯車対に実動時なみの負荷トルクを加えられるよう、機械各部の剛性が高く設計されている。図3においてホイール回転軸(X軸)方向の移動量でバックラッシュを調整でき、オフセット量を設定するY軸方向およびピニオン回転軸であるZ軸方向の移動量でピニオンのホイールに対する組付位置を変えられる。この機構により、種々の歯当たりで負荷をかけることが可能である。

静的な解析結果と実測結果の比較には動的な影響を排除する必要がある。試験歯車対の回転速度については、4.2節に述べる理由によりピニオン側の回転数を15 rpm(かみあい周波数 $f_z=1.5$ Hz)とした。また、負荷トルクについてはホイール軸の弾性変形の観点か

(a) The gauges on the wheel

(b) Meshing state of wheel and pinion

Fig. 4 State of strain gauges at the experiment

ら、ホイール側で 777 Nm と 126 Nm の 2 種とし、測定中はダイヤルゲージにより、ホイール回転軸の半径方向のふれが $3\mu\text{m}$ をこえないことを確認した。

本実験では、ハイポイドギヤの組付位置をオフセット方向(図3の Y 軸方向, 通常 V 方向という)およびピニオン軸方向(図3の Z 軸方向, 通常 H 方向という)に動かすことにより歯当たりを変化させ、中央当たり、トゥ側当たりおよびヒール側当たりの3種の歯当たりについて測定を行った。

測定にあたっては、まずピニオンとホイールの組付位置を定め、次に、ホイールの軸方向の移動量でバックラッシュを $0.18\sim 0.20\text{ mm}$ の範囲内に設定し、最終的なピニオンとホイールの相対的位置関係を決定した。さらにホイールの回転角度位置を調節して、ピニオン歯面とホイール歯面が全く接触していない状態ですべてのチャンネルのブリッジのバランスをとった。測定はそれぞれの測定条件について、ホイール約3回転の間行なった。

3. 歯 当 た り

歯車対のかみあい進行に伴う歯面接触領域の軌跡である歯当たりの広がりや位置がわかれば、経験的に歯車対の運転性能をある程度推定することができる。計算によってはこの定義の歯当たりを確定することがで

Measured results Simulated results
Fig. 5 Comparison between measured and simulated loaded contact pattern

きるが、実測によりこれを確定することは、各歯における歯当たりパターンのばらつきや、歯当たりの境界が明りょうでないことなどのため、容易ではない。しかし、ここでは実測の歯当たりについて、ホイールの正転時に歯元応力が引張り側になるコンベックス側歯面に塗った塗料のはげた状態、すなわち黒当たりを、粘着テープによって採取し、平面上に投射して歯当たりを表現する。

負荷トルク 126 Nm, 777 Nm の場合のホイールコンベックス側における歯当たりの実測結果と開発した方法⁽¹⁾⁽²⁾による解析結果を図5に示す。解析結果の歯当りは幾何学的接触線上での接触領域の集合であり、実線は一对かみあい領域、破線は二対かみあい領域を表す。本研究の目的は一对のハイポイドギヤが負荷を伝達する時に、あるいは、歯面上に分布荷重が与えられた時に、歯元応力の状態を正確に推定する方法を開発することであり、歯車軸、軸受、歯車箱、駆動装置、被動機等の影響は研究対象外である。しかし、歯

元応力の状態を実験により確認する場合には、これら考慮外の因子の影響を避けることができない。これら因子の影響は、ハイポイドギヤのアライメント状態の変化という形で本研究と結びついてくるため、ここでは、実験時のアライメントの状態は不確定要素を大きく含んだものと理解し、解析による歯当たりの中心が、実測時の黒当たりの中心にほぼ一致することをアライメント誤差を決めるための正とする。すなわち、解析計算においてトウ側当たりおよびヒール側当たりの歯当たりを実現するには、実際の組付位置 ($V-H$ 量) と一致するようにピニオンとホイールの相対的位置を定め、さらに、実測の歯当たりに近くなるように若干アライメント誤差を調節した。

解析によると、負荷トルクを 126 Nm から 777 Nm へと増加させると、一歯の接触期間が長くなり、二対かみあい領域が増え、実かみあい率が大きくなって、歯当たり面積は拡大する。負荷トルクが 777 Nm の場合の 3 種の歯当たりを比較すると、トウ側当たり、中央当たり、ヒール側当たりの順に二対かみあい領域が長くなり、実質的なかみあい率も増加している。

