インピーダンスマッチングによる層構造物の制振制御*

長瀬 賢二^{*1}, 早川 義一^{*1}Active Vibration Control of a Multi-Story Structure
by Impedance MatchingKenji NAGASE^{*2} and Yoshikazu HAYAKAWA^{*2} Graduate School of Engineering, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

This study considers active vibration control of a multi-story structure which consists of bar-connected masses repeated in the vertical direction with active mass drivers installed on the top. As an alternative to the vibration mode approach, the traveling wave approach is applied. To implement the impedance matching controller which is proposed for a damped mass-spring system, the loop shaping design procedure is used to consider the dynamics of the actuator and the sensor noise. The designed controller has similar properties of the impedance matching controller, that is, it is efficient for the disturbance at any position and the towers with any stories. Experimental results are shown to evaluate efficiency.

Key Words: Active Vibration Control, Wave Control, Impedance Matching, Loop Shaping, Flexible Structure

1. 緒言

高層建築物や宇宙構造物などの長大化や軽量化などの要求を背景に、柔軟構造物のアクティブ振動制御は重要な研究課題となっている⁽¹⁾⁽²⁾。これらの技術が実用化の段階を迎える一方で、柔軟化が進む構造物に対し、多数のモードの制御に伴う問題、例えば、高次モードまでのモデル化の難しさ、設計に要する労力、パラメータ変動に対するロバスト性などの問題も指摘されている⁽⁴⁾。振動モードに着目したモード制御法に対し、進行波に着目した波動制御法は、物理パラメータの変動に強い、多数のモードの制振へ適応が期待できる、構造物全体での振動抑制ができるなどの好ましい特徴を持つ⁽⁴⁾。一方で、進行波による解析をもとにしているため、理論的に適応可能な対象が限られており(ほとんどは一様な構造物)、また、アクチュエータの特性を考慮して導かれていないので、現実にもどのように実装していくのか等、実用化に伴う課題も多い。

本研究では、動吸振器を用いた層構造物の制振問題に対し、一様なマス・ばね・ダンパ系に対して得られているインピーダンスマッチングコントローラを利用したコントローラの設計法について述べる。インピーダンスマッチングコントローラにはアクチュエータの特性が考

慮されていないが、層構造物への適用を考えた場合、振動の抑制に加えて、ドリフト防止のために動吸振器の位置の制御をしなくてはならない。評価関数として反射係数を選び、 H_∞ 制御などの枠組みでアクチュエータを含めて新たにコントローラ全体を設計することも可能であるが、設計の労力は大きく、重みの設定によってはインピーダンスマッチングコントローラが持っていた優れた特性が失われてしまう可能性がある。本研究では、コントローラが、観測量に対応して塔の制振用と動吸振器の位置制御用コントローラの和とみなせることに着目し、制振用にはインピーダンスマッチングコントローラをそのまま用い、動吸振器の位置制御用のコントローラのみを設計する。本手法は位置制御用コントローラのゲインの大きさを周波数帯域によって指定するのみの簡便な設計法である。閉ループ系の安定化には正規化既約分解表現に基づくループ整形法⁽³⁾を利用する。得られたコントローラがインピーダンスマッチングコントローラを持つ、外乱の位置の変化や層の数の変化に強く、また、どの層の振動も抑制するという特徴を保持していることを、数値的ならびに実験的にも確認する。

本論文の構成は以下の通りである。第2章では一様なマス・ばね・ダンパ系に対するインピーダンスマッチングコントローラについて簡単に述べ、第3章では本研究で用いる層構造物の概要とモデル化について述べる。第4章ではインピーダンスマッチングコントローラを利用したコントローラの設計法について述べ、第5章で

