弾性棒を備えた回転体の動的安定性*

大塚 芳 臣^{*1}, 陣 内 靖 介^{*2}
長 田 隆^{*2}, 井 上 昌 信^{*2}

Dynamic Stability of a Rotor Equipped with Flexible Cantilever Beams

Yoshiomi OHTSUKA^{*3}, Yasusuke JINNOUCHI,
Takashi NAGATA and Masanobu INOUE^{*3}Department of Mechanical Engineering, Nishinippon Institute of Technology,
1633 Aratsu, Kanda-cho, Miyako-gun, Fukuoka, 800-0394 Japan

There is a possibility that a rotor equipped with slender pendulums and flexible booms exposes a risk of its intense self-excited whirling and its attitude instability in a certain region of rotation speed. In previous paper we analyzed and experimented dynamic stability of a translation whirling motion of a rotor equipped with cantilever beams. We obtained the following conclusions by neglecting of an effect of centrifugal force acting on the beam. The system can become unstable when a rotational speed of an axis is nearly equal to a sum of the critical speed of a rotor without beams and the first mode natural frequency of a beam. Any higher mode vibration of a beam does not cause a self-excited vibration in the system. A mode of vibration of a beam changes under centrifugal force when the rotor is rotating. In this paper we investigated the natural mode under the force and how the change of the mode exert an influence on instability of the system, by using the Galerkin method and the Order N method developed by one of the authors. It was found that even the unstable region of the system, which is simply derived from the neglect of an effect of the centrifugal force, is accurate enough for practical purposes.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Vibration of Continuous System, Stability, Self-Excited Vibration, Rotor Containing Movable Masses, Flexible Cantilever Beam, Order N Algorithm

1. は じ め に

長い振り子や弾性ブームを取付けた回転体は、液体を内蔵する中空回転体系と同様に、ある回転数域で激しい自励ふれまわりや姿勢不安定を引起こす危険性がある。この事例としては、soft in-plane ロータを持つヘリコプタ特有の地上共振や空中共振がよく知られている⁽¹⁾。これは数秒のうちに機体を破壊し得る非常に危険な自励振動である。試料保持容器を回転軸にピン支持した、いわゆる Swing Arm 形の遠心分離機⁽²⁾や振り子を利用した自動平衡装置⁽³⁾でも同種の自励振動が起きる。弾性ブームによる回転体の姿勢不安定の例は米国初の人工衛星 Explorer I のアンテナによる予期に反した短軸まわりの回転がある。最近でも1995年に打上げられた細長い弾性ブームを持ち、長軸まわりに定回転するカナダのテザー衛星 ODEPUS-C のスピン不安定が報告された⁽⁴⁾。

著者らは、液体内蔵回転軸系⁽⁵⁾、物理振り子を備えた回転軸系⁽²⁾⁽³⁾、環状空洞内に転動球を入れた回転軸

系⁽⁶⁾など可動質量を有する回転軸系の動的安定性についての研究を行った。回転体のこの種の自励振動は回転軸の擾乱的なふれまわりがブームや振り子等の可動質量の振動を誘起し、それによって発生した不釣り合い力が軸のふれまわりを成長・持続させるという正帰還の力学構造によって引起こされると考えられる。

風力発電用の風車やヘリコプタの stiff in-plane ロータは長い弾性ブームを備えた回転体と考えてよい。これらの不安定振動事例の報告はまだ見当たらないが、地球環境保全の面からも発電用風車の普及と高性能化が期待される今日、この種の系の動的安定性における解明は学術的にも意義があると思われる。

以上のような背景から、先に片持ばりを備えた回転軸のふれまわりの並進モードの動的安定性について、ロータが回転する場合の遠心力によるはりの効果を無視した解析と実験を行い次の結論を得た⁽⁷⁾。系が不安定となるのは、はりを除いたロータの危険速度とはりの1次固有振動数との和にほぼ等しい領域である。はりの2次以上の高次振動モードは系に自励振動を引起こさない。

本研究では、はりのモードは遠心力によっても変化するから、Galerkin 法による解析と著者の一人が開発した Order N 法⁽⁸⁾による数値計算を行い、遠心力

* 原稿受付 2000年6月14日。

^{*1} 正員、西日本工業大学(☎800-0394 福岡県京都市都府町新津1633)。^{*2} 正員、九州工業大学(☎804-0015 北九州市戸畑区仙水1-1)。
E-mail: ootuka@mec.nishitech.ac.jp

