振動抑制を考慮した直角座標型フレキシブルアームの位置制御*

原 田 博 之^{*1}, 三 浦 広 樹^{*2}
山 口 晃 生^{*1}, 野 田 敦 彦^{*3}Position Control of a Cartesian Co-Ordinate Type Flexible Arm
with Suppression of VibrationHiroshi HARADA^{*4}, Hiroki MIURA,
Teruo YAMAGUCHI and Atsuhiko NODA^{*4} Faculty of Engineering, Kumamoto University,
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

This paper proposes a new position control method which suppresses the first mode of the vibration of a cartesian co-ordinate type flexible arm. When one-step input is applied to the flexible arm, the vibration of the arm becomes a linear combination of damped oscillations. When the second step input is applied to the flexible arm, if we choose properly the magnitudes of the second step and the interval between the first step input and the second step input, the vibration, which is generated by the first step input, can be suppressed by the vibration caused by the second step input. From the results of computer simulation and of the experiment, the first mode of the vibration can thoroughly be suppressed by the proposed method. Because the proposed method is based on a feed-forward control, the parameter error affects the controllability. However, it is also confirmed that even if the natural frequency of the first mode varies, the flexible arm less vibrates than the case of no control.

Key Words: Vibration of Mechanism, Flexible Structure, Modal Analysis, Free Vibration

1. ま え が き

産業用ロボットの高速化, 省エネルギー化のためには, ロボットアームの軽量化は必要不可欠である。しかし, アームの軽量化にともない, アームは剛体から柔軟なフレキシブルアームとなり, 振動を生じやすくなる。このようなフレキシブルアームの振動制御の研究はさかに行われている^{(1)~(5)}が, そのほとんどが水平多関節型もしくは垂直多関節型のフレキシブルアームに関するものであり, 直角座標型フレキシブルアームの振動制御に関する研究はほとんど行われていない⁽⁶⁾。しかし, 実際に産業用に使用される組立ロボットには, 直角座標型ロボットが数多く存在する。このため, 直角座標型フレキシブルアームの振動制御を研究することは実用上重要であると考えられる。

組立作業において直角座標型ロボットがもっとも振動しやすいのは, ロボットが初期位置から目標位置まで移動する際の起動時であり, その際に生ずる振動は主に1次モードの振動である。したがって, 1次モー

ド振動を抑制するような位置制御法を用いるならば, その後の振動制御が容易になると考えられる。本研究はフレキシブルアームの動特性を考慮することにより, アームの1次モードの振動を抑制する位置制御法を提案する。

本論文ではまず, ポジカスト制御⁽⁷⁾に基づき, フレキシブルアームの1次モード振動を抑制するような新たな位置制御法を提案する。つぎに, 提案する方法の有効性をシミュレーションにより確認する。さらに, 実際に直角座標型フレキシブルアームを作製し, 提案した手法により振動の1次モードの抑制が可能であることを示す。さらに, 提案した手法がアームを駆動するアクチュエータの駆動力に制限がある場合や移動距離が長い場合にも適用可能であることを示す。

2. 振動抑制を考慮した位置制御法

直角座標型フレキシブルアームに加わる力を入力とし, アームの振動を出力とすると, フレキシブルアームの伝達関数 $G(s)$ は次式のような二次系の伝達関数の線形結合で表される⁽⁸⁾。

$$G(s) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_i \omega_i^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (1)$$

* 原稿受付 2001年1月18日。

^{*1} 正員, 熊本大学工学部 (☎ 860-8555 熊本市黒髪 2-39-1)。^{*2} 西日本設計(株) (☎ 729-2502 広島県豊田郡安浦町三津口 1)。^{*3} 崇城大学工学部 (☎ 860-0082 熊本市池田 4-22-1)。

E-mail: hiroshi@mech.kumamoto-u.ac.jp

式(1)において、 i はモードの次数、 ζ_i, ω_i はそれぞれ、 i 次モードの減衰係数、固有角振動数を表す。また、 K_i は定数である。本研究では、1次モード振動を抑制する位置制御法として、フレキシブルアームの動特性を考慮した新たな方法を以下のように提案する。

式(1)より、このフレキシブルアームに時刻 $t = 0$ において、大きさ a_1 のインパルス状の加速度を加えたとき、アームの質量を m とすると、フレキシブルアームに生ずる1次モードの振動は式(2)で表される減衰振動波形となり、図1の実線のようになる。

$$x_1(t) = ma_1 K_1 \exp(-\zeta_1 \omega_1 t) \sin \omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} t \quad (2)$$

このとき、1次モードの振動の半周期 t_h の時点で図1の点線で表されるような逆位相の振動を加えてやれば両者の振動は打ち消しあい、振動の抑制が可能となる。この逆位相の振動は以下のように求められる。まず、1次モードの振動の半周期 t_h は式(2)より、式(3)のようになる。

$$t_h = \frac{\pi}{\omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2}} \quad (3)$$

ここで、時刻 t_h において加えるインパルス状の加速度の大きさを a_2 、これにより励起される1次モードの振動波形を $x_2(t)$ とすると、 $x_2(t)$ は次式のように表される。

$$\begin{aligned} x_2(t) &= ma_2 K_1^2 \exp\{-\zeta_1 \omega_1 (t - t_h)\} \\ &\quad \sin \omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} (t - t_h) \\ &= -ma_2 K_1^2 \exp\{-\zeta_1 \omega_1 (t - t_h)\} \\ &\quad \sin \omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} t \end{aligned} \quad (4)$$