* 原稿受付 2000年6月26日。

^{*1} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市中種区不老町)。

E-mail: nagase@nuem.nagoya-u.ac.jp

実験結果を示す。第6章はまとめと今後の課題である。

2. マス・ばね・ダンパ系のインピーダンスマッチングコントローラ

本章では、次章で利用するインピーダンスマッチングコントローラの概要について簡単に述べる。詳細は文献(4)(5)を参照されたい。

Fig.1: Damped mass-spring system

図1のように、等しいマス $m[\text{Kg}]$ 、バネ $k[\text{N/m}]$ 、ダンパ $c[\text{Ns/m}]$ が一方方向に n 個連なった機械系の振動制御を考える。左端は固定されており、右端は自由端、左から i 番目の質点の変位を $x_i(t)[\text{m}]$ とする。 $u(t)[\text{N}]$ は右端に加える制御入力である。 k 番目の質点の速度を $v_k(= \dot{x}_k)$ 、 k 番目の質点が右側から受ける力を f_k (左方向を正) とすれば、 k 段目と $k+1$ 段目の速度と力の関係は、 $Z(s) := s/(cs + k)$ 、 $Y(s) := ms$ として、漸化式

$$\begin{bmatrix} v_{k+1}(s) \\ f_{k+1}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -Z(s) \\ -Y(s) & 1 + Z(s)Y(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k(s) \\ f_k(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

により表される。なお、記号 “:=” は”定義”を表す。上式を係数行列の固有ベクトルから構成される行列により変数変換

$$\begin{bmatrix} v_k(s) \\ f_k(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^-(s) & Z^+(s) \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_k^-(s) \\ f_k^+(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし、

$$Z^+(s) := -\frac{Z(s)}{\lambda_2(s) - 1}, \quad Z^-(s) := \frac{Z(s)}{\lambda_1(s) - 1} \quad (3)$$

を行うと、漸化式は

$$\begin{bmatrix} f_{k+1}^-(s) \\ f_{k+1}^+(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1(s) & 0 \\ 0 & \lambda_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_k^-(s) \\ f_k^+(s) \end{bmatrix} \quad (4)$$

と非干渉化される。ただし、 $\lambda_1(s)$ 、 $\lambda_2(s)$ は漸化式の係数行列の特性多項式

$$p(s) = \lambda^2 - (2 + Z(s)Y(s))\lambda + 1 \quad (5)$$

の根である。複素上半面内の根を $\lambda_1(s)$ とすれば、 $f_k^+(s)$ は k の正方向進む進行波 (入射波)、 $f_k^-(s)$ は k の負方向

に進む進行波 (反射波) であり⁽⁵⁾、力 $f_k(s)$ はこれらの和によって表すことができる。同様に、速度 $v_k(s)$ についても反射波 $v_k^-(s)$ と入射波 $v_k^+(s)$ が定義でき (式(2)の右辺1行目の各項)、それらの和によって表すことができる。反射波と入射波の比は反射係数と呼ばれる。右端の力を $u = K(s)\dot{x}_n$ によって与えることを考えると、速度の反射係数は

$$\rho_n^v(s) := \frac{v_n^-(s)}{v_n^+(s)} = \lambda_2(s) \frac{1 - Z^+(s)K(s)}{1 + Z^-(s)K(s)} \quad (6)$$

である。式(6)より、 $K(s) = K^+(s) := 1/Z^+(s)$ とすれば $\rho_n^v(s) = 0$ であるから、反射波をなくす、すなわち、 $K^+(s)$ によりインピーダンスマッチングが達成される。

注1) 右端で反射波がなくなることは、 $f_n^-(s) = 0$ であることを意味する。式(4)からわかるように、このときすべての位置で $f_k^-(s) = 0$ となるから、どの位置でも反射波はなくなる。このことから、どの質点に入る外乱に対してもどの位置においても制振の効果が期待できる。また、 $K^+(s)$ は位置 k に依存しないので、質点数が変わっても同じコントローラで対応できる。さらに、 $K^+(s)$ のゲイン特性はピークなどをもたずなめらかであり、パラメータの変化にも比較的強い⁽⁴⁾。