が作用する場合のはりの固有モードとそのモード変化が系の不安定にどのように影響するか検討した。

遠心力が作用する場合のはりの1次モードを遠心力が作用しない場合のはりの1次から3次基準関数の1次結合で表し解析した結果、系の不安定領域の予測に対し、遠心力の影響を無視した簡便な方法⁽⁷⁾でも実用上十分な精度で予測することができることを示した。

おもな記号

- A_0 : ロータ振幅
 c : ロータの減衰係数
 c_1 : 片持ばりの単位質量当たりの減衰係数
 EI : 片持ばりの曲げ剛性
 $f_r(x)$: 遠心力が作用しない場合の片持ばりの r 次基準関数
 I_0 : ロータの重心まわりの慣性モーメント
 I_i : i_z は片持ばりの微小部分 dm を薄板と考えたとき、 X, Y 平面に垂直な Z 方向まわりの回転半径 $= mi_z^2$
 k : 系のばね定数
 l : 片持ばりの長さ
 M : 系の全質量 $= M_0 + nm$
 M_0, m : ロータと片持ばりの質量
 n : 片持ばりの個数
 $O-XY$: 系の静止座標
 $O_i-x_iy_i$: たわみのない状態で片持ばりの中立軸に固定された動座標系
 q : 軸に固定された動座標系から見たロータの相対角速度 $= \omega - \Omega$
 R : ロータ半径
 X, Y : ロータ変位の X, Y 成分
 $u_s(x)$: 遠心力が作用する場合の片持ばりの s 次基準関数
 y_i : i 番めの片持ばりのたわみ
 β_r : 遠心力が作用しない場合の片持ばりの r 次モードの固有振動数
 γ_i : i 番めの片持ばりの取付位置 $= 2\pi(i-1)/n$
 λ_s : 遠心力が作用する場合の片持ばりの s 次モ

Fig. 1 System to be analyzed

ードの固有振動数

- Ω : 系の円振動数
 Ω_0 : 片持ばりを排除したロータの固有円振動数
 ρA : 片持ばりの単位長さ当たりの質量
 ω : ロータ軸の角速度
 ω_1 : 不安定領域におけるロータ軸の中心的角速度

2. 理論解析

2.1 系の運動方程式 断面が一樣な片持ばりを複数個取付けたロータが並進モードでふれまわっている場合を考える。解析で使用した座標系を図1に示す。

$O-XY$ は静止座標系、 $O_i-x_iy_i$ はたわみのない状態で片持ばりの中立軸に固定された動座標系である。図1に示すようにロータは一定の角速度 ω で軸回転しながら、静止点 O を中心に水平面上を、変位 X, Y でふれまわっている。ロータの質量は M_0 、重心まわりの慣性モーメントは I_0 である。

ロータには長さ l の n 個の片持ばりが円周上に等間隔に取付けられ、ロータの回転平面内のみ振動する。各はりの質量、密度、断面積はそれぞれ m, ρ, A である。

ロータに不釣合いはなく、ばねは線形とする。また、ロータとはりの変位は小さく、はりのたわみによる回転慣性の項は無視した。

運動エネルギー T 、ポテンシャルエネルギー V 、散逸関数 F は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} M_0 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + \frac{n}{2} I_i \omega^2 + \sum_{i=1}^n \frac{\rho A}{2} \int_0^l \left[\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \left\{ \omega(R+x_i) + \frac{\partial y_i}{\partial t} \right\}^2 + \omega^2 y_i^2 \right. \\
 & - 2 \dot{X} \left\{ \left[\omega(R+x_i) + \frac{\partial y_i}{\partial t} \right] \sin(\omega t + \gamma_i) + \omega y_i \cos(\omega t + \gamma_i) \right\} + 2 \dot{Y} \left\{ \left[\omega(R+x_i) + \frac{\partial y_i}{\partial t} \right] \cos(\omega t + \gamma_i) \right. \\
 & \left. \left. - \omega y_i \sin(\omega t + \gamma_i) \right\} - \omega^2 (R+x_i) \int_0^{x_i} \left(\frac{\partial y_i}{\partial \xi} \right)^2 d\xi \right] dx_i \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

$$V = \frac{1}{2} k (X^2 + Y^2) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial x_i^2} \right)^2 dx_i \dots\dots\dots (2)$$

$$F = \frac{1}{2} c (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} c_1 \sum_{i=1}^n \rho A \int_0^l \left(\frac{\partial y_i}{\partial t} \right)^2 dx_i \dots\dots\dots (3)$$

