楕円接触の内部応力の計算について*

田 中 直 行^{*1}A New Method for Calculating Stresses in a Solid under
Elliptical Hertz Contact PressureNaoyuki TANAKA^{*2}^{*2} Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.,
502 Kandatsu, Tsuchiura-shi, Ibaraki, 300-0013 Japan

By re-examining the method proposed by Thomas and Hoersch, the author developed a new method, which does not use elliptic integral, for calculating stresses in a solid under elliptical Hertz contact pressure. Dimensionless parameters calculated by this method agree well with their calculation. Stress distribution and the depth of maximum shear can thus be calculated by incorporating the new method into a spreadsheet program for personal computers.

Key Words: Elliptical Contact, Stresses, Maximum Shear Depth, Spreadsheet Program

1. 緒言

前報¹⁾で、いわゆる楕円接触の場合についてヘルツの導いた接触面形状と応力分布の関係を表す式を見直し、置換積分を行うことによってパーソナルコンピュータで使用可能な表計算ソフトウェアでも楕円接触のヘルツ応力を計算できるようにした。同様の置換積分を用い、Thomasら²⁾の方法にならって弾性体内部応力の計算方法を導くことができたので報告する。

2. Thomas らの基本式

原文献は非常に古いので参考のため以下に概略を引用する。弾性体上あるいは内部の、ある点で x , y , z 軸に垂直な面の応力成分を X_x , Y_y , Z_z とすると、それらは式 (1) で表される (図 1 参照)。

$$\begin{aligned} X_x &= \frac{\nu}{\pi} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{z}{2\pi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1-2\nu}{2\pi} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \\ Y_y &= \frac{\nu}{\pi} \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{z}{2\pi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{1-2\nu}{2\pi} \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \\ Z_z &= \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{z}{2\pi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに ν : ポアソン比

ϕ : ポテンシャル関数

χ : 応力関数

π : 円周率

である。

Figure 1 Contacting body and coordinate system

楕円接触の場合のポテンシャル関数は式 (2) で表される。ここで γ は式 (3) を満足するものであり、 $x = y = 0$ のとき

$$\phi = \frac{3P}{4} \int_{\gamma}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{a^2+u} - \frac{y^2}{b^2+u} - \frac{z^2}{u} \right) \frac{du}{(a^2+u)^{1/2} (b^2+u)^{1/2} u^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{x^2}{a^2+\gamma} + \frac{y^2}{b^2+\gamma} + \frac{z^2}{\gamma} = 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

には $\gamma = z^2$ となる。

Thomas らはこの式 (2) を $u = a^2 \omega^2$, $k = b/a$, $\zeta = z/a$ とおき、各偏微分式を以下のように求めた。(a は接触楕円の長

* 原稿受付 2000 年 6 月 6 日。

^{*1} 正員, (株)日立製作所機械研究所(〒300-0013 土浦市神立町 502)。

E-mail: tanakan@merl.hitachi.co.jp

軸の1/2, b は短軸の1/2, であり, $x-y$ 平面は接触した共通平面, z 軸は共通法線である.)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{3Pz}{a^3} \int_{\zeta}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2(1+\omega^2)^{1/2}(k^2+\omega^2)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\frac{3P}{a^3} \int_{\zeta}^{\infty} \frac{d\omega}{(1+\omega^2)^{3/2}(k^2+\omega^2)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\frac{3P}{a^3} \int_{\zeta}^{\infty} \frac{d\omega}{(1+\omega^2)^{1/2}(k^2+\omega^2)^{3/2}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\frac{3P}{a^3} \int_{\zeta}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2(1+\omega^2)^{1/2}(k^2+\omega^2)^{3/2}} + \frac{3P}{a^2 \zeta \sqrt{(1+\zeta^2)(k^2+\zeta^2)}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

さらに,

$$\frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial x^2} = \frac{3P}{a^4(1+\zeta^2)^{3/2}(k^2+\zeta^2)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial y^2} = \frac{3P}{a^4(1+\zeta^2)^{1/2}(k^2+\zeta^2)^{3/2}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

から応力関数の偏微分を式(10)(11)のように展開して

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} &= -\int_{\zeta}^{\infty} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dz = z \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \int_{\zeta}^{\infty} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial x^2} dz \\ &= a\zeta \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + a^2 \int_{\zeta}^{\infty} \frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial x^2} d\zeta \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} &= -\int_{\zeta}^{\infty} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dz = z \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \int_{\zeta}^{\infty} \frac{\partial^3 \phi}{\partial y \partial y^2} dz \\ &= a\zeta \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + a^2 \int_{\zeta}^{\infty} \frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial y^2} d\zeta \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

いる.