注2) 式(3)からわかるように、インピーダンスマッチングコントローラ $K^+(s)$ は、特性多項式(5)の根を含むため s の有理関数ではない。実際、

$$K^+(s) = -\frac{cs + k}{s} \left(\frac{1}{2} \frac{ms^2}{cs + k} - \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2} \frac{ms^2}{cs + k}\right)^2 - 1} \right)$$

である*。しかしながら、 $Z^+(s)$ の持つ性質⁽⁵⁾により、 $s = j\omega$ の周波数応答から最小2乗法などを利用して、比較的低次の正実な有理関数により近似できる。

3. モデル化

本研究では、図2のような層構造物の振動制御を考える。それぞれの層は板状のバネで結合されており、振動は一方方向に限定されている。塔頂には二つの動吸振器が設置されており、一方を加振、他方を制振用に用いる。動吸振器の可動部のストロークは $20[\text{mm}]$ であり、リニアモータにより駆動される。構造物の高さは $895[\text{mm}]$ である。塔頂には加速度センサならびにモータ部にはポテンショメータが設置されている。図には3層構造を示してあるが、層の数は板バネを脱着することで2層、4層へと変えることが可能である。

本研究では前章で述べたインピーダンスマッチングコントローラをもとにコントローラを設計するため、各層の質量 $m[\text{Kg}]$ 、減衰係数 $c[\text{Ns/m}]$ 、バネ定数 $k[\text{N/m}]$

*平方根は虚数部を正にとる

Fig.2: Multi-story structure with AMD system

が等しいとして、図3のような設計用モデルを考える。 $\hat{m}[\text{Kg}]$ は塔頂のモータ等の質量、 $m_a[\text{Kg}]$ 、 $c_a[\text{Ns/m}]$ は

Fig.3: Control design model

動吸振器の質量および減衰係数、 $x_i(t)[\text{m}] (i=1,2,3)$ および $x_a(t)[\text{m}]$ は各層および動吸振器の変位を表す。制御入力力はリニアモータが発生する力 $u_a(t)[\text{N}]$ 、観測量は塔頂加速度 $\ddot{x}_3(t)$ ならびに動吸振器の塔頂に対する相対変位 $x_a(t) - x_3(t)$ である。 $w_3(t)[\text{N}]$ は塔頂に加わる外乱である。3層モデルに対する運動方程式は、

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + kx_1 + k(x_1 - x_2) = 0 \\ m\ddot{x}_2 + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k(x_2 - x_1) \\ \quad + k(x_2 - x_3) = 0 \\ (m + \hat{m})\ddot{x}_3 + c(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + c_a(\dot{x}_3 - \dot{x}_a) \\ \quad + k(x_3 - x_2) = w_3 - u_a \\ m_a\ddot{x}_a + c_a(\dot{x}_a - \dot{x}_3) = u_a. \end{cases} \quad (7)$$

となる。

塔部のモデルパラメータは、(1) 動吸振器を固定し、インパルスハンマで塔頂を加振しときの塔頂加速度の応

答から周波数応答を求め、サークルフィット法⁽⁶⁾により伝達関数を求め、(2) 得られた伝達関数を図3の設計用モデルで近似するため、(1) で得られた伝達関数と設計用モデルの伝達関数の係数を比較し、最小2乗法によりパラメータを決定した。動吸振器のパラメータ m_a 、 c_a については、塔頂を取り外して固定し、 u_a から $x_a - x_n$ への周波数応答から決定した。以上により、 $m = 4.57[\text{Kg}]$ 、 $c = 3.05[\text{Ns/m}]$ 、 $k = 1.69 \times 10^4[\text{N/m}]$ 、 $\hat{m} = 2.91[\text{Kg}]$ 、 $m_a = 0.136[\text{Kg}]$ 、 $c_a = 5.89[\text{Ns/m}]$ を得た。図4に、動吸振器固定時の塔頂外乱から塔頂加速度までの周波数応答のボード線図を示す。破線が実験、実線がモデル伝達関数であり、図左から2層、3層、4層構造物の応答である。構造物を等しいマス、ばね、ダンパで近似することによる誤差が若干見られるが、両者は比較的良く一致している。

