振り子形動吸振器による吊橋の連成フラッタの制御*

(第3報, 全橋三次元モデルによる動吸振器配置法の検討)

岡田 徹^{*1}, 本家 浩一^{*1}, 杉井 謙一^{*2}
島田 諭^{*3}, 松久 寛^{*4}

Suppression of Coupled Flutter of a Suspension Bridge by Tuned Pendulum Damper (3rd Report, Suitable Arrangement of Dynamic Dampers by a 3D Bridge Model Analysis)

Toru OKADA^{*5}, Koichi HONKE, Kenichi SUGII,
Satoru SHIMADA and Hiroshi MATSUHISA

^{*5} Kobe Steel, Ltd., 1-5-5 Takatsukadai, Nishi-ku, Kobe-shi, Hyogo, 651-2271 Japan

In this paper, the effect of a tuned pendulum damper (TPD) for suppression of the coupled flutter of a super-long span suspension bridge was examined by using a three dimensional FEM model. In the previous paper, using a flutter analysis for a 2D bridge deck model without horizontal motion, a major effect of TPD on the bridge deck flutter is confirmed. However, it is also clarified that the horizontal force induced by TPD motion brings about the horizontal vibration mode of the deck and the TPD actually loses its ability to control flutter. We theoretically derived a suitable arrangement and mass distribution of TPDs which reduces the horizontal forces. As a result of this method, it was confirmed by a 3D FEM model that the flutter speed for a 2500 m span suspension bridge was greatly improved by TPDs.

Key Words: Flutter, Vibration Control Device, Dynamic Damper, Vibration Mode, Suspension Bridge

1. 緒 言

橋りょうの長大化が図られる現在, 強風時に発生する連成フラッタに対しての耐風安定性の確保は最重要課題の一つとなっている。連成フラッタは, 自励振動の一種で, 橋りょうのたわみモードとねじれモードが連成することにより生じ, 非常に強い不安定力を有する。このような背景のもと, 著者らは, 前報でこの連成フラッタに対して, 振り子形動吸振器(TPD)⁽¹⁾⁽²⁾の適用を試み, 解析および実験により, そのフラッタ制御効果を明らかにしている。この振り子形動吸振器は, チューニング振動数が低くなるほど等価極慣性モーメント比が大きくなるという特性を有するために, 非常に長周期振動である超長大橋の連成フラッタに対して, 比較的軽い重量でも, 高い効果を発揮することができる。

しかしながら, 以上の検討は解析および実験ともに連成フラッタに直接関係する橋げたの鉛直曲げとねじ

れモードのみ考慮した二次元断面モデルに対しての評価であり, 橋げたの水平方向の運動は考慮されていない。実際の橋りょうにおいては, 当然, 水平方向の曲げの振動モードも多数存在し, フラッタの発現に影響を及ぼすために⁽³⁾, それら水平モードに対する, 振り子形動吸振器の影響も考えておく必要がある⁽⁴⁾。

本論文では, 中央支間長が2500 mの超長大吊橋を想定し⁽⁴⁾⁽⁵⁾, 曲げとねじれの各対称一次振動に水平振動の影響を加えた簡易モデルと, すべての振動モードを同時に考慮できる全橋の三次元フラッタ解析により⁽⁶⁾⁽⁷⁾, 振り子形動吸振器の制振性能の評価を行う。まず, 三次元フラッタ解析の例を示し, 振り子形動吸振器により生じる水平力が橋りょうの水平振動モードおよびフラッタ特性に与える影響を明らかにする。次に動吸振器の水平力の影響を低減させるために, 橋軸方向に動吸振器を分配する方法を提案し, 単純化したモデルを用いて, 適切な質量の配分に関する考察およびその有効性を理論的に検証する。最後に, 三次元全橋モデルを用いて理論の妥当性を検証する。

2. 対象橋りょうと橋りょうの基本特性

2・1 対象橋りょうと解析条件 本研究では, 図1に示した高7 mの流線形箱げたを有する超長大橋

* 原稿受付 2000年11月17日。

^{*1} 正員, (株)神戸製鋼所(☎651-2271 神戸市西区高塚台1-5-5)。

^{*2} (株)神戸製鋼所(☎657-0845 神戸市灘区岩屋中町4-2-15)。

^{*3} (株)コベルコ科研(☎660-0083 尼崎市道意町6-32)。

^{*4} 正員, 京都大学工学部(☎606-8501 京都市左京区吉田本町)。
E-mail: tokada@merl.kobelco.co.jp

(中央支間長 2500 m, 側支間長 1250 m) を基本検討の対象とする⁽⁴⁾⁽⁵⁾。対象橋りょうの基本諸元を表 1 に示す。解析モデルは図 1 に示すように中央径間を 20 等分, 側径間を 10 等分した立体骨組モデルを用いた。橋げたおよび主塔をはり要素で, ケーブルはトラス要素でモデル化している。ハンガケーブルがつながる橋げたの横ばりは十分に剛とし, 橋軸方向の主ばりに曲げおよびねじれの剛性と, 質量, 極慣性モーメントを与えている。この三次元解析モデルの鉛直, 水平およびねじれ方向の代表的な振動モードの固有振動数を表 2 に列挙する。対称一次 (Sym. 1), 逆対称一次 (Asym. 1), 対称二次 (Sym. 2) の各モードは, それぞれ主塔間で腹の個数が 1~3 の振動モードである。振動数を太字で示したモードが, 本検討で重要となるモードで, それらのモード形状を図 2 に示す。図 2(b) の水平モードでは, 両側径間の振幅がほぼ零となるが, これは主塔部で橋げたの縁が切れてモーメントを伝えないためである。一方, 図 2(a) の鉛直およびねじりモードは, 主塔を介して両径間で連成が生じる。なお, 図 1 と図 2 に示す A, B および B' は後述の振り子形動吸振器の取付検討位置である。