これらの偏微分式から式(1)により内部応力計算式が導かれるが, その際に楕円積分を用いているので実際の計算は困難である. Johnson³⁾も Thomasらの方法を紹介しているものの, Thomasらが示した数表までは引用していないため実際上は計算できなかったといってもよい.

3. 新しい式の展開

前節の Thomas らの展開に対し, 筆者は $k=b/a$,

$u=a^2 \tan^2 \theta$ において同様の展開を行った. ポテンシャル関数の式は筆者の置換によれば, 微分すると0になる第1項を除いて式(12)のようになる. (前報では

$$\begin{aligned} \phi &= -\frac{3P}{2a^3} \left(\int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{x^2 \cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} + \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{y^2 d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2} \cos \theta} \right. \\ &\quad \left. + \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{z^2 d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \right) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$k=a/b$ とおいたため式の形は少し異なっている)

これより $\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$ は

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{3Px}{a^3} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\frac{3P}{a^3} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

同様にして,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\frac{3P}{a^3} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$\frac{\partial \phi}{\partial z}$ などは次のようになる.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{3Pz}{a^3} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= -\frac{3P}{a^3} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} \\ &= -\frac{3Pz}{a^3} \frac{d(\tan^{-1}z/a)}{dz} \frac{d}{d(\tan^{-1}z/a)} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

式(17)の右辺第2項は以下のように展開できる.

$$\begin{aligned} &+ \frac{3Pz}{a^3} \frac{1}{a(1+z^2/a^2)} \frac{1}{\cos(\tan^{-1}z/a)z/a^2(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \\ &= \frac{3P}{a^3} \frac{z}{a(1+z^2/a^2)a/(a^2+z^2)^{1/2}z^2/a^2(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \\ &= \frac{3P}{a^3} \frac{(a^2+z^2)^{1/2}}{(1+z^2/a^2)z(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

次に, $\frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial x^2}$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial x^2} &= -\frac{3P}{a^3} \frac{d(\tan^{-1}z/a)}{dz} \frac{d}{d(\tan^{-1}z/a)} \int_{\tan^{-1}z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \\ &= \frac{3P}{a^3} \frac{1}{a(1+z^2/a^2)} \frac{a/(a^2+z^2)^{1/2}}{(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \\ &= \frac{3P}{a^3} \frac{1}{(1+z^2/a^2)(k^2+z^2/a^2)^{1/2}(a^2+z^2)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

となる. 同様に $\frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial y^2}$ は

$$\frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial y^2} = \frac{3P}{a^3} \frac{1}{(a^2+z^2)^{1/2}(k^2+z^2/a^2)^{3/2}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる. $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} &= -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dz = z \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \int_{-\infty}^{\infty} z \frac{\partial^3 \phi}{\partial z \partial x^2} dz \\ &= -\frac{3Pz}{a^3} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} \\ &\quad + \frac{3P}{a^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z dz}{(1+z^2/a^2)(k^2+z^2/a^2)^{3/2}(a^2+z^2)^{3/2}} \\ &\quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

となる. 式 (20) の右辺第 2 項は Mathematica[®] を用いて積分し, 以下の式が得られた.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} &= -\frac{3Pz}{a^3} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} + \frac{3P}{a^3} \left\{ \frac{a}{1-k^2} - \frac{a^2(k^2+z^2/a^2)^{1/2}}{(1-k^2)(a^2+z^2)^{1/2}} \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

同様に $\frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2}$ も

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} &= -\frac{3Pz}{a^3} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} \\ &\quad + \frac{3P}{a^3} \left\{ -\frac{a}{1-k^2} + \frac{(a^2+z^2)^{1/2}}{(1-k^2)(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

となった. これらの式から応力の式は

$$\begin{aligned} X_x &= -\frac{3P}{a^3} \frac{vz}{\pi} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} + \frac{z}{2\pi} \frac{3P}{a^3} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \\ &\quad - \frac{1-2\nu}{2\pi} \frac{3P}{a^3} \left[-z \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{(k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} + \frac{a}{1-k^2} - \frac{a^2(k^2+z^2/a^2)^{1/2}}{(1-k^2)(a^2+z^2)^{1/2}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_y &= -\frac{3P}{a^3} \frac{vz}{\pi} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} + \frac{z}{2\pi} \frac{3P}{a^3} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} \\ &\quad - \frac{1-2\nu}{2\pi} \frac{3P}{a^3} \left[-z \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{3/2}} - \frac{a}{1-k^2} + \frac{(a^2+z^2)^{1/2}}{(1-k^2)(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_z &= -\frac{3Pz}{2\pi a^3} \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \\ &\quad - \frac{z}{2\pi} \frac{3P}{a^3} \left[\frac{(a^2+z^2)^{1/2}}{(1+z^2/a^2)z(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} - \int_{\tan^{-1} z/a}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos \theta \tan^2 \theta (k^2 + \tan^2 \theta)^{1/2}} \right] \\ &= -\frac{3Pz}{2\pi a^3} \frac{(a^2+z^2)^{1/2}}{(1+z^2/a^2)z(k^2+z^2/a^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

となる. なお, $k=1$, すなわち球面接触の場合には式 (21) 及び (22) の中かっこ内の式は, 例えば式 (20) の右辺第 2 項に $k=1$ を代入して積分することで

$$\frac{a^4 \sqrt{1+z^2/a^2}}{2(a^2+z^2)^2}$$

となる.