4. コントローラの設計

本章ではインピーダンスマッチングコントローラを利用したコントローラの設計法について述べる。設計には中間モデルである3層構造物のモデルを用いる。

2章で述べたインピーダンスマッチングコントローラは速度から力を発生するものであり、アクチュエータの特性は考慮されていない。層構造物への適用を考えた場合、振動の抑制に加えて、ストロークの制約から動吸振器の位置の制御を行う必要があり、そのまま適用することはできない。しかしながら、 $u_a = K_1(s)\ddot{x}_3 + K_2(s)(x_a - x_3)$ であることに注意すると、 $K_1(s)$ は構造物の制振、 $K_2(s)$ はアクチュエータの位置の制御を行うものと考えられるので、ここでは、 $K_1(s)$ としてインピーダンスマッチングコントローラをそのまま利用し、 $K_2(s)$ のみを設計することを考える。本研究ではコントローラを

$$u_a = \hat{K}^+(s)I(s)\ddot{x}_3 + K_2(s)(x_a - x_3) \quad (8)$$

として設計を行う[†]。ここで、 $\hat{K}^+(s)$ はインピーダンスマッチングコントローラ $K^+(s)$ の6次の有理関数近似

$$\begin{aligned} \hat{K}^+(s) &= 3.05 \frac{(s + 55.29 \pm j104.13)(s + 10.18 \pm j120.95)}{(s + 8.29 \pm j119.9)(s + 36.51 \pm j103.98)} \\ &\quad \times \frac{(s + 111.10)(s + 5546.12)}{(s + 76.49 \pm j45.15)} \end{aligned}$$

である。図5に $K^+(s)$ (実線) および $\hat{K}^+(s)$ (破線) のボード線図を示す。実線と破線は一致しており、十分な近似が得られているといえる。なお、観測量は塔頂加速度であることから、高周波数域で積分器を近似する関数 $I(s)$ を導入した。本研究では、 $I(s) = 1/(s + 0.1)$ とした。このときの制御系を図6に示す。図中 G は、入力

[†] アクチュエータの特性を補償した上で $K_2(s)$ を設計することも可能であるが、ここではセンサノイズ等の影響を考慮してそのような補償は行わないこととした。

Fig.4: Bode plots of the multi-story structure: Experimental data(--) and Control design models(—)

Fig.5: Bode plots of K^+ (—) and $\hat{K}^+$ (--)

$[w_3 \ u_a]^T$, 出力 $[\ddot{x}_3 \ x_a - x_3]^T$ の前章設計用モデルである。容易に確認できるように, $K_2(s)$ のゲインを大きくすれば w_3 から $x_a - x_3$ までの伝達関数のゲインが小さくなり, 逆に小さくすれば $u_a \simeq K^+(s)\ddot{x}_3$ となるから, $K_2(s)$ のゲインを大きくすればアクチュエータの位置制御, 小さくすればインピーダンスマッチングの特性を持つコントローラとなる。すなわち, 要求に応じて $K_2(s)$ のゲインの大小をのみを与えればよい。本研究では, 1次モードの固有振動数と加速度計のノイズによる低周波数域での動吸振器のドリフト防止とのトレードオフから, $10[\text{rad/sec}]$ 以下の周波数では $K_2(s)$ のゲインを大きくしてアクチュエータの位置制御を優先し, それ以上の周波数ではゲインを小さくして構造物の制振を優先することとした。なお, フィードバック系の安定化は $K_2(s)$ により行う。よって, 入力 u_2 , 出力 $x_a - x_3$ のシステムを G^+ と表記すると (図6参照), G^+ が可安定, 可検出であるように $\hat{K}^+(s)$, $I(s)$ が選ばれていなくてはならない[†]ことに注意する。本研究の $\hat{K}^+(s)$, $I(s)$ は, この条件を満たしている。