三次元連成フラッタ解析は直接法により実施した⁽⁶⁾⁽⁷⁾。直接法は, 非定常空気力の揚力成分および空

力モーメントを, 複素係数を用いた加速度比例形にまとめ, 構造モデルの質量マトリックスに組み込み, 複素固有値解析により固有値の安定性を調べる方法である。空気力は平板翼⁽⁷⁾の理論値とし, 主ばりの各節点に作用させた。けたの水平振動に伴う抗力は考慮するものとしたが(けたの抗力係数 0.65), 有風時の静的な横たわみや, ケーブルに作用する抗力と揚力は無視した。また, 構造減衰は零とおいた。複素固有値解析の計算は汎用プログラムである NASTRAN を利用した。

2.2 対象橋りょうの連成フラッタ特性 対象橋りょうの有風時の振動特性を図 3 に示す。図 3(a), (b) にそれぞれ風速と固有振動数および対数減衰率の関係を示す。図 3(b) において, 減衰が正から負になる風速をフラッタ発現風速 U_c とした。図 3 から, 本橋りょうでは, ねじれ対称一次モードが鉛直対称一次モードと連成することにより生じる対称形の連成フラッタ (Tor.-Ver. Sym) が風速 64 m/s で, ねじれ逆対称一次モードと鉛直逆対称一次モードとの連成による逆対称形の連成フラッタ (Tor.-Ver. Asym) が風速 82 m/s で発生している。本研究では, 連成フラッタ発現風速の目標値を 80 m/s に設定し, 前者の対称形の連成フラッタを対象として動吸振器の耐風安定効果を検討する。なお, この連成フラッタの固有振動数は図 3(a) のねじれ対称一次モードの振動数に対応する。このモードは無風時の 0.1603 Hz のモード (23) から,

Table 1 Parameters of a suspension bridge⁽⁵⁾

Item		Quantities
Main cable	Sag ratio	1/10
	Distance between cables	35.5 m
	Section area	$2 \times 0.95 = 1.9 \text{ m}^2$
Girder	Width	41 m
	Height	7 m
	Section Moment	Vertical 12 m^4
		Horizontal 160 m^4
	Torsion constant	26 m^4
Mass	Girder	24 t/m
	Cables	17 t/m
	Total	41 t/m
Mass moment of inertia of the girder		3,300 tm^2/m
Section area of hangers		0.03 $\text{m}^2/125\text{m}/\text{Cable}$

Table 2 Natural frequencies for several modes of vibration⁽⁴⁾

Mode	Sym.1st	Asym.1st	Sym.2nd
Vertical	0.0555Hz (2)	0.0722Hz (7)	0.1037Hz (9)
Horizontal	0.0342Hz (1)	0.0625Hz (5)	0.0971Hz (8)
Torsional	0.1480Hz (22) 0.1603Hz (23)	0.2121Hz (28)	(·): Mode No.

Fig. 1 2500 m span suspension bridge⁽⁵⁾

Fig. 2 Principal vibration modes

振動数が減少するにつれて0.1480 Hzのモード(22)に移行し、フラッタ風速64 m/sでは約0.11 Hz, 目標風速80 m/sでは約0.0875 Hzとなる。

3. 振り子形動吸振器とその問題点

本研究では、図4(a)に示すように円軌道上を台車が走行するタイプの動吸振器を橋げた内部に設置することを想定する。この円軌道形動吸振器を、図4(b)に示す等しい曲率半径を有する振り子形動吸振器にモデル化し、橋げたの回転中心はその重心点Gに一致するものとした。 m_d を動吸振器の質量、 c_d を動吸振器に付加する減衰係数、 l_2 を振り子形動吸振器の曲率半径、 l_1 を振り子形動吸振器の回転中心PとGの距離とする。図1の全橋モデルに図4(b)の動吸振器を取付け、三次元フラッタ解析によりその効果が検証できる。

まず、ねじれ対称一次モードに対し、最も効果が高いと思われる主塔間中央Aの1箇所、質量5000 t

Fig. 3 Response property of suspension bridge⁽⁴⁾

Fig. 4 Analytical model of TPD

(橋げたとケーブルを合わせた全質量205000 tの2.44%)の動吸振器を取付けて検討を行った。図5に動吸振器の振動数および減衰比をそれぞれ0.07~0.11 Hz, 0.05~0.4の範囲で順次与え、三次元フラッタ解析により動吸振器のパラメータとフラッタ風速の関係調べた結果を示す。図中の実線はフラッタ発生風速の等値線である。図5から、動吸振器のパラメータを調整してもほとんどフラッタ風速が増加しないことが確認できる。