ただし、運動エネルギー T の最後の項ははりのたわみによるはり要素の回転軸への接近効果を考慮した運動エネルギーの補正項であり、その x_i に関する被積分関数ははりの単位長さ当たりの遠心力の仮想仕事から求めたものに等しい。簡単のため、今後 x_i を x 、微分演算子 $\partial/\partial x$ を記号「 $'$ 」で表す。

Hamilton の原理より、系の運動方程式はロータの変位とはりのたわみが小さいとし 2 次以上の微小量が無視すると次のように導かれる。

$$M\ddot{X} + c\dot{X} + kX = \sum_{i=1}^n \rho A \int_0^l \{ (\ddot{y}_i - \omega^2 y_i) \sin(\omega t + \gamma_i) + 2\omega \dot{y}_i \cos(\omega t + \gamma_i) \} dx \dots\dots\dots (4)$$

$$M\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY = \sum_{i=1}^n \rho A \int_0^l \{ -(\ddot{y}_i - \omega^2 y_i) \cos(\omega t + \gamma_i) + 2\omega \dot{y}_i \sin(\omega t + \gamma_i) \} dx \dots\dots\dots (5)$$

$$\ddot{y}_i + c_1 \dot{y}_i - \omega^2 y_i + \frac{EI}{\rho A} y_i'''' - \frac{1}{2} \omega^2 \{ (R+l)^2 - (R+x)^2 \} y_i' = \ddot{X} \sin(\omega t + \gamma_i) - \ddot{Y} \cos(\omega t + \gamma_i) \\ (i=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $y_i(t, x)$ は次の境界条件を満足する。

$$y_i(t, 0) = y_i'(t, 0) = y_i''(t, l) = y_i'''(t, l) = 0 \dots\dots (7)$$

ロータが回転し遠心力が作用する場合の自由振動ではりの s 次の基準振動 y_i を

$$y_i(t, x) = u_s(x) \sin \lambda_s t$$

と置き、はりの運動方程式 (6) の同次方程式に代入すると遠心力が作用する場合のはりの s 次基準関数 $u_s(x)$ に関する次の方程式が導かれる。ただし、 λ_s は s 次固有振動数である。

$$\frac{EI}{\rho A} u_s'''' - \frac{1}{2} \omega^2 \{ (R+l)^2 - (R+x)^2 \} u_s' - (\lambda_s^2 + \omega^2) u_s = 0 \\ u_s(0) = u_s'(0) = u_s''(l) = u_s'''(l) = 0 \\ (s=1, 2, \dots, \infty) \dots\dots\dots (8)$$

また、式 (8) の第 1 式に u_r を掛けた式と第 1 式で $s=r$ と置き u_s を掛けた式をそれぞれ差引いて、0 から l まで積分し、3 回の部分積分を行い、境界条件の第 2 式を用いれば次の関係式が導かれる。

$$(\lambda_s^2 - \lambda_r^2) \int_0^l u_s u_r dx = 0 \quad (s \neq r) \dots\dots\dots (9)$$

上式より、遠心力が作用しない場合のはりの基準関数と同様、ロータが回転し遠心力の作用を受ける基準関数は直交関係を満たす。

2.2 はりの固有振動数と固有モード

2.2.1 Galerkin 法による解析 ロータが回転し、遠心力の影響を受けるはりの s 次基準関数 u_s を求めるために、遠心力が作用しない場合のはりの r 次の基準関数 f_r を導入する。 u_s を f_r の 1 次結合の形

$$u_s(x) = \sum_{r=1}^N a_r f_r(x)$$

で表すと Galerkin 法によりモード振幅 a_r に関する次の連立 1 次同次方程式を得る。

$$(\lambda_s^2 - \beta_s^2 + \omega^2) a_s - \sum_{r=1}^N \frac{F_{sr}}{2D_s} \omega^2 a_r = 0$$

$$(s=1, 2, \dots, N)$$

$$D_s = \int_0^l f_s^2 dx$$

$$F_{sr} = \int_0^l \{ (R+l)^2 - (R+x)^2 \} f_s' f_r' dx \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 β_r は遠心力が作用していないときのはりの r 次固有振動数で、 f_r と β_r は次のような条件を満足する。

$$\frac{EI}{\rho A} f_r'''' = \beta_r^2 f_r \quad (r=1, 2, \dots, \infty) \\ f_r(0) = f_r'(0) = f_r''(l) = f_r'''(l) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