本研究では正規化既約分解表現に基づくループ整形

[†] 近似の条件を適当に変更することにより, この条件を満たすように $\hat{K}^+(s)$, $I(s)$ を決めることはいつでも可能である。

Fig.6: Control system

法⁽³⁾を用いて $K_2(s)$ の設計を行った。この手法は, 図7(a)のように, 本来の制御対象 $G^+(s)$ に対し望みの開ループゲインを与えるための周波数重み $W_1(s)$, $W_2(s)$ からなる拡大形 $G_s(s)$ を構成し, $G_s(s)$ に対する安定化コントローラ $K_{2s}(s)$ を求める手法である。 $G^+(s)$ に対

Fig.7: Augmented plant for K_2

するコントローラは $K_2(s) = W_1(s)K_{2s}(s)W_2(s)$ として求める (図7(b)). $K_{2s}(s)$ によるループゲインの劣化は, 指定したループゲインが十分に大きい周波数帯域や十分に小さい周波数帯域では, H_∞ ノルムに依存したある値以下であることが保証されている⁽³⁾。本研究では, 前述の設計要求を考慮して

$$W_1 = 1, \quad W_2(s) = 10^5 \frac{1}{100s^2 + 14.14s + 1}$$

として設計を行った。 $W_2(s)$ はカットオフ周波数 $0.1[\text{rad/sec}]$ のバターワースフィルタである。

全コントローラ $K(s) := [\hat{K}^+(s)I(s) \ K_2(s)]$ は25次

であったが、実装を考慮して15次に低次元化した。図8に $K(s)$ (実線)と低次元化コントローラ $K_r(s)$ (破線)のボード線図を示す。低次元化による劣化は高周波域に限られている。また、制御後のアクチュエータ部の特性

Fig.8: Bode plots of $K(-)$ and $K_r(--)$

を図9に示す。図は $K_r(s)$ による制御後のアクチュエータ部(式(7)の第4式)の $\ddot{x}_3$ から u_a までの伝達関数(破線)と $\hat{K}^+(s)$ (実線)のボード線図である。図9から分かるように、動吸振器の位置の制御を優先した低周波域ではアクチュエータ部は $\hat{K}^+(s)$ の特性を持たないが、10[rad/sec]付近を境に、高周波域では破線と実線が一致しており、設計の目的に適っていることが確認できる。

Fig.9: $\hat{K}^+(-)$ and Moving mass with control(--)

コントローラ $K_r(s)$ による閉ループ系のゲイン特性を図10に示す。実線が閉ループ、破線が開ループの特性である。インピーダンスマッチングコントローラは、外乱の位置によらず優れた制振効果があること、ならびに、層の数に関係なく制振の効果があることから、その場合の特性についてもあわせて調べた。

(a) 設計モデルに対する特性

図10(a-1)は3層の設計用モデルの外乱 w_3 から塔頂加速度 $\ddot{x}_3$ への特性である。破線に比べて実線のゲインはなめらかでピークが抑えられており、振動が抑制されているのが確認できる。(a-2)は外乱 w_3 からアクチュエータの位置 $x_a - x_3$ への特性である。制御によって全体的

にゲインが増加しているが、低周波数域ではゲインが抑えられており、低い周波数でアクチュエータを動かさないように制御されており、ドリフトは抑制されることが考えられる。

(b) 外乱の位置の変化に対するロバスト性

図10(b-1)に3層の設計モデルにおいて1層目に外乱 w_1 が印加されたときの塔頂加速度の特性を、(b-2)に w_1 から1層目加速度 $\ddot{x}_1$ の特性を示す。図より、この場合にも本コントローラが制振に有効であることが確認できる。

