静止部との接触を伴う回転軸系の振動挙動*

渡 邊 裕 輔^{*1}, 白 木 万 博^{*2}, 阿 波 啓 造^{*2}

Vibration Behavior of Rotating Shaft due to Contact with Casing

Yusuke WATANABE, Kazuhiro SHIRAKI^{*3} and Keizo AWA^{*3} Kansai University, Faculty of Engineering,
3-3-35 Yamatecho, Suita-shi, Osaka, 564-8680 Japan

With rapid advances in a technology of industry, rotating machinery tend to be more larger in size and capacity, high speed, and high performance. These advances have happened to occur many vibration troubles on rotating machinery. Especially in recent year, the radial clearance between rotating shaft and casing come to smaller to get higher performance of the machines. As a result, sever vibration occur on the rotating shaft accidentally, when the contact between shaft and casing occurred. Such problems dose not yet solved enough due to the complexity of the rubbing-contact and the collision mechanisms. This paper deals with the vibration behavior of the rotating shaft due to contact with casing, theoretically and experimentally.

Key Words: Rotor Dynamics, Rotating Machinery, Contact Vibration, Whirling

1. 緒 論

現代社会におけるエネルギー効率の向上, 機械の性能向上の立場などの理由から回転機械の高速化, 高性能化は加速度的に高まってきている. このような状況は同時に回転機械の振動トラブルを多発させており, 近年は様々な振動トラブルの対策, 解明について精力的に研究が行われている. 回転機械の振動現象には様々なものがあるが, 回転機械の性能向上を図る立場から, ロータとケーシングの隙間はますます小さくなる傾向にあるために, このような環境下では熱的アライメントや材料の変化によりロータとケーシングが接触する場合がある. 特に自励振動的な大振幅の振動をすることがあり, そのためブレードの破損やロータ損傷などの事故を起こす場合がある. 回転軸系の接触振動については古くから研究がなされているが, 接触や摩擦という複雑で非線型な問題が関わってくる為にその完全な解明には至っていなかった. 最近ではロータが危険速度を通過する際に示すいくつかの振れまわりパターンについての研究などが行われている.⁽¹⁾

そこで本研究ではロータとケーシングの接触振動についての問題を解明するために, 回転軸系の力学モデルのシミュレーション, 及びモデルロータによる実験

をおこなった. これらの調査により接触振動への理解を深め, 振動発生領域や発生時の振動挙動の特徴, また系の物理量が振動に与える影響などを詳細かつ物理的に考察し, その上で接触振動発生 of 明確な判断指標を示すことを目的としている.

2. 原 理

実際の回転機械をモデル化するに当たりロータ, ケーシングを水平, 垂直方向それぞればねとダンパーによって支えられたものとして考えた. ロータは回転すると偏心による遠心力によって振れまわりその振動振幅がケーシングとのクリアランスを越えるとケーシングと接触する.

ロータとケーシングの接触には接触応力理論をもちいた. これは2物体が接触した際, その重なり変位に接触ばね定数を乗じることによって接触力を算出するという考え方である. 接触にはばねかえり係数を用いる手法もあるが, この手法は接触時間が事実上無限小となるために摩擦力など接触時の力を取り扱う場合には適していない. 接触時, ロータとケーシングはこの接触力によって反発するが, 同時にこの接触力に摩擦係数を乗じて摩擦力を計算し, 接触減衰係数にロータ, ケーシングの速度を乗じて接触減衰力を計算する.

これらの計算によって力学モデルにおける一連の接触現象を表現する.

* 原稿受付 2000年4月5日.