自明でない解を得るには、式 (10) より

$$|\mathbf{B} - \lambda_s^2 \mathbf{E}| = 0 \dots\dots\dots (12)$$

を満足しなければならない。ただし、 $\mathbf{E}$ は単位行列、

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \end{bmatrix} \\ b_{sr} = \begin{cases} \frac{F_{sr}}{2D_s} \omega^2 & (s \neq r) \\ \left(\frac{F_{ss}}{2D_s} - 1 \right) \omega^2 + \beta_s^2 & (s = r) \end{cases}$$

これは行列 $\mathbf{B}$ に関する固有値問題に帰する。このとき、モード振幅 a_r ($r=1, 2, \dots, N$) は固有ベクトルで表されるから、遠心力が作用しているときの基準関数 u_s を求めることができる。

遠心力が作用しているときの s 次固有振動数 λ_s は、その固有値より求めることができるが、 F_{sr} ($s \neq r$) は F_{ss} に比較して非常に小さいので F_{sr} を無視すれば、軸回転数 ω が極端に大きくないとき λ_s は近似的に次のように表すことができる。

$$\lambda_s \cong \sqrt{\left(\frac{F_{ss}}{2D_s} - 1 \right) \omega^2 + \beta_s^2} \quad (s=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots (13)$$

ロータが回転し遠心力の作用を受けるはりの1次基準関数 u_1 を遠心力が作用しない場合の1次から3次モードの基準関数 f_1, f_2, f_3 の1次結合で近似したとき、式(12)より得られたはりの1次固有振動数 λ_1 およびモード振幅 a_1, a_2, a_3 と軸回転数 ω の関係を図2の実線に示す。計算に使用した数値は文献(7)の実験条件と同じ値を用いた。その条件と実験装置の概略を表1と図3に示す。

遠心力が作用する場合のはりの1次基準関数 u_1 は遠心力が作用しない場合の高次モード f_2, f_3 の影響を含むが、その量ははりの長いところでモード振幅 a_1 に対し a_2 で約14%、 a_3 で約5%とかなり小さい。はりの1次固有振動数 λ_1 は軸の回転が速くなるとほぼそれに比例して増加する。

ロータが回転し、遠心力を受けるはりの1次基準関数 u_1 を図4に示す。軸の角速度が上がるにつれて u_1 は一定の形に近づく。

Table 1 Experiment condition

Mass of rotor M_0	756 g
Hub radius of rotor R	40 mm
Critical speed of rotor Ω_0	1.8 Hz
Density of beam ρ	4.58 g/cm ³
Area of cross section of beam A	3.14 mm ²
Young's modulus of beam E	360 N/mm ²
Second moment of area of beam I	0.785 mm ⁴
Number of beam n	4

Fig. 2 First natural frequency and mode amplitude of beam attached to rotating rotor

2.2.2 Order N 法による数値計算 Galerkin 法では、遠心力の作用を受ける片持ばりの1次モードを遠心力の作用を受けない片持ばりの基準関数の線形結合で近似した。遠心力の作用を受けるはりのモードをより忠実に表現できる Order N 法⁽⁸⁾と比較検討する。Order N 法は、運動学や動力学的漸化的記述と加速度項に関して陽な運動方程式が直接得られるという特徴を有し、変形された d'Alembert の原理に基づいて定式化された効率のよい手法である。

一般にシステムの自由度を N とすれば N^3 のオーダーの計算量を要するが、Order N 法は N のオーダーで計算することができ、システムを表す関数 ($M_i, \bar{G}_i, P_i^u, P_i^c, \bar{p}_i^c, i=1, 2, \dots, N$) をユーザが定義するだけで解析できる。ただし、 M_i は質量マトリックス、 $\bar{G}_i$ は力の総計ベクトル、 $P_i^u, P_i^c, \bar{p}_i^c$ はシステムの拘束を表す行列とベクトルである。

本計算でははりを n_b 個に分割し、各要素は図5に示すように二つの剛体から成り、左端から ξ_0 のところで回転ばねとピンで連結されている。 l_i は要素の長さ、 θ_i^L, θ_i^R は静止座標から見た二つの剛体の回転角で、

Fig. 3 Experiment apparatus

Fig. 4 First mode of beam attached to rotating rotor

$\Delta\theta_i = \theta_i^R - \theta_i^L$ である。 $\Delta\delta_i$ は右部先端の y_i 方向の変位, M_i^L, M_i^R は要素の両端に作用する曲げモーメントである。このとき片持ばりの関係から

$$\Delta\theta_i = \frac{M_i^R l_i}{EI}, \quad \Delta\delta_i = \frac{M_i^R l_i^2}{2EI} \quad (14)$$