ここで、動吸振器の設置前と設置後のフラッタ時の振動モードをそれぞれ図6(a), (b)に示す。動吸振器は固有振動数を0.0875 Hz, 減衰比を0.15とした。図6には主塔間のみの橋げたの振動モードを示し、橋げたのねじれ振動をわかりやすくするため、図6(a)にも支柱を重ね合わせて表示する。図6(a)と(b)の比較から動吸振器の設置により水平対称二次モードが連成した曲げねじれ連成フラッタが生じているのが確認できる。これは、振り子形動吸振器は橋げたのねじれ方向のみならず、その水平方向に対しても連成するため、動吸振器のチューニング振動数近傍の水平対称二次モード(0.0971 Hz)が励起されたものと考えられる。

4. 振り子形動吸振器の理論的検証

4.1 二次元モデルによる検証 橋りょうの水平振動が、ねじれ振動に対する動吸振器の振動抑制効果に及ぼす影響を調べるために、まず文献(1), (2)の

Fig. 5 Flutter speed for the bridge deck with 1 TPD

Fig. 6 Vibration mode of the bridge deck at flutter speed

橋りょうのねじれ振動と振り子形動吸振器のみ考慮した二次元断面モデルに水平自由度を加えた図7のモデルで検討を行う。動吸振器の設置高さ l_1-l_2 を l とし、水平方向変位 z を $\xi=z/l_2$ と無次元化すると、この系はラグランジュの運動方程式により、

$$\begin{bmatrix} (m_z+m_d)l_2^2 & -m_d l_2 l & m_d l_2^2 \\ -m_d l_2 l & I+m_d l^2 & -m_d l_2 l \\ m_d l_2 & -m_d l_2 l & m_d l_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_z l_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & k_\theta - m_d g l & m_d l_2 g \\ 0 & m_d l_2 g & m_d l_2 g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここで、 m_z は水平対称二次モードのモデル質量、 I はねじれ対称一次モードのモデル極慣性モーメントで、それぞれ主塔間中央 A を基準として次式で与える⁽⁸⁾。

$$m_z = \frac{[\phi]^T [M] [\phi]}{\phi_{zA}^2}, \quad I = \frac{[\phi]^T [M] [\phi]}{\phi_{\theta A}^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $[M]$ は橋りょうの FEM モデルの質量マトリックス、 $[\phi]$ は対象モードの固有ベクトル、 ϕ_{zA} および $\phi_{\theta A}$ は水平対称二次モードとねじれ対称一次モードの固有ベクトルの主塔間中央における値である。また、 k_z および k_θ はモデル剛性である。右辺の M は $M = M' e^{j\omega t}$ で表される周期的外力とする。無次元化のために次の記号

Fig. 7 Single TPD model with horizontal DOF

Fig. 8 Transfer function of torsional motion with TPD

$$\left. \begin{aligned} \mu_r &= \frac{m_d l_2^2}{I}, \quad \gamma = \frac{l_2 - l_1}{l_2}, \quad \omega_\theta^2 = \frac{k_\theta}{I}, \quad \omega_\varphi^2 = \frac{g}{l_2} \\ \zeta_\varphi &= \frac{c_d}{2m_d l_2^2 \omega_\varphi}, \quad f = \frac{\omega_\varphi}{\omega_\theta}, \quad h = \frac{\omega}{\omega_\theta}, \quad \theta_{st} = \frac{M'}{k_\theta} \\ \mu_d &= \frac{m_d}{m_z}, \quad \omega_z^2 = \frac{k_z}{m_z}, \quad \alpha = \frac{\omega_z}{\omega_\theta} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を導入し、橋げたのねじれ振動 θ の伝達関数を考える。箱げた内に動吸振器を設置する場合、 l_1 と l_2 の長さはほぼ等しくなることから、式を簡単にするために $\gamma=0$ とおくと、

$$\frac{\theta}{\theta_{st}} = \frac{(\alpha^2 - h^2)C - \mu_d h^2 D}{(\alpha^2 - h^2)A - \mu_d h^2 B} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} A &= \mu_r f^4 - (1 - h^2)(f^2 - h^2) - 2j\zeta_\varphi f h(1 - h^2) \\ B &= \mu_r f^4 - (1 - h^2)f^2 - 2j\zeta_\varphi f h(1 - h^2) \\ C &= -f^2 + h^2 - 2j\zeta_\varphi f h, \quad D = -f^2 - 2j\zeta_\varphi f h \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。橋げたの水平方向のモデル質量 m_z に対して動吸振器質量 m_d が十分に小さい場合 ($\mu_d \ll 1$)、もしくはけたの水平振動の固有振動数がけたのねじれ振動数に比べて十分に大きい場合 ($\alpha \gg 1$)、式(4)からこれら水平モードに関するパラメータ μ_d, α が消去され、次の式のように、水平運動を拘束したときの伝達関数に一致する。

$$\frac{\theta}{\theta_{st}} = \frac{-f^2 + h^2 - 2j\zeta_\varphi f h}{\mu_r f^4 - (1 - h^2)(f^2 - h^2) - 2j\zeta_\varphi f h(1 - h^2)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