実測結果と解析結果を比較すると、すべての場合において歯当たりの存在する歯すじ方向位置はよく一致している。実測歯当たりの形状は解析結果のそれに比べてより滑らかであるが、これは実測では歯当たりの境界が厳密には認識できないことと関係している。また、実測歯当たりは解析結果の歯当たりに比べて歯元部ヒール側に広がる傾向が見られる。負荷トルクが小さい 126 Nm のときには解析結果の歯当たりの面積は実測結果のそれに比べてかなり小さいが、負荷トルクが 777 Nm の場合には解析結果の歯当たり面積は実測結果に比べて同じか若干大きくなっている。負荷トルクが小さい場合、歯当たり形状およびその位置は歯面形状偏差や測定誤差に大きく影響され、また、実測歯当たりが多くの歯とのかみあいの累積歯当たりとしてしか観察されないことから、実測歯当たりは解析結果よりも大きくなる傾向にあると認められる。

このように、実測歯当たりと解析により求まる歯当たりの形状は若干は異なるが、その相異はそれほど大きくない。先に述べたように実測歯当たりの形状は若干不明りょうであることを考慮すれば、実際に観察される歯当たりの不確かさの程度と同じレベルの定性的には、これらの歯当たりの解析結果は実測結果によくあっているものと判断できる。このことは、前報で開発したコンプライアンス近似式のおよその妥当性を意味している。

4. 歯元応力

4.1 歯元応力の波形 図6はホイールに 126 Nm のトルクをかけて歯車対を正回転させた場合(ドライブ歯面に負荷が加わる方向のピニオン駆動の場合)の、コンケープ側歯すじ方向中央位置の歯 2, 11, 20, 29 番の圧縮側ゲージで組んだブリッジ③および隣接歯 1, 10, 19, 28 番の同じ位置のブリッジ⑫の歯元応力出力結果を、時間を横軸として示したものである(図2参照)。

歯車の円周の約 90° の位置にある各ブリッジ、例えば③の 4 枚のひずみゲージからのひずみ信号には、ピッチ誤差や各歯のわずかな形状偏差およびひずみゲージの貼付け誤差に起因すると思われるわずかな差異が見られる。しかし、その偏差はそれほど大きくなく、また、隣接歯のブリッジ⑫の歯元応力波形はブリッジ③の波形より 1 かみあいピッチ早く現れ、形状および振幅もほぼ一致している。これらのことより、歯の幾何学的形状やゲージの貼付位置等の各歯におけるばらつきはかなり小さいものと考えられる。そこで、ある歯すじ方向位置における歯元応力といった場合、これ

Fig. 6 Comparison of root stress at middle of tooth width between bridge L ③ and bridge L ⑫

Fig. 7 Comparison of measured signals for root stress at rotational speeds 0.5 Hz and 1.5 Hz

ら4歯の歯元ひずみ波形信号の平均値として求まる歯元応力波形を採用する。

4.2 回転速度の影響 図7に、図6と同じ条件におけるコンベックス側歯すじ中央位置引張り側(ブリッジ⑧:歯2, 11, 20, 29)の歯元応力波形の、 $f_z=0.5\text{ Hz}$ および $f_z=1.5\text{ Hz}$ の二つの回転速度で測定した結果を示す。 $f_z=0.5\text{ Hz}$ の場合の波形には若干の振動が見られる。これは負荷かみあい試験機の主軸を低速で回転させた場合、負荷トルク変動を生じる傾向があったためである。また、かみあい周波数 0.5 Hz および 1.5 Hz の波形を比較すると応力値の大きさおよび全体の傾向はよく一致している。このことから、かみあい周波数は 1.5 Hz に測定した結果を静的歯元応力として採用しても、問題はないものと判断した。

4.3 かみあいの進行に伴う歯元応力の挙動 負荷トルク 126 Nm 、中央歯当りの場合について、かみあいの進行に伴い、歯すじ方向の各位置で歯元応力がどのように変化するかの一例を図8に示す。歯元応力波形は、正転時に引張り側であるホイールのコンベックス側のトゥ側からヒール側に配置した五つのブリッジ(ブリッジ⑥からブリッジ⑩)のひずみゲージの出力結果である。図の横軸はかみあいの進行に伴う時間を計測データのサンプリング番号で表している。図の下部に、かみあい始めとかみあい終わり、および、一対かみあい領域と二対かみあい領域を、1ピッチの時