(c) 層の数の変化に対するロバスト性

図10(c-1)、(c-2)は、それぞれ、2層、4層モデルにおける塔頂の外乱から塔頂加速度までの特性である。この場合にも3層モデルの場合と似た特性となっており、制振効果が得られている。

Fig.10: Gain plots of the control design models: Open(--) and Closed loop(-)

5. 実験

コントローラを双一次変換により離散化を行い(サンプリングタイム0.002[s]),実験を行った。実験ではイン

パルスハンマで構造物の各層を加振し、インパルスハンマから得られる加振力と加速度計とポテンショメータから観測される塔頂加速度と動吸振器の位置の応答から周波数応答を求めた。

結果を図 11 に示す。実線が制御時、破線が無制御時の特性であり、図の配置は前章の図 10 と対応している。なお、塔頂加速度に表れている 200[rad/sec] 付近のピークは、動吸振器の可動部とガイド部との間の摩擦低減のために加えているディザによるものであり、振動特性とは無関係のものである。3 層構造物に対して、(a-1)、(a-2)

Fig.11: Experimental results: Free(--) and with Control(—)

より、塔頂加速度のゲインは抑制されており、また動吸振器のゲインも低周波数域で大きくなっていない。実際、ドリフトは抑制されていた。また、外乱の位置が変化した場合 (b-1) についても、振動の抑制が確認できる。さらに、2 層、4 層構造物に対する塔頂外乱から塔頂加速度の特性 (c-1)、(c-2) についても良好な特性が得られているといえる。ただし、(c-2) の 4 層構造物での 1 次モードの振動については、前章の図 10 の場合に比べてゲインの低減が少ないが、これは、4 層構造物の 1 次モード

が最も低く、アクチュエータの制御を行う帯域に近いものである。全体として、前章の結果と同様な結果が得られており、良好な結果が得られているといえる。

6. 結言

本研究では、一様なマス・ばね・ダンパ系に対するインピーダンスマッチングコントローラを利用した層構造物の制振法について述べた。進行波による解析により得られるインピーダンスマッチングコントローラにはアクチュエータの特性は考慮されていないので、実際の構造物へそのまま適用することは難しい。本研究では、コントローラの働きが観測量に対応して塔の制振用と動吸振器の位置制御用と考えられることに着目し、制振用にはインピーダンスマッチングコントローラをそのまま用い、動吸振器の位置制御用のコントローラのみを設計した。本手法は位置制御用コントローラのゲインの大小を与える周波数重みを決めるのみで設計が可能であり、簡便な設計法である。得られたコントローラがインピーダンスマッチングコントローラが持つ、外乱の位置の変化や層の数の変化に強くてどの層の振動も抑制するという特徴を保持していることを、数値的ならびに実験的にも検証し、本手法の有効性を確認した。

本研究では、繰り返し構造物に対する設計を行ったが、今後、より一般の構造物への適用を目指し、一様でないマス・ばね・ダンパ系に対する波動制御法の確立をすることが課題である。

文献

- (1) B. F. Spencer Jr. and M. K. Sain: Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback; Control Systems, Vol. 17, No. 6, pp. 19-35 (1997)
- (2) ミニ特集「制振の神髄に迫る」; 計測と制御, Vol. 37, No. 8, pp. 531-571 (1998)
- (3) D. C. McFarlane and K. Glover: Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions, Lecture Notes in Control and Information Sciences, No. 138, Springer-Verlag (1990)
- (4) 長瀬, 早川: 柔軟構造物のアクティブ振動制御における最近の動向—マス・バネ・ダンパ系にみるモード制御法と波動制御法, システム制御情報学会論文誌, Vol. 44, No. 5, pp. 253-258 (2000)
- (5) 長瀬, 早川: インピーダンスマッチングによる柔軟構造物の制振制御, 日本機械学会第 5 回「運動と振動の制御シンポジウム」講演論文集, pp. 312-315 (1997)
- (6) 安田: モード解析と動的設計, コロナ社, pp. 171-180 (1993)