^{*1} 准員, 石川島播磨重工業(株) (〒135-8322 江東区毛利 1-19-10-7 F).^{*2} 正員, 関西大学工学部 (〒564-8680 吹田市山手町 3-3-35).
E-mail: ksiraki@ipcku.kansai-u.ac.jp

また本研究ではモデル化の際、以下の仮定を置く。

- (1) 回転軸の駆動トルクは大きく、接触による回転数の変化は考慮しない。
 - (2) ロータ、ケーシング間の乾性摩擦係数は一様であり両者の相対速度によって変化しない。
 - (3) ロータはケーシングと接触する際には滑らない。
- これらのような考え方の元に作成した運動方程式を以下に示す。

(Rotor)

$$\ddot{X}_R + 2\zeta_{RX}\omega_{RX}\dot{X}_R + \omega_{RX}^2 X_R = \varepsilon\omega^2 \cos(\theta) + F_{RX} \quad \dots (1)$$

$$\ddot{Y}_R + 2\zeta_{RY}\omega_{RY}\dot{Y}_R + \omega_{RY}^2 Y_R = \varepsilon\omega^2 \sin(\theta) + F_{RY} \quad \dots (2)$$

(Casing)

$$\ddot{X}_C + 2\zeta_{CX}\omega_{CX}\dot{X}_C + \omega_{CX}^2 X_C = -\gamma \cdot F_{RX} \quad \dots (3)$$

$$\ddot{Y}_C + 2\zeta_{CY}\omega_{CY}\dot{Y}_C + \omega_{CY}^2 Y_C = -\gamma \cdot F_{RY} \quad \dots (4)$$

(on contact)

$$F_{RX} = \{ N \sin(\phi) + \mu N \cos(\phi) + D \sin(\phi) \} / M_R \quad \dots (5)$$

$$F_{RY} = \{ N \cos(\phi) + \mu N \sin(\phi) + D \cos(\phi) \} / M_R \quad \dots (6)$$

(not contact)

$$F_{RX} = F_{RY} = 0 \quad \dots (7)$$

主な記号

X, Y	: X, Y 方向の変位 (m)
ζ_{ij}	: 減衰比
ω_{ij}	: 固有円振動数 (rad/s)
ε	: ロータ偏心量 (m)
ω	: ロータ回転角速度 (rad/s)
θ	: ロータ回転角 (rad)
ϕ	: ロータ振れまわり角 (rad)
C_R	: 半径クリアランス (m)
γ	: 質量比 (ロータ/ケーシング)
N	: 接触力 ($=K_{\text{contact}} \cdot L$) (N)
L	: 重なり変位 (m)
μ	: 摩擦係数
D	: 接触減衰力 ($=C_{\text{contact}} \cdot \sqrt{\dot{X}_R^2 + \dot{Y}_R^2}$) (N)
C_{contact}	: 接触減衰係数 (N · s/m)
K_{contact}	: 接触ばね定数 (N/m)
M_R	: ロータ質量 (kg)

Fig.1 Model of Rotate Machinery

3. 実験

図2に実験装置概略図を示す。ロータは2個のボールベアリングによって支えられた水平基本ロータであり軸の一端をモータで駆動し回転させる。ロータは振れまわるとケーシングに接触するがこれにより非常に接触剛性の高い場合の接触現象を観察できる。ロータははじめ 1000rpm で非接触の定常振動状態にある。そこから一定の角加速度でロータを目標の回転数に合わせ以後定速運転での振動挙動を観察する。実験においてはロータ偏心量、ケーシング減衰比、ロータ回転数などを変化させ、系の振動挙動を観察した。

Fig.2 Experimental Apparatus

Table.1 Parameter of Apparatus

$\omega_{RX} = 119.4$ [rad/s]	$\varepsilon = 0.07 \sim 0.1$ [mm]
$\omega_{RY} = 117.5$ [rad/s]	$C_R = 0.75$ [mm]
$\zeta_{RX} = 0.029$	$\gamma = 0.55$
$\zeta_{RY} = 0.017$	$\omega = 0 \sim 314.2$ [rad/s]
$\omega_{CX} = 630.0$ [rad/s]	$(0 \sim 3000$ [rpm])
$\omega_{CY} = 630.0$ [rad/s]	Rotating Direction: CCW
$\zeta_{CX} = 0.02 \sim 0.06$	
$\zeta_{CY} = 0.02 \sim 0.06$	