4. 計算式の検証

Thomasらの計算した応力成分の係数 (文献2のTable 1) と今回導いた式で計算した結果を合わせて次ページの表1に示す. Thomasらはポアソン比 $\nu=0.25$ として, a/Λ をかけることで4種類の楕円の短軸と長軸の比 k に対して深さごとに各応力値が求められる係数を提供している. ここに

$$\Lambda = 2 \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) / \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right)$$

E : 縦弾性係数

R_{11}, R_{12} : 弾性体1の主曲率半径

R_{21}, R_{22} : 弾性体2の主曲率半径

計算には前報と同様に表計算ソフトウェア Microsoft[®] Excelを用い2種類の k に対し, 比較を行った. 主曲率半径を求めるため, まずソルバー機能により k が Thomasらが示した値に一致する主曲率半径を求め, その後内部応力を深さを変えて計算し, a/Λ で割ることで各応力成分の係数を求めた. ソルバーの収束判定基準は 10^{-10} とし, 準ニュートン法前進差分で解いた. 数値積分には台形公式を用い, 内部応力計算の積分の刻み幅は積分範囲の $1/80$ とした. PentiumIII 800MHzのパーソナルコンピュータでExcel97を使用した場合, 約3秒でヘルツ応力が求められ, 深さを入力すれば瞬時に内部応力が求まる. なお, 表中の記号 X_x などとは Thomasらの表記法になっている.

図2は本計算結果を Thomasら (文献2のFig.1) の形で彼等の計算結果 (文献2のTable1) の数値と比較したもので, Z_z は表面に極く近いところ (無次元深さ0.001) まで非常に良く一致している. 一方, X_x 及び Y_y は無次元深さが

Fig.2 Comparison of Stress Coefficients Distribution

Table 1 Comparison of Stress Coefficients

$k = 0.86603$						
z/a	Xx (New Method)	Xx (Thomas)	Yy (New Method)	Yy (Thomas)	Zz (New Method)	Zz (Thomas)
0.2	-0.2408	-0.2405	-0.2392	-0.2389	-0.5639	-0.5638
0.4	-0.1237	-0.1236	-0.1143	-0.1142	-0.4974	-0.4975
0.445	-0.1054	-0.1053	-0.0956	-0.0954	-0.4796	-0.4795
0.6	-0.0592	-0.0592	-0.0496	-0.0496	-0.416	-0.415
0.8	-0.0259	-0.0259	-0.0184	-0.0184	-0.3385	-0.3385
1	-0.00935	-0.0096	-0.00404	-0.0041	-0.2732	-0.2732
1.2	-0.00131	-0.0016	0.00235	0.0023	-0.2211	-0.2211
1.4	0.00247	0.0024	0.00499	0.005	-0.1805	-0.1805
1.6	0.00412	0.0041	0.00588	0.0059	-0.1489	-0.1489
1.8	0.00472	0.0047	0.00596	0.006	-0.1243	-0.1243
4	0.00222	0.0023	0.00229	0.0023	-0.0303	-0.0303
$k = 0.70711$						
z/a	Xx (New Method)	Xx (Thomas)	Yy (New Method)	Yy (Thomas)	Zz (New Method)	Zz (Thomas)
0.2	-0.1995	-0.198	-0.1929	-0.1877	-0.494	-0.494
0.4	-0.0989	-0.0968	-0.0781	-0.0801	-0.4231	-0.4231
0.6	-0.0458	-0.0458	-0.027	-0.0269	-0.3423	-0.3423
0.8	-0.0195	-0.0195	-0.0058	-0.0058	-0.2707	-0.2707
1	-0.00678	-0.0068	0.0024	0.0024	-0.2137	-0.2137
1.2	-0.00077	-0.0008	0.00532	0.0053	-0.1702	-0.1701
1.4	0.00198	0.002	0.00606	0.006	-0.1372	-0.1372
1.6	0.00316	0.0031	0.00593	0.006	-0.1122	-0.1122
1.8	0.00356	0.0044	0.00549	0.006	-0.093	-0.093
4	0.00162	0.0016	0.00173	0.0017	-0.0221	-0.0221