間長さとともに示している。図8中の矢印はかみあい始めから終わりまでの間で最大応力が発生した瞬間を意味する。

ホイールが正回転している場合、コンベックス側歯面において、ヒール側の歯先からトゥ側の歯元に接触線は傾斜して移動している。したがって、歯元応力のピークはヒール側からトゥ側に移ってゆくが、図8に見られる歯元応力変化はそれを実証している。

図9は負荷トルクが 126 Nm の場合の各種歯当たりにおける引張り側(コンベックス側)ヒール近くの歯元応力(ブリッジ⑩)を比較した結果を示す。この図から歯当たりの位置が歯元応力分布に大きく影響しているようすが認められる。

正回転時の引張り側(コンベックス側)の歯元応力変化の実測結果を、トゥ側歯当たり、中央歯当たり、ヒール側歯当たりのすべての場合について同様に検討した。その結果、歯当たりおよび負荷トルクにかかわらず最大応力が発生する最悪かみあい位置は、一対かみあいから二対かみあいに移行する点付近、すなわち、外の一対かみあい点で発生することが認められた。

5. 歯元応力近似計算式の評価

本研究第1報において提案した歯元応力解析法の信頼性を検証するため、歯元のある位置におけるかみあいの進行に伴う歯元応力変化の実測結果、解析結果およびFEA結果を図10, 11に比較する。図において、横軸はかみあいの進行をかみあい始めを零、かみあい終わりを1として示し、また、at 1/6, at 1/2, at 5/6 はそれぞれ歯元の位置を、トゥからヒールまでの相対値で示し、図2の2F, 2H, 2Jの位置に対応する。

負荷トルクの異なる図10, 11において、ほとんどの場合、近似式の結果はFEA結果より大きい値を示している。これは前報に述べた状況に一致する。

個別に見ると、発生する歯元応力の小さい負荷トルクが 126 Nm の場合には(図10)、近似式の結果は実測結果に較べて相当小さい値を示しているが、FEA結果よりは実測結果に近い。トゥ側当たりの場合には、図10(b)の歯すじ方向位置 at 1/6 において、近似式の結果のピークは実測結果よりわずかではあるが遅く発生している。それに対して、歯すじ方向位置 at 1/2 および at 5/6 においては、実測結果のピークが近似式の結果のそれに比べて若干遅く発生している。一方、ヒール側当たりの図10(c)の歯すじ方向位置 at 1/2 においては、実測結果の方が近似式の結果に比べて早くピークに達しているが、at 5/6 では、逆に近似式の結果の方が実測結果に比べて早くピークに達して

Fig. 8 Change of wheel root stress at different longitudinal root position (Torque = 126 Nm , Center contact setting)

Fig. 9 Comparison of wheel root stress for center, toe side and heel side contact setting (Torque = 126 Nm)

Fig. 10 Comparison between FEA, measured and calculated root stress distribution with the progress of meshing (Torque = 126 Nm)

Fig. 11 Comparison between FEA, measured and calculated root stress distribution with the progress of meshing (Torque = 777 Nm)

いる。それに対して、中央当たりの図 10(a)においては実測結果と近似式の結果の定性的傾向はよくあっている。FEA 結果においても同じ傾向が認められる。これは、近似式の結果による接触範囲が実際のそれよりも歯すじ方向にずれていることに原因があるものと考えられる。

負荷トルクが 126 Nm の場合には近似式の結果は実測結果に比べて若干小さかったが、図 11 に示すように、負荷トルクが 777 Nm と大きくなった場合には近似式の結果の方が実測結果よりも若干大きな値を示しており、FEA 結果のほうが実測結果に近いと認められる。また、近似式の結果のピークが実測結果に比べて若干早く現れる傾向がある [図 11(a)の at 1/6, at 1/2, 図 11(b)の at 1/6 など]。また、FEA 結果のほうにも同じ傾向が見られることに注意しなければならない。

かみあい進行に伴う歯元応力変化は各かみあい瞬間における歯面上の荷重の分布状態に依存している。負荷トルクが小さい場合、歯面上の荷重分布状態は歯面形状偏差の微妙な相異によっても大きく異なってくるのは良く知られた事実である。一方、三次元測定機によるハイポイドギヤの歯面形状の測定結果の信頼性は、現状の技術ではそれほど高くないと思われる。したがって、その測定結果を解析に用いる近似式ならびに FEA の結果はその影響を受ける。すなわち、ホイール、ピニオンの各歯面形状によって歯面の接触状態