また, 図5から

$$\Delta\delta_i = (1 - \eta_0) l_i \sin \Delta\theta_i \quad (15)$$

ただし, $\eta_0 = \xi_0 / l_i$ 。したがって, 式(14), (15)より

$$\eta_0 = 1 - \frac{\Delta\theta_i}{2 \sin \Delta\theta_i} \quad (16)$$

すなわち, $\Delta\theta_i$ が小さいときヒンジの位置 $\eta_0 \cong 1/2$ である。

ロータの軸を原点 O に固定しふれまわりのない状態で, 軸回転のみ行った場合の数値計算で得られたはりのたわみから, 最小二乗法によりモード振幅 a_1, a_2, a_3 を求めた結果を図2の破線に示す。これらのモード振幅よりロータが回転し遠心力の作用を受ける場合の1次基準関数 u_1 は図4の実線とほとんど一致するため区別できない。これらの図に示すように, Order N 法による数値計算結果と Galerkin 法による解析結果を比較するとよく一致している。

最小二乗法では関数の積分が必要となるが, Simpson の公式を用いて数値積分を行った。はりの分割数 n_b は, ロータ静止時の遠心力が作用しない場合の基準関数 $f_i(x)$ の結果がこれ以上分割数を増やしてもさほど影響を与えない数 $n_b = 14$ とした。

2.3 系の振動数方程式と不安定領域 図6に示すように, ロータが振幅 A_0 , 振動数 Ω で小さな調和振動するとき

$$X = A_0 \cos \Omega t, \quad Y = A_0 \sin \Omega t$$

粘性の項を無視すれば系の運動方程式(4)から(6)は次のように書き直すことができる。

$$A_0(k - \Omega^2 M) \cos \Omega t = \sum_{i=1}^n \rho A \int_0^{l_i} \{ (\ddot{y}_i - \omega^2 y_i) \times \sin(\omega t + \gamma_i) + 2\omega \dot{y}_i \cos(\omega t + \gamma_i) \} dx \quad (17)$$

Fig. 5 Element of beam

$$A_0(k - \Omega^2 M) \sin \Omega t = \sum_{i=1}^n \rho A \int_0^{l_i} \{ -(\ddot{y}_i - \omega^2 y_i) \times \cos(\omega t + \gamma_i) + 2\omega \dot{y}_i \sin(\omega t + \gamma_i) \} dx \quad (18)$$

$$\ddot{y}_i - \omega^2 y_i + \frac{EI}{\rho A} y_i'''' - \frac{1}{2} \omega^2 [\{ (R + l)^2 - (R + x)^2 \} y_i]' = -A_0 \Omega^2 \sin(qt + \gamma_i) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

ただし, $q = \omega - \Omega$ である。先に求めた遠心力が作用するときの s 次基準関数 u_s を用いて, はりの運動方程式(19)に $y_i = d_s A_0 u_s(x) \sin(qt + \gamma_i)$ を代入し Galerkin 法を用いると次の方程式を得る。

$$d_s(\lambda_s^2 - q^2) \int_0^{l_i} u_s^2 dx + \Omega^2 \int_0^{l_i} u_s dx = 0 \quad (s=1, 2, \dots, \infty) \quad (20)$$

これから

$$d_s = \frac{\Omega^2 H_s}{(q^2 - \lambda_s^2) G_s} \quad (21)$$

$$G_s = \int_0^{l_i} u_s^2 dx, \quad H_s = \int_0^{l_i} u_s dx$$

を得る。式(21)を用いてロータの運動方程式(17), (18)に調和バランス法を用いると

$$\Omega_0^2 - \Omega^2 = -\frac{\mu \Omega^4}{(q^2 - \lambda_s^2)} \quad (22)$$

ただし,

$$\Omega_0 = \sqrt{k/M_0}, \quad \mu = \frac{nmH_s^2}{2MIG_s}$$

式(22)の左辺は, ロータの慣性力とばね力(ロータ力), 右辺はロータに作用するはりの慣性力(はり力)を表す。この式はロータ力とはり力の釣合いを要求する式であるが, 系の固有振動数 Ω を与える振動数方程式でもある。式(22)は Ω に関する4次方程式で, 解 Ω がすべて実根ならば系は安定であり, もし共役