その結果、ロータの振れまわりについていくつかの特徴的な挙動を確認できたので以下に示す。

図3(1)は接触振動においてもっとも標準的に見られる、円軌道の前向き振れまわりを示している。ロータはケーシングと接触するが系全体としての振動は小さく比較的安定的な振動である。ここではこの振れまわりを「円軌道型前向き振れまわり」とする。

図3(2)は同じく前向き振れまわりであるが、振れまわり軌道が楕円となっている。またこの楕円軌道そのものが回転する為に、振動波形や衝突音にはうなりがあらわれた。また振動スペクトルでは回転数成分の他にロータの固有振動数成分より若干高目の成分が現われた。ここではこの振れまわりを「楕円軌道型前向き振れまわり」とする。

(1) Circle Type Forward Whirling ($\zeta_{cr}=0.03, \zeta_{cr}=0.03, \varepsilon=0.07\text{mm}, \omega=119.4\text{rad/s}$)

(2) Oval Type Forward Whirling ($\zeta_{cr}=0.06, \zeta_{cr}=0.05, \varepsilon=0.07\text{mm}, \omega=115.2\text{rad/s}$)

(3) Oval Type Backward Whirling ($\zeta_{cr}=0.03, \zeta_{cr}=0.03, \varepsilon=0.10\text{mm}, \omega=114.1\text{rad/s}$)

(4) Unstable Type Backward Whirling ($\zeta_{cr}=0.02, \zeta_{cr}=0.01, \varepsilon=0.07\text{mm}, \omega=130.9\text{rad/s}$)

Fig.3 Typical Whirling Motion of Contact Vibration (Experiment)

図 3-(3)は先程とは異なり、ロータは後ろ向き振れまわりを起こしている。振れまわり軌道そのものは楕円であり、先程と同じくうなりと回転数成分以外の振動数成分が確認できる。系全体の振動は激しく、接触音も大きい。ここではこの振れまわりを「楕円軌道型後ろ向き振れまわり」とする。

最後に図 3-(4)は後ろ向き振れまわりに移行後、系が轟音と共に大振幅の転がり振動を起こしたものである。この振動の発生時の詳しい状況は次の通りである。

- ロータが振れまわりケーシングに接触しはじめると、程なく後ろ向き振れまわり(前向きから移行)が発生する。
- うなり波形を示しながら後ろ向き振れまわりの軌道が徐々に楕円から円に近づく。
- 振れまわり軌道が円になるとロータは「ドン」という轟音と共に大振幅の振動を瞬見せる。
- その直後、ロータの回転数が 0 付近にまで下がり、ロータはケーシングと一体になって円軌道の後ろ向き振れまわりに収束する。

この現象は次のように説明ができる。ロータが円軌道の後ろ向き振れまわりを起こすと、摩擦力によりロータはケーシング内を転がろうとする。この時摩擦力は転

がり方向にアクティブに働き続けるのでロータは極めて大きな振れまわり速度で振れまわろうとする。ここで仮にロータが滑らずに転がったとすると(8)式の関係が成り立つ。

$$\dot{\phi} = (R/C_R) \cdot \omega \quad \dots (8)$$

ところが計算における仮定とは異なり、駆動モータのエネルギー供給には限界があり、(瞬間最大の)許容定格トルクをこえるとそれ以上振れまわり速度は速くならない。一瞬大振幅の振れまわりを見せるのはロータの回転慣性がある為であり、その後の挙動ではモータの定格トルクと転がりによる摩擦トルクが釣り合っている。つまりモータの駆動トルクと摩擦トルクが釣り合うことにより転がり速度が決まり、先ほどの式の関係に基づいて回転速度が決まる。このことは駆動トルクが大きいほど危険な振動になり得ると予測できる。この振動現象は回転軸系の接触振動においてもっとも危険な発散的な振動である。ここではこの振動を「発散型後ろ向き振れまわり」とする。