Table 2 Comparison of Stress Coefficients and Maximum Shear Depth

k	1		0.86603		0.70711		0.57358	
	Thomas	New Method	Thomas	New Method	Thomas	New Method	Thomas	New Method
$\frac{\Delta}{a} X_x$	-0.113	-0.114	-0.105	-0.1099	-0.100	-0.1036	-0.090	-0.096
$\frac{\Delta}{a} Y_y$	-0.113	-0.114	-0.097	-0.1002	-0.084	-0.0831	-0.064	-0.068
$\frac{\Delta}{a} Z_z$	-0.523	-0.5236	-0.481	-0.4843	-0.427	-0.4282	-0.367	-0.3712
$\frac{\Delta}{a} (Z_z - Y_y)$	-0.410	-0.4095	-0.384	-0.3841	-0.343	-0.3451	-0.303	-0.3028
z/a	0.467	0.4645	0.440	0.4332	0.390	0.3873	0.350	0.3398
k	0.42262		0.34202		0.25882			
	Thomas	New Method	Thomas	New Method	Thomas	New Method		
$\frac{\Delta}{a} X_x$	-0.082	-0.0831	-0.07	-0.0733	-0.056	-0.0603		
$\frac{\Delta}{a} Y_y$	-0.052	-0.0517	-0.041	-0.0428	-0.028	-0.0336		
$\frac{\Delta}{a} Z_z$	-0.293	-0.2938	-0.243	-0.2462	-0.187	-0.1924		
$\frac{\Delta}{a} (Z_z - Y_y)$	-0.241	-0.2422	-0.202	-0.2035	-0.159	-0.1588		
z/a	0.280	0.2741	0.240	0.2327	0.200	0.1849		

0.04 よりも浅いところではこの方法による計算結果が Thomas らの結果から外れて行く。これは数値積分法に台形公式を使用したためである。数値積分に分点数 6 のガウス・ルジャンドルの積分公式を用いた場合の X_x を図 3 に示す。ガウス・ルジャンドルの公式を用いた場合無次元深さ 0.02 まで X_x が一致しており、そこまでの計算値で外挿すると表面の値も Thomas らの結果 (-0.4320) と非常に近い値 -0.4296 が得られる。しかし、最大せん断応力が発生する深

さは $0.2a$ 以上で、台形公式でも実用上問題とはならない。表 2 は Thomas ら (文献 2 の Table 3 の最大せん断応力発生深さでの各係数) と本方法の結果を比較したものである。

せん断応力 $\frac{1}{2}(Z_z - Y_y)$ が最大となる深さをソルバー機能で求めた。これらも非常に良く一致している。最大せん断応力とその発生深さは約 1 秒で求められる。

なお、本論文ではすべて表計算ソフトウェアで数値計算

Fig.3 The Effect of Numerical Integration Method on the Stress Coefficient X_x

を行ったが、前報で述べたようにヘルツ応力はニュートンラフソン法を用いたプログラムで計算でき、最大せん断応力計算も容易にプログラミングできる。

5. 応用例

本方法の応用例として表3に示す仕様の平歯車にクラウニングを4種類変えて与えた場合のヘルツ応力、最大せん断応力、及びその発生深さがどのようになるかを求めたものを表4に示す。これら4種類の計算に要した時間は5分以内であった。

6. 結言

Thomasらの方法にならい、新たな置換積分を行うことにより楕円積分を使用することなく、楕円接触時の内部応力及び最大せん断応力とその発生深さも計算できるようになった。この方法では大形計算機やワークステーションを使用することなく、パーソナルコンピュータで容易に計算できる。

これによりこれまで困難だった複雑な歯面形状の歯車の硬化層深さの最適化など機械要素の信頼性向上が図れると考える。

Table 3 Assumed gear specification

Module	12
Number of teeth	24 69
Pressure angle	20°
Face width	80 mm
Normal load (kN)	40

Table 4 Effect of crowning

Amount of crowning (mm)	Radius of crowning P & G (mm)	Hertz contact pressure (MPa)	Depth at maximum shear (mm)	Maximum shear (MPa)
0.04	40000	988.8	0.628	286.5
0.06	26667	1064.4	0.645	312.0
0.08	20000	1123.2	0.659	332.1
0.1	16000	1171.9	0.671	348.9

7. 参考文献

- 1) 田中：楕円接触のヘルツ応力の計算について：日本機械学会論文集C編 65-638 (1999) pp4213-4215
- 2) Thomas, H.R.; Hoersch, V.A.: STRESSES DUE TO THE PRESSURE OF ONE ELASTIC SOLID UPON ANOTHER: UNIVERSITY OF ILLINOIS BULLETIN No.212 (1930) pp14-22
- 3) Johnson, K.L.: CONTACT MECHANICS: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS (New York) (1987) pp66-67