この特性は、 $\gamma \neq 0$ の場合も同様である。しかし、以上の条件を満足しない場合、ねじれモードの応答は水平モードの影響を受けることとなる。一般に動吸振器の固有振動数 ω_φ は橋げたのねじれ振動数 ω_θ 近傍に調整され、共振点近傍での応答が評価されることから、式(4)の伝達関数において振動数比 f, h をそれぞれ $f=1, h=1$ とおくと、ねじれ振動に対する水平振動の振動数比 α が、

$$\alpha = \sqrt{1 + \mu_d} \quad \dots\dots\dots (7)$$

のときに、動吸振器を取付けているにもかかわらず、式(4)の応答倍率は無限大となる。水平方向のモデル質量に対する動吸振器の質量比 μ_d は、現実的には10%以下と考えると、水平振動とねじれ振動の固有振動数が接近し α が1に近い場合には、振り子形動吸振器はねじれ振動に対してほとんど制振効果を発揮できないことがわかる。

ここで、振動数比 α を変化させたときの、ねじれモードの伝達関数の計算例を図8に示す。動吸振器の質量 m_d を5000 t とし、その振動特性に $f=1, \zeta_\varphi=$

0.15, $\gamma=0$ を与えた. 水平方向のモーダル質量 m_z に対する動吸振器の質量比 μ_d は 7.8% ($m_z=6.42 \times 10^4$ t), 橋りょうのモーダル極慣性モーメント I に対する動吸振器の慣性モーメント比 μ_r は 26% ($I=1.3226 \times 10^7 \text{ t} \cdot \text{m}^2$) とおいた. なお, μ_r の算出に用いた振り子の腕長さ l_2 は, ねじれモードの振動数を, 水平対称二次モードを横切るときの振動数, すなわち水平対称二次の固有振動数 0.0971 Hz とし, 動吸振器をその振動数に同調させたと考えて逆算した値である. 図 8 から, 水平振動の影響を受けない条件である α を無限大とした破線の結果に対して, α が 1 に近づき水平モードの振動数がねじれモードに近づくにつれて, $h=1$ 近傍に大きなピークが出現するようすが確認できる. なお, この場合では, 式(7)から $\alpha=1.038$ のときに, 応答倍率は無限大となる.

4.2 水平モード連成力の低減方法 動吸振器の制振性能に悪影響を及ぼす水平モードの影響を低減させる方法として, 水平対称二次モードのモード形状の特徴を利用した対策を検討する. 具体的には, 図 9(a) に示すように, 橋りょう中央部 A に加え, 両側の位相の異なる個所 B および B' に動吸振器を設置して, 複数の動吸振器により互いの水平連成力を打ち消し合わせることを考える.

まず, 橋りょうのねじれモードと水平モードのみを考慮して, 橋りょう全体と動吸振器を図 9(b) のようにモデル化する. ここで, 位置 B および B' の動吸振器は, 振動モードの対称性を考えそれら質量を足し合わせて位置 B にまとめる. また, 動吸振器を設置しても橋げたの振動モードは変化しないと仮定して, 位置 A および位置 B の水平変位 z およびねじれ変位 θ の固有ベクトルの成分を次のようにおく.

$$\phi_z(A)=1, \phi_z(B)=s, \phi_\theta(A)=1, \phi_\theta(B)=t \quad \dots\dots\dots (8)$$

このとき, ねじれ対称一次モードによる橋げた中央 A のねじれ変位 θ_1 は, ねじれモードの固有振動数 ω_θ と減衰比 ζ_θ を用いて固有関数展開により次式で表される⁽⁸⁾.

$$\theta_A = \frac{1}{(\omega_\theta^2 - \omega^2 + 2j\zeta_\theta\omega\omega)} (M_A + tM_B + M'_{aero}) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし, I は式(2)で定義される中央位置 A を基準としたねじれ対称一次モードのモーダル極慣性モーメント, ω は加振周波数, M_A と M_B はそれぞれ位置 A および位置 B の動吸振器から受けるモーメントである. M'_{aero} はモード形状を考慮した空力モーメントで, 単位長さ当たりの空力モーメント M_{aero} を用いて次式で

Fig. 9 Distributed arrangement of TPDs

与えられる.

$$M'_{aero} = \int_L \phi_\theta(x) \phi(x) M_{aero} dx \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに, 積分区間 L は橋りょうの橋軸方向の全長を意味する. $\phi_\theta(x)$ は橋りょう中央部を 1 とした位置 x におけるねじれモードの固有モード値, $\phi(x)$ は空気力に関連するモードの固有モード値である. 一方, 水平対称二次モードによる橋げたの水平変位 z_A は, 振り子長さ l_2 で無次元化して ξ_A とおき, 固有振動数 ω_z と減衰比 ζ_z を用いて次式で表される.

$$\xi_A = \frac{1}{l_2} \frac{1}{(\omega_z^2 - \omega^2 + 2j\zeta_z\omega\omega)} \frac{F_A + sF_B}{m_z} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで, m_z は式(2)で定義される位置 A を基準とした水平対称二次モードのモーダル質量である. F_A と F_B は, 位置 A および位置 B の動吸振器から受ける水平力である.