これらの振動は、それぞれがまったく別の挙動ではなく系のわずかなパラメータの変化(後述)によってお互いに変化する。

Fig.4 Typical Whirling Motion of Contact Vibration (Simulation)

Table.2 Parameter of Simulation

$\omega_{RX} = 119.4 [\text{rad/s}]$	$\varepsilon = 0.07 \sim 0.1 [\text{mm}]$
$\omega_{RX} = 117.5 [\text{rad/s}]$	$C_R = 0.75 [\text{mm}]$
$\zeta_{RX} = 0.029$	$\gamma = 0.55$
$\zeta_{RX} = 0.014$	$\omega = 0 \sim 314.2 [\text{rad/s}]$
$\omega_{CX} = 630.0 [\text{rad/s}]$	$(0 \sim 3000 [\text{rpm}])$
$\omega_{CX} = 630.0 [\text{rad/s}]$	$\mu = 0.2 \sim 0.8$
$\zeta_{CX} = 0.02 \sim 0.06$	$K_{\text{contact}}/K_R = 700$
$\zeta_{CX} = 0.02 \sim 0.06$	$\zeta_{\text{contact}} = 0.4$
	Rotating Direction: CCW

4. シミュレーション

(i) 実験の再現

先に観察された振動挙動を物理的に検討するために力学モデルのシミュレーションを行った。シミュレーションにおいて、実験環境をできるだけ再現するために実験装置から得られたパラメータを用い、不明な数値については検証実験を行うことによりその値を推測して用いた。また、ロータは実験と同様に非接触の状態から一定の角加速度で目的の回転数に合わせ、その振動挙動を計算した。計算は4-5次のルンゲクッタ法

を用い、刻み時間0.1msで30秒の計算を行った。(図には接触直前からの結果のみを表示している。)

図4-(1)は円軌道型前向き振れまわり挙動を再現している。実験と同様に系の振動は小さく、振動スペクトルは回転数成分以外には目立って現れない。

図4-(2)、図4-(3)は楕円軌道型前向き振れまわり、及び楕円軌道型後向き振れまわりを再現している。うなり波形及び振動スペクトルも実験結果とよく一致する。この振動挙動において現れる、回転数成分以外の振動スペクトルは軸系の固有振動数とは厳密には一致しない。これはロータ、ケーシングが接触することにより硬化ばね現象が起こり、見かけ上の固有振動数が増加しているためと考えられる。図4-(4)は転がり型後向き振れまわり挙動を再現している。シミュレーションでは駆動トルクに制限がないので実験で予測した通り、ロータが転がりはじめると系は発散してしまう。このように、用いている理論の範囲内で代表的な振れまわり挙動について実験と同様の波形を再現することができた。

(ii) パラメータの影響

次にシミュレーションにおいて各パラメータが接触時の振れまわり挙動に及ぼす影響を調べた。この調査ではまず系のパラメータの基準値(表3)を定め、その状態から各パラメータを変化させた。先に挙げた各振動挙動は、円軌道型前向き振れまわり⇔楕円軌道型前向き振れまわり⇔楕円軌道型後向き振れまわり⇔発散型後向き振れまわり、と言うようにお互いに変化しあう。そこで前者が起こりやすくなる場合を「前向き振れまわりを増長」、後者が起こりやすくなる場合を「後向き振れまわりを増長」としてとらえた。

パラメータの変化に際しては、その他の条件も様々に変化させ、その傾向の違いに留意した。これは条件の違いによりそのパラメータの影響が変わってしまう場合を見逃さず、その影響の本質を捉えるためである。変化させた条件は、ロータ回転速度、摩擦係数などであるが、必要と判断した場合はその他の条件も変化した。