Fig. 6 Motion of rotor and beam in translation mode

な複素根をもつならば系は不安定となり自励振動が発生する危険性がある⁽⁷⁾。

不安定領域の中心的な軸回転数 ω_1 は

$$\omega_1 \cong \Omega_1 + \lambda_s \quad \dots\dots\dots (23)$$

ただし,

$$\Omega_1 = \frac{\mu\omega + \sqrt{\mu^2\omega^2 + (1-\mu)(\Omega_0^2 + \mu\lambda_s^2 + 3\mu\omega^2)}}{1-\mu}$$

Ω_1 は高回転数域における系の1次固有振動数である。多くの場合 $\mu \ll 1$ であるから $\Omega_1 \cong \Omega_0$ 。

軸回転数が高くなるほど λ_s の値は高くなるから、はりの高次モードの振動において、通常安定の十分条件 $\lambda_s > \omega$ ($s \geq 2$) を満たすから系は安定となる。それゆえ、系が不安定となる危険性があるのははりの1次振動モードのみであると考えられる。したがって、式(23)は次のように書き直される。

$$\omega_1 \cong \Omega_0 + \lambda_1 \quad \dots\dots\dots (24)$$

すなわち、軸回転数がはりを排除したロータの危険速度 Ω_0 と遠心力の作用を受けるはりの1次固有振動数 λ_1 との和にほぼ等しくなる領域で系は不安定となる。

図7に系の不安定領域を示す。実線で挟まれた部分は方程式(22)から得られた不安定領域、すなわち遠心力が作用する場合のはりの1次基準関数 u_1 を遠心力が作用しない場合の基準関数 f_1, f_2, f_3 の1次結合で表して得られた不安定領域である。一点鎖線は式(24)から得られた不安定領域の中心的な軸回転数を示す。

破線で挟まれた部分とI印は、 u_1 を f_1 のみで表した場合の不安定領域と実験で求めた不安定領域をそれぞれ示す⁽⁷⁾。8印はOrder N法により運動方程式(4)~(6)をシミュレーションして得られた場合の不安定領域を表す。

実線部と破線部を比較すると、不安定領域にほとんど差はない。後者の場合はりが長いところで約6%不安定領域が狭くなっている程度である。この理由は2・2・1項で述べたように、 u_1 の近似に関するモード振幅 a_2, a_3 の影響は a_1 に比べて小さく、不安定領域の決定に直接関係する係数 H_s, G_s はそれぞれ積分と二乗されることにより求められるから a_2, a_3 の影響がさらに小さくなるためである。したがって f_1 のみで近似した u_1 を使用した簡便な方法でも、実用上十分な精度で不安定領域を予測することができる。

実線部は実験およびOrder N法の結果と比較的よく一致している。

3. 結 論

柔軟な片持ばりを備えた回転軸のふれまわりの並進

Fig. 7 Unstable region of system

モードの動的安定性について、遠心力が作用する場合のはりの1次モードを、遠心力が作用しない場合のはりの1次から3次の基準関数の1次結合で近似したGalerkin法による解析とOrder N法による数値計算を行い、はりの固有モードについて検討し、系の不安定領域を求めた。解析にあたりロータの変位とはりのたわみは小さいとして、運動方程式の2次以上の微小項とはりのたわみによる回転慣性の項は無視した。その結果をまとめると次のようである。

ロータが回転し、遠心力が作用する場合のはりの1次固有振動数とそのモードはGalerkin法による解とOrder N法による数値解においてよく一致した。

遠心力が作用する場合のはりの1次モードを、遠心力が作用しない場合のはりの1次基準関数のみで近似した簡便な方法でも、はりの長い場合系の不安定領域をわずかに狭く評価するが、実用上十分な精度で不安定領域を予測することができる。

文 献

- (1) 加藤寛一郎・今永勇生, ヘリコプタ入門, (1989), 192-196, 東京大学出版会。
- (2) 陣内靖介・ほか2名, 機論, **65**-632, C(1999), 1346-1351。
- (3) Kubo, S., ほか3名, *Bull. JSME*, **29**-249(1986), 924-928。
- (4) Vigneron, F. R., ほか3名, *J. Spacecraft Rockets*, **34**-5(1997), 662-669。
- (5) Jinnouchi, Y., ほか3名, *Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol.*, **111**(1989), 450-456。
- (6) 井上順吉・ほか3名, 機論, **45**-394, C(1979), 646-652。
- (7) Jinnouchi, Y., ほか3名, *Proc. of APVC'95*, Vol. 1.2(1995), 486-491。
- (8) Nagata, T., "Dynamics of Flexible Multibody System: A Formulation with Applications", *Ph. D. Thesis*, (1995), 14-51, 182-194, The University of Tokyo。