各位置の動吸振器について, 取付高さ $l (= l_1 - l_2)$ と, 振り子長さ l_2 およびその減衰比 ζ_θ を等しく設定すると, 各動吸振器による水平力 F_i とモーメント M_i は ($i=A, B$), 式(1)の運動方程式をもとにして次式で表現でき,

$$\begin{bmatrix} F_i \\ M_i \end{bmatrix} = -m_{di} \begin{bmatrix} l_2^2 & -l_2 l & l_2^2 \\ -l_2 l & l^2 & -l_2 l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_i \\ \ddot{\theta}_i \\ \ddot{\varphi}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -gl & gl_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_i \\ \theta_i \\ \varphi_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

各動吸振器の挙動は次の運動方程式に従う.

$$m_{di} [l_2^2 \ddot{\xi}_i - l_2 l \ddot{\theta}_i + l_2^2 \ddot{\varphi}_i + 2l_2^2 \Omega \zeta_\theta \dot{\varphi}_i + l_2 g (\theta_i + \varphi_i)] = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

また, A, B 2 個所の動吸振器の質量 m_{dA} と m_{dB} は, その質量配分を p とおいて, それぞれ次式で表す.

$$m_{dA} = \frac{1}{1+p} m'_d, \quad m_{dB} = \frac{p}{1+p} m'_d \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで, m'_d は動吸振器の総質量である. 式(3)の動

吸振器のねじれ方向の慣性モーメント比 μ_r および水平方向の質量比 μ_d は、それぞれ μ'_r および μ'_d において再定義し、

$$\mu'_r = \frac{m'_d l^2}{I}, \quad \mu'_d = \frac{m'_d}{m_z} \quad (15)$$

空力モーメント M'_{aero} に対する静的ねじれ変位 θ'_{st} を、

$$\theta'_{st} = \frac{M'_{aero}}{K_\theta} = \frac{M'_{aero}}{I\omega_\theta^2} \quad (16)$$

とおきなおすと、式(3)と式(9)~(16)から、 θ'_{st} に対する各変位の伝達関数が求まる。

まず、水平モードに関する挙動を調べるために、位置 A での橋げたの水平変位 ξ_A の伝達関数を以下に示す。

$$\frac{\xi_A}{\theta'_{st}} = \frac{\mu'_d f h^2 (1+p)(1+pst)(f^2 - h^2 + 2j\zeta_\varphi h)[f^2(\gamma-1) + 2\gamma j\zeta_\varphi h]}{D(h, f, \alpha, \mu'_r, \mu'_d, p, s, t, \zeta_\theta, \zeta_\varphi, \zeta_z, \gamma)} \quad (17)$$

ただし、伝達関数の分母は関数 $D(\dots)$ として簡略化して表す。式(17)において、分子に $(1+pst)$ の項が含まれていることから、動吸振器の質量配分 p を、

$$p = -\frac{1}{st} \quad (18)$$

に設定すれば、式(17)の伝達関数が零となり、橋げたの水平振動が励起されないことがわかる。

ここで、位置 B の動吸振器を水平対称二次モードの腹 B7 に設置し、質量配分 p を変化させたとき位置 A での橋げたのねじれ変位の伝達関数 (θ_A/θ'_{st}) を図 10 に示す。ねじれモードの振動数は、4・1 節と同様に水平対称二次モードの固有振動数である 0.0971 Hz とおく。また、動吸振器は総質量 m'_d を 5000 t、減衰比 ζ_φ を 0.15 とし、ねじれモードとの振動数比 f を 1 とする。橋りょうのねじれモードおよび水平モードの減衰比を零とおく。図 10(a) には水平モードの固有振動数がねじれモードに対して十分に離れている例として $\alpha=100$ とした結果、図 10(b) には両モードの振動

数が一致した例として $\alpha=1$ の結果を示す。太実線で示す $p=1.7$ の曲線は、式(18)の水平モードの励起を抑える質量配分である。図 10(a) では、質量配分 p によらず水平モードは励起されないため、 p の各値に対する曲線は動吸振器とねじれモードによる二つのピークしか出現しない。また、 p が小さくなるほど、橋げた中央 A の動吸振器の質量が大きくなるため、 $h=1$ 近傍における応答倍率は下がる。

一方、水平モードとねじれモードの固有振動数比 α を 1 とした図 10(b) では、太線の $p=1.7$ 以外の条件では、伝達関数に水平モードの影響により曲線に歪が生じるとともに、 $h=1$ 近傍での振幅は図 10(a) の $\alpha=100$ の場合に比べて大きくなる。すなわち、水平モードの影響により動吸振器の振動抑制効果が下がることを意味する。しかしながら、 $p=0.4, 0.7$ および 1.0 の場合は、この水平モードの影響を含めても $p=1.7$ の場合よりも、 $h=1$ 近傍での応答が小さく抑えられている。この理由は、水平モードとの連成による制振効果の減少よりも、中央位置 A の動吸振器の質量増加によるねじれモードに対する有効質量が増えることの効果が大きいためである。また、 $p=0.4$ の配分では、 $h=0.9$ 付近に水平モードの影響によるピークが現れるが、この水平モードの影響によって、 h の広い範囲で応答倍率が小さく抑えられている。このことから、水平モードの励起を完全に抑える質量配分が、必ずしも最適な質量配分とは言えず、水平モードの発現をある程度許容しても、動吸振器の質量を適切に調整

Fig. 10 Transfer function of torsional motion with double TPDs [$f=1$, $\zeta_\varphi=0.15$, TPD's Position: A & B7]