Table.3 Normal Condition of Simulation

Normal Condition		Domain
ω_{RX}	= 120 [rad/s]	
ω_{RX}	= 120 [rad/s]	
ζ_{RX}	= 0.02	
ζ_{RX}	= 0.02	
ω_{CX}	= 630 [rad/s]	250~1000 [rad/s]
ω_{CX}	= 630 [rad/s]	250~1000 [rad/s]
ζ_{CX}	= 0.05	0.01~0.5
ζ_{CX}	= 0.05	0.01~0.5
ε	= 0.1 [mm]	0.05~0.2 [mm]
C_R	= 0.75 [mm]	
γ	= 0.55	0.05~1.0
μ	= 0.2, 0.5	0~1.0
K_{contact}/K_R	= 700	50~2000
ζ_{contact}	= 0.4	0.01~0.8

a) 摩擦係数の影響

摩擦係数が大きくなると、後向き振れまわりを増長する傾向が顕著に見られた。摩擦力が後向き振れまわりの主原因であることはすでに知られている。摩擦係数が大きくなると接触時の摩擦力が大きくなり後向き振れまわりを起こしやすくなる。

b) 質量比の影響

質量比が小さくなる(ケーシングがロータに対して重くなる)と後向き振れまわりを増長する傾向が見られた。これはケーシングが重くなると接触時にケーシングが動きにくくなることで重なり変位が大きくなり、その結果接触力、摩擦力が大きくなり後向き振れま

わりを起こしやすくなる。

c) 偏心量の影響

今回の調査において偏心量は特定の振れまわりを増長する傾向は見られなかった。詳しい検討の結果、偏心量はロータ回転角速度と摩擦係数の関係で前向き、後向きのどちらの振れまわり挙動も増長し得る傾向が見られた。これは摩擦係数が大きいまたは回転速度が大きい場合、偏心量が大きくなると接触時のエネルギーが大きくなる為に摩擦力が大きくなる。このため後向き振れまわりを増長する。一方、本質的に偏心による遠心力は前向き振れまわりを増長する成分なので摩擦係数が小さいまたは回転速度が小さい場合は偏心量が大きくなると前向き振れまわりを増長する。今回のシミュレーションの条件下において、以下の関係が成

$$\omega [\text{rad/s}] > -70\mu + 130 \quad \dots(9)$$

り立つ(計算結果のプロットより)時、偏心量が大きくなると後向き振れまわりを増長する傾向が見られた。

d) ケーシング固有振動数の影響

ケーシングの固有振動数においては他のパラメータとは異なる特殊な傾向が見られた。ケーシングの固有振動数がロータ回転数の偶数倍付近では後向き振れまわりを、奇数倍付近では前向き振れまわりを増長した。これはロータが楕円軌道で振れまわっている場合、振れまわり1周期に対して約2回衝突することに起因する。ケーシングの固有振動数がロータ回転数の奇数倍の時は毎回の衝突が同調し、偶数倍の時は打ち消しあうために質量比の時と同じ理由により振れまわり方向に影響を与える。ただし、衝突が正確には2回/周期では無いためにロータの回転数の整数倍から若干のずれが生じている。

e) 接触減衰係数の影響

接触減衰係数が大きくなると現在起こっている振れまわり方向に対してネガティブ(より楕円軌道になる)に作用する傾向が見られた。つまり後向き振れまわりが起こっている場合は前向き振れまわりに近づき、前向き振れまわりが起こっている時は後向き振れまわりに近づこうとする。これは接触減衰力は振れまわり方向に対して常にネガティブに働く成分であることによる。また、シミュレーションにおいて接触減衰が大きい場合、摩擦係数が大きくてもロータがクリアランス内を転がらずに微小な衝突を繰り返しながら後向きに振れまわる挙動が確認された。今回はこの挙動を「円軌道型後向き振れまわり」として定義することにした。実験において現れなかったのは、今回の環境下では後