は大きく影響を受け、歯面形状が変化すれば、歯当たり、および歯元応力は変化する。歯車の組付誤差が分布荷重や歯元応力分布に与える影響についても同様である。

負荷トルクが小さい場合にはこれら形状偏差やアライメントの変化が応力状態に与える影響は顕著であり、歯面形状のばらつきにより応力状態は大きく変化する。そのため、負荷トルクが小さい場合には歯面測定誤差が歯元応力解析結果に大きな影響を及ぼし、また実測歯当たりの不明りょうさと相まって歯元応力をよい精度で推定することは非常に困難となる。それに対して、負荷トルクが増大するに従い歯面形状のばらつきが接触状態に及ぼす影響は小さくなり、また実際に歯当たり形状も解析結果との差が小さくなっていくので、比較的よい精度で歯元応力を推定することが可能となる。図 10, 11 において、トルクが 126 Nm の場合に比べ、トルクが 777 Nm にまで増加すると解析結果と実測結果の相異が小さくなったことは、歯面形状の測定誤差等の影響が相等小さくなったことを表しているものと思われる。

図 12, 13 は、歯すじの各位置に発生する最大歯元応力を比較したものである。横軸は歯すじ方向位置を表す。負荷トルクが 126 Nm の場合には、FEA 結果は近似式結果より小さい値を呈する。また、歯元応力の実測結果は近似式の結果に比べて最大で約 50% 程度大きな値を示している。しかしながら、負荷トルクが

Fig. 12 Comparison between FEA, Measured and calculated maximum root stress distribution along tooth width (Torque = 126 Nm)

Fig. 13 Comparison between FEA, Measured and calculated maximum root stress distribution along tooth width (Torque = 777 Nm)

777 Nm の場合には FEA 結果および実測結果と近似式の結果はかなりよくあっており、すべての歯当たりについて近似式による最大歯元応力は約 15% 程度実測値より大きい範囲にとどまっている。

図 5 に示したように、実測歯当たりと計算歯当たりとの間に若干の偏差があることをあわせ考えれば、本研究で提案した歯元応力解析法により、特に負荷トルクが大きな場合にはかみあい進行に伴う歯元応力変化を実用上十分な精度で求めることができるものと考えられる。

また、大荷重のとき、解析結果と測定値がほぼ同じ値になるが、小荷重のとき、解析結果の値が小さく、また波形変化も実測値に比べてなだらかになる。このことは、シミュレーションプログラムに採用している歯の全コンプライアンスの値はほぼ妥当であるものの、歯面の接触変形に対するコンプライアンスが少し大きすぎる可能性のあることを暗示している。したがって現状の接触変形コンプライアンスを若干大きくし、その分、歯の曲げ・せん断変形コンプライアンスを小さく改良することにより、シミュレーション精度はさらに改良されるものと考えられる。

6. 結 言

前報で示したハイポイドギヤ歯元応力の近似計算式の結果と実測結果とを比較することにより、本研究で提案する歯元応力解析法の信頼性を検証し、以下のよ

うな結論を得た。

(1) 本研究で構築した近似式による歯元応力計算結果は実測結果と定性的に一致する。

(2) 低荷重時、歯面形状測定結果の不確かさ、および、計算に取込む歯面形状測定結果は、歯面形状の微細な変化(すなわち、歯面三次元曲面形状の高周波成分)までを表し得ないという情報不足の影響で、近似式による歯元応力の形状が滑らかとなり、また、その結果、求められた歯元応力の値は小さくでる。

(3) 大荷重時には歯元応力の近似式結果と実験結果はほぼ一致する。

また、歯面形状が接触状態に及ぼす影響を、歯当たり、および歯元応力をもとに考察し、本研究で提案した歯元応力解析法と実測結果に見られた差異の原因が、歯面形状の測定誤差および歯の弾性変形に対するコンプライアンス推定の精度にありそうであることを示した。

文 献

- (1) 久保愛三・ほか 5 名, 機論, **62**-599, C (1996), 2833-2841.
- (2) 久保愛三・ほか 5 名, 機論, **62**-599, C (1996), 2842-2850.
- (3) 汪中厚・久保愛三・野中鉄也, 機論, **64**-624, C (1998), 3103-3111.
- (4) 汪中厚・久保愛三・ほか 3 名, 機論, **66**-647, C (2000), 2354-2362.
- (5) 汪中厚・久保愛三・ほか 4 名, 機論, 本研究第 1 報.
- (6) Kato, S. and Tanaka, K., *Proc. JSME MPT '91, Conf.*, (1991), 225-229, Hiroshima.