Fig. 11 Flutter system with horizontal & TPD mode

すれば、よりよい性能が発揮できると考えられる。

ただし、図10(a)と(b)の位相の比較から、 p の値が小さくなるほど、水平モードの影響により位相特性が変化することが確認できる。文献(1)において、フラッタに対する動吸振器の性能はこの位相の影響も大きいことを明らかにしており、耐フラッタ性能に優れた動吸振器の適切な質量配分を選定するためには、鉛直モードや非定常空気力も考慮したフラッタ振動系全体での検討が必要となる。そこで、4・3節において、文献(2)において提案した振り子形動吸振器の設計手法を水平モードを含む本解析モデルに適用し、フラッタ風速を高めるための適切な質量配分についての検証を行う。

なお、以上の検討は位置Bの動吸振器を水平対称二

次モードの腹に配置した場合であるが、配置を水平モードの節B3とした場合には、橋りょう中央Aの動吸振器の質量を零とすることにより水平モードは励起されない。水平モードの影響を受けずに、動吸振器質量を中央よりに配分できるため、有効な配置方法と考えられる。この配置については、最後に三次元FEMモデルによる解析で説明する。

4・3 動吸振器の簡易設計方法 連成フラッタは、図11のブロック線図に示すように、鉛直振動 $\eta \rightarrow$ 鉛直振動に比例した空力モーメント $M_\eta \rightarrow$ ねじれ振動 $\theta \rightarrow$ ねじれ振動に比例した揚力 $L_\theta \rightarrow$ 鉛直振動 η というループが構成され、このループが不安定になる現象である⁽¹⁾。

単位長さ当たりの非定常空気力は、空気密度 ρ および角振動数 ω 、けた幅 B を用い、曲げおよびねじれの変位と速度に比例した形で与える。

$$\left. \begin{aligned} L(\dot{\eta}, \eta, \dot{\theta}, \theta) &= \pi \rho B^2 \omega^2 \left(L'_{\eta R} \eta + L'_{\eta I} \frac{\dot{\eta}}{\omega} + L'_{\theta R} \theta + L'_{\theta I} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \\ M(\dot{\eta}, \eta, \dot{\theta}, \theta) &= \pi \rho B^4 \omega^2 \left(M'_{\eta R} \eta + M'_{\eta I} \frac{\dot{\eta}}{\omega} + M'_{\theta R} \theta + M'_{\theta I} \frac{\dot{\theta}}{\omega} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

各空気力係数は、換算風速 $U_r (= U/fB)$ 、 U : 風速、 f : 振動数)の関数で、式(10)にならないモード形状を考慮した値に変換したものとする。

このとき、ブロック線図の鉛直振動の伝達関数 G_v は、

$$G_v = \frac{\eta}{L_\theta} = \frac{1}{-(m_\eta + m_{a\eta})\omega^2 + jc'_\eta\omega + k'_\eta} \dots\dots\dots (20)$$

となる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} k'_\eta &= k_\eta - \pi \rho B^2 \omega^2 L'_{\eta R}, \quad c'_\eta = c_\eta - \pi \rho B^2 \omega L'_{\eta I} \\ m_\eta &= \frac{[\phi]^T [M] [\phi]}{\phi_\eta(A)^2}, \quad m_{a\eta} = \frac{1+p[\phi_\eta(B)/\phi_\eta(A)]^2}{1+p} m'_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

である。ここで、 $\phi_\eta(x)$ は鉛直対称一次モードの固有モード値、 m_η 、 c_η および k_η は、それぞれ橋りょう中央部を基準とした同モードのモーダル質量、モーダル減衰およびモーダル剛性である。なお、 c_η および k_η は、式(19)の揚力 L の対角成分を加えて、 c'_η および k'_η とする。

ねじれモードの伝達関数 G_r は、式(9)のねじれモードの式に、式(11)の水平モードおよび式(13)の動吸振器の影響をまとめて表現する。これらの連立方程式は、式(3)、(12)、(14)、(15)を用いて整理すると、

$$H \cdot (\xi_A, \theta_A, \varphi_A, \varphi_B)^T = \frac{(1+p)}{I\omega_\theta^2} \cdot (0, M_\eta, 0, 0)^T \dots\dots\dots (22)$$

と表される。ただし、

$$H = \begin{bmatrix} (\alpha^2 - h^2)(1+p) - h^2\mu'_a(1+ps^2) & -\gamma h^2\mu'_a(1+pst) & & \\ -\gamma h^2\mu'_r(1+pst) & (1-h^2+2j\zeta_\theta h)(1+p) + \gamma\mu'_r(f^2 - \gamma h^2)(1+pt^2) & & \\ h^2 & \gamma h^2 - f^2 & & \\ h^2s & (\gamma h^2 - f^2)t & & \\ -h^2\mu'_a & -h^2\mu'_a ps & & \\ (f^2 - \gamma h^2)\mu'_r & (f^2 - \gamma h^2)\mu'_r pt & & \\ h^2 - f^2 - 2j\zeta_\theta fh & 0 & & \\ 0 & h^2 - f^2 - 2j\zeta_\theta fh & & \end{bmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{k'_\theta}{I}}, \quad \zeta_\theta = \frac{c'_\theta}{2I\omega_\theta}, \quad k'_\theta = k_\theta - \pi\rho B^4 \omega^2 M'_{\theta R}, \quad c'_\theta = c_\theta - \pi\rho B^4 \omega M'_{\theta I} \quad \dots\dots\dots (24)$$