向き振れまわりが円軌道に近づくと必ず発散型後向き振れまわりが起るためである。

f) ケーシング減衰比の影響

ケーシングの減衰比を小さくした場合、系は不安定な振動を起し易くなる。特に実験においても転がり型後向き振れまわりはケーシング減衰比が小さい場合に起りやすかった。これはケーシングの減衰比が小さいと、系全体の振動エネルギーが失われにくいことと、接触時ケーシングの減衰は接触減衰と同じ働きをするために、前述の理由により後向き振れまわりが円軌道に近づきやすくなるためである。

g) 接触ばね定数の影響

力学的に考えると接触ばね定数の変化では接触時間が変化するだけである。しかしこのことにより接触時の摩擦係数、接触減衰力の総量が変化する。この時前述のように摩擦係数は後向き振れまわりを増長するが、接触減衰力は振れまわり方向に対してネガティブに働く。したがって接触ばね定数の影響は振れまわり方向によって異なってくる場合が多い。また接触ばね定数の影響は摩擦係数、接触減衰係数の関係で大きく変わってくることになる。今回の条件下では接触減衰係数の影響が大きいために接触ばね定数の増加は接触減衰係数の減少と同じ傾向を示した。

h) ロータ、ケーシングの心ずれの影響

実験における特殊な場合として、ロータ、ケーシングの原点が大きくずれていると(本実験における条件下ではクリアランスの 60%程度)発散型後向き振れまわりを起しやすという傾向が見られた。これはロータの振れまわり円軌道とケーシングの内円が同心円に無い場合、図 5 に示すように接触時の接触力が後向き振れまわり方向に働き、極めて大きな摩擦係数と同等の働きをするためである。このことは条件によっては摩擦係数だけでなく接触力も後向き振れまわりの原因になり得ることを示している。

(a) With Gap of Central Axis (b) Concentric Circle
Fig.5 Effect of Gap of Central Axis of Rotor and Casing

これまでの議論より接触時、回転軸系の振れまわり挙動に直接影響を与えるのは摩擦係数、接触力、接触減衰力など、接触時に生じる力であり、様々なパラメータはこれらの力に影響を与えることによって間接的に振れまわり挙動に関わっていることがわかる。またこれらのパラメータの影響はそのパラメータ単独での影響ではなく、その他のパラメータとも複雑に絡み合っており、必ずしも上記のような結果が得られる訳ではない。これらのパラメータがお互いにどのような関係を持ち、上記の3つの力に影響を与えるかを明確にすることによって、回転軸の接触振動に対する理解が更に深まると考えられる。

5. 結 論

回転軸系の接触による振動挙動において実験及びシミュレーションによって以下の結論を得た。

- ロータは系の状態により①円軌道型前向き振れまわり、②楕円軌道型前向き振れまわり、③楕円軌道型後向き振れまわり、④円軌道型後向き振れまわり、⑤発散型後向き振れまわり、の挙動を示す。この中で⑤は大振幅を伴う発散的な挙動であり極めて危険である。
- これらの挙動を決定付ける要因は接触力、摩擦係数、接触減衰力などの力である。系の様々なパラメータはこれらの力を刺激することによって間接的に挙動に影響を与える。特徴的に後向き振れまわり挙動を増長するものとして、
 - ・ 摩擦係数が多い
 - ・ 質量比が小さい
 - ・ ケーシング減衰比が小さい
 - ・ ロータ、ケーシングの心ずれが多い
 ことが上げられる。その他のパラメータは互いに複雑に絡み合うことにより様々な傾向を見せる。

参 考 文 献

- (1) 矢鍋 他, 機論C編 65 巻 634 号(1999-6), 51-57
- (2) 長松 他共著, ダイナミクスハンドブック, 朝倉書店, 第 15 章
- (3) F.F.Ehrich, ASME Journal of Engineering for Industry November 1969, P1025