である。このとき伝達関数 G_T は、次のようになる。

$$G_T = \frac{\theta}{M_\eta} = \mathbf{H}^{-1}(2, 2) \cdot \frac{(1+p)}{I\omega_\theta^2} \quad \dots\dots\dots (25)$$

なお、式中の動吸振器のパラメータ ω_φ , ζ_φ は、未知数として取扱う。

連成空気力の各伝達関数 G_L , G_M は次式で表される。

$$G_L = \frac{L_\theta}{\theta} = \pi\rho B^2 \omega^2 (L'_{\theta R} + jL'_{\theta I}) \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$G_M = \frac{M_\eta}{\eta} = \pi\rho B^4 \omega^2 (M'_{\eta R} + jM'_{\eta I}) \quad \dots\dots\dots (27)$$

このとき、系の安定性は全体系の開ループ伝達関数 $G(\omega) (= -G_L G_V G_M G_T)$ のゲインと位相、すなわちボード線図から判別でき、 $G(\omega)$ が位相 -180° のときにゲインが 0 dB を上回ると系は不安定になる。ここで、この開ループ伝達関数 $G(\omega)$ を、正の実数 g_p を用いて、

Fig. 12 Stable domain by proposed design method

Fig. 13 Response property of 2 D deck model without TPD

Fig. 14 Stable domain of bridge deck against each value of p [TPD's position: A & B 7]

$$-G_T(\omega)G_H(\omega)G_L(\omega)G_M(\omega) = -g_p + 0j \quad \dots\dots\dots (28)$$

とおき、この式の ω に任意の値として ω_0 を順次与え、実数部と虚数部の連立方程式を解くことにより、ある ω_0 に対しての位相 -180° でゲイン g_p となる ω_φ と ζ_φ の関係を求める。 $g_p=1$ とした計算結果が安定境界となり、 g_p の大きさを変えた計算により安定領域を判別する⁽²⁾。本研究では、式(28)の連立方程式の解法として、ニュートンラプソン法を利用した。

ここで4・4節の橋りょう諸元を用いた計算例を図12に示す。位置Bの動吸振器の配置をB7、その質量配分 p を0.7、評価風速を70 m/sとする。図12は f_0 ($=\omega_0/2\pi$) を0.06 Hzから0.14 Hzまで変化させて与えたときの動吸振器のパラメータ f_φ ($=\omega_\varphi/2\pi$) と ζ_φ の関係をプロットしたものである。安定評価用の振幅 g_p は1~1.5の範囲で変化させている。図12から g_p が大きくなるほど、その曲線に囲まれる領域が外側に広がり、薄塗りで示す $g_p=1$ の曲線に囲まれた領域のみが安定になることが確認できる。

4・4 質量配分と耐フラッタ効果の関係 まず、二次元モデルで表された橋げた単体のフラッタ特性を調べるために、表2の曲げ対称一次モードおよびねじれ対称二次モード(23)のみを利用したフラッタ解析を実施した。その結果を図13に示す。フラッタ風速は64 m/sで、図2の三次元モデルの結果である図3に

Fig. 15 Flutter speed & modes with various arranged TPDs

一致するが、ねじれモードの振動数特性が若干異なる。三次元モデルにおいては、風速 70 m/s で振動数が約 0.097 Hz となり水平対称二次モードの固有振動数とほぼ一致しているのに対し、この二つのモードのみ考慮した解析では、風速 70 m/s におけるねじれモードの振動数は 0.112 Hz となる。この振動数の差は、他のモードを無視していることが主な理由と考えられるが、本検討ではねじれモードの固有振動数が水平モードの振動数を通過するときおよび通過後の特性を調べることを主な目的とするため、水平モードの振動数をこの 0.112 Hz とおいて以下に検討を行う。

図 14 に動吸振器の設置位置を腹 B7 とし、質量配分 p を 0.2~0.8 まで変化させたときの、系を安定化させる動吸振器のパラメータ領域を示す。図 14(a) はねじれモードと水平モードの振動数が一致する風速 70 m/s の結果、図 14(b) は風速 80 m/s の結果を示す。図 14(a) には水平モードを励起しない配分 $p = -1/(st) = 1.7$ の結果を合わせて表示しているが、図 14(b) の風速 80 m/s を満足する動吸振器のパラメータは存在しなかった。以上の結果から、水平モードの励起を抑える質量配分が、フラッタに対して必ずしも最適な質量配分とはならないことが確認できる。また、図 14(a) の風速 70 m/s では $p = 0.6$ のときに安定領域の範囲が広がっているが、図 14(b) の風速 80 m/s の場合には p を 0.4 に設定したとき、安定領域が最も広がった。これは、ねじれモードと水平モードの振動数に差のある風速 80 m/s においては、中央部 A の動吸振器の質量が大きくなる $p = 0.4$ のほうが、ねじれモードに対する振動抑制効果が高いためである。

5. 三次元全橋モデルによる検証

三次元全橋モデルのフラッタ解析により以上の動吸振器の質量配分に関する検討結果の妥当性を確認する。動吸振器の総質量を 5000 t として、質量配分および配置を変えたときの動吸振器パラメータとフラッタ風速の関係およびフラッタ時の振動モードを図 15 に示す。図 15(a) は質量配分として水平モードの励起を抑える $p = -1/(st)$ を与えた結果、図 15(b) は簡易モデルによる最適配分 $p = 0.4$ とした結果で、これらは動吸振器を水平対称二次モードの腹 B7 に設置している。図 15(c) は動吸振器を同水平モードの節 B3 に設置した結果で、中央位置 A の動吸振器の質量は零としている。また、図 15(d) に各条件において最もフラッタ風速が高くなる最適パラメータに調整したときのフラッタ時の振動モードを、橋げたの水平変位が

(a) Natural frequency

(b) Damping

Fig. 16 Response property of suspension bridge with 3 TPDs (TPD's position: A & B7, $p = 0.4$, $f_p = 0.0875$ Hz, $\zeta_p = 0.125$)

最大となる位相で表示する。このモード図から、 $p = -1/(st)$ および節 B3 に配置した場合には、水平対称二次モードの励起が抑えられているのに対し、 $p = 0.4$ の配分では若干水平モードが連成していることが確認できる。また、図 15(a) と (b) の比較から、簡易モデルによる検討と同様に、 $p = -1/(st)$ の質量配分よりも、 $p = 0.4$ のほうが最大フラッタ風速が大きいとともに、各風速における安定領域が広がっているのが確認できる。また、図 15(c) の動吸振器を水平モードの節に設置した場合は、図 15(b) の $p = 0.4$ と同様に、高い耐フラッタ効果が確認できる。

最後に、図 15(b) の $p = 0.4$ の条件において、動吸振器を最適パラメータにチューニングしたときの風速と各振動モードの振動特性の解析結果を図 16 に示す。動吸振器が 3 機あることにより、動吸振器のモードは三つ出現する。図中に示す TPD 1~TPD 3 のモードは、それぞれ橋りょうのねじれ対称一次モード、水平対称二次モード、水平非対称一次モードと連成する振動モードである。図 16 から、ねじれ対称一次モード、水平対称二次モードおよび動吸振器の二つのモード (TPD 1, TPD 2) が複雑に入り乱れて、無風時で 64 m/s のフラッタ風速が、83 m/s まで大幅に増加しているようすが確認できる。

6. 結 論

本論文では、中央支間長が2500 mの超長大吊橋を対象として、水平振動を考慮した簡易モデルと、すべての振動モードを同時に考慮できる全橋の三次元フラッタ解析により、振り子形動吸振器の制振効果の検証を行った。得られた主要な結果を以下にまとめる。

(1) ねじれ振幅が最大になる主塔間中央のみに振り子形動吸振器を配置した場合、三次元モデルでの解析ではフラッタ風速がほとんど増加しない。これは橋りょうの水平対称二次モードの影響が現れるため、振り子の水平方向慣性力と、橋りょうの水平モードが連成することにより、動吸振器の制振効果は大幅に減少する。

(2) 振り子形動吸振器の制振性能に対する水平モードの影響を低減させる方法として、対象水平モードのモード形状を利用して、動吸振器を橋軸方向に複数個配置してお互いの水平力を打消し合わせる方法を提案し、水平モードとの連成を完全になくす質量配分とねじれモードに対する制振性能の関係を明らかにした。

(3) 対象橋りょうのねじれ振動を抑制する場合、水平モードの励起を完全に抑える質量配分が、必ずしも最適な質量配分とは言えず、水平モードの発現をある程度許容しても、橋りょう中央部の動吸振器の重量配分を増やすのが望ましい。

(4) 橋りょうの曲げおよびねじれモードに加え、

水平モードを考慮したフラッタ振動系に対する動吸振器のパラメータ設計手法を提案した。この手法をもとに、橋軸方向の任意の位置に質量配分された振り子形動吸振器の、フラッタに対する性能評価が可能である。

(5) 簡易モデルを用いた上記(4)の性能評価方法の妥当性を、三次元全橋モデルを用いたフラッタ解析により確認し、橋軸方向に分配された複数の動吸振器の質量配分を適切に行えば、フラッタ風速は大幅に改善されることを明らかにした。

文 献

- (1) 岡田徹・ほか4名, 振り子形動吸振器による吊橋の連成フラッタの制御(第1報, 橋げた断面モデルによる効果の検証), 機論, **66**-644, C(2000), 1165-1172.
- (2) 岡田徹・ほか4名, 振り子形動吸振器による吊橋の連成フラッタの制御(第2報, 最適設計方法とロバスト性に関する考察), 機論, **66**-649, C(2000), 3002-3010.
- (3) 宮田利雄・ほか2名, 長大橋梁の連成フラッターの解析法の比較検討, 風工学シンポジウム論文集, Vol. 12th, (1992), 345-350.
- (4) 岡田徹・ほか4名, 振り子式動吸振器による吊橋の連成フラッタの制御, 構造工学論文集, **45**, A(1999), 1059-1066.
- (5) 米田昌弘・ほか5名, 超長大箱桁形式の連成フラッター特性に及ぼす鉛直クロスステイの効果, 構造工学論文集, **44**, A(1998), 907-916.
- (6) 宮田利雄・ほか2名, フラッターモード形に着目した長大吊橋の耐風安定性向上に関する研究, 土木学会論文集, Vol. 525/I-33(1995), 191-200.
- (7) 日本鋼構造協会編, 構造物の耐風工学, (1997), 148-157.
- (8) 長松昭男, モード解析入門, (1993), 107-124, コロナ社.