このとき、振動 $x_2(t)$ により1次モード振動 $x_1(t)$ を完全に打ち消すためには、両者が式(5)を満足しなければならない。

$$x_1(t) - x_2(t) = 0 \quad (t > t_h) \quad (5)$$

Fig. 1 Vibration signal of the first mode

式(2)、(4)を式(5)に代入することにより、時刻 t_h においてフレキシブルアームに加える加速度 a_2 は式(6)で与えられる。

$$a_2 = a_1 \exp\left(-\frac{\zeta_1 \pi}{\sqrt{1 - \zeta_1^2}}\right) \quad (6)$$

すなわち、フレキシブルアームに時刻 $t = 0$ において加速度 a_1 を加えられたとき、時刻 $t = t_h$ において加速度 a_2 が生じるような力をフレキシブルアームに加えれば、 $t > t_h$ における1次モードの振動を抑制することができる。

一般に、アームの駆動に使用される DC モータには PD 制御が施される。したがって、アームを静止状態から駆動する場合、モータへの指令電圧は目標位置までの距離に比例する。さらに、モータより発生するトルクは印加電圧に比例するため、結局、アームに加わる加速度は移動目標位置と現在位置との間の距離に比例することとなる。このため、アームの移動距離 d および二段階の指令位置 d_1, d_2 は次式を満足しなければならない。

$$d_1 + d_2 = d \quad (7)$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad (8)$$

式(6)、(7)、(8)より、直角座標型フレキシブルアームの目標位置 $u(t)$ として、式(9)のような二段階のステップ状のものが得られる。

$$u(t) = \begin{cases} \frac{d}{1 + \exp\left(-\frac{\zeta_1 \pi}{\sqrt{1 - \zeta_1^2}}\right)} & (0 \leq t < t_h) \\ d & (t \geq t_h) \end{cases} \quad (9)$$

3. シミュレーション結果

前章で提案した方法により振動制御が可能であることを確認するため、シミュレーションを行った。実験装置ではフレキシブルアームは DC モータにより駆動されるため、DC モータの動特性を考慮する必要がある。作製した実験装置による実験結果から、DC モータへの入力電圧 $u(t)$ とアームをのせた台車の位置 $y(t)$ を出力とするときの伝達関数 $G_m(s)$ は次式のような二次系で近似できた。

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s + T_m s^2} \quad (10)$$

$$K_m = 1.56$$

$$T_m = 0.134$$

Fig. 2 Block diagram of the system used for the simulation

ここで、定数 K_m および T_m の値は実験装置に使用したDCモータのステップ応答の実測値より求めている。さらに、使用したDCモータは伝達関数 $G_c(s)$ が次式で表されるような比例ゲイン K_p および微分ゲイン K_d を有するPDコントローラにより制御されている。

$$G_c(s) = K_p + K_d s \quad (11)$$

$$K_p = 30.0$$

$$K_d = 1.70$$

ここで、比例ゲインおよび微分ゲインの値はDCモータにステップ入力を加えたとき、オーバーシュートを起こさないように選んでいる。DCモータを含む系全体のブロック線図は図2のようになる。式(9)に示した位置指令をDCモータへの入力電圧としたとき、フレキシブルアームに生ずる1次モードの振動波形を計算したシミュレーション結果を図3に示す。ここで、1次モードの制動比 ζ_1 および固有角振動数 ω_1 はそれぞれ、次式のように選んでいる。

$$\zeta_1 = 0.01 \quad (12)$$

$$\omega_1 = 4\pi \quad (13)$$

図3において、点線は台車に対する位置指令としてステップ入力を加えたときのフレキシブルアームの1次

Fig. 3 First mode vibration of the flexible arm, (a) with the conventional one-step input and (b) with the proposed two-step input

モードの振動であり、実線は式(9)で求めた二段階ステップ入力を位置指令とした時のアームの1次モードの振動波形である。図より、本論文で提案する二段階ステップ入力を用いる位置制御法では、1次モード振動の半周期以降において、フレキシブルアームの振動は完全に抑制されていることがわかる。ただし、このシミュレーションでは、1次モード振動のみ考慮しているため、次章で示す実験結果では、シミュレーションで考慮していない高次モードの振動が残留する。

提案する方法はフィードフォワード制御であり、あらかじめフレキシブルアームの振動特性を測定し、1次モードの固有角振動数 ω_1 および制動比 ζ_1 を求めておく必要がある。実際には、組み立てロボットなどではその動特性や移動経路などは事前に明らかであるため、提案する位置制御法を用いることは可能となる。しかし、得られた定数に誤差があることを考慮する必要があるため、この影響を以下のようにシミュレーションにより確認した。式(3)を用いて1次モードの半周期 t_h を求める際に必要なパラメータは1次モードの固有角振動数 ω_1 および制動比 ζ_1 である。ここでは、1次モードの固有角振動数 ω_1 に誤差が生じた場合について考える。図4は式(13)で与えられた1次モードの固有角振動数 ω_1 の真値に対して次式で与えられる-10%の誤差を有する角周波数 $\hat{\omega}_1$ を用いた場合のフレキシブルアームの振動波形である。

$$\hat{\omega}_1 = 3.6\pi \quad (14)$$

図より、実線で表される二段階ステップ入力を位置指令としたときの1次モードの振動は図3と比較して、抑制は不十分であるが、点線で表されるステップ状の位置指令を与えた場合よりもアームの振動が抑制されているのは明らかである。

Fig. 4 Vibration of the flexible arm when the wrong angular frequency is used, (a) with the conventional one-step input and (b) with the proposed two-step input

Fig. 5 Relation between ω_1 and J

1次モードの角周波数の真値 ω_1 に対して、 $\pm 25\%$ の範囲で角周波数 ω_1 の値を変化させ、角振動数の誤差の影響を定量的に評価した。振動抑制の効果は、式 (15) で定義される評価量 J ⁽⁹⁾ を用いて行った。

$$J = \int_0^{T_{max}} t \cdot |x(t)| dt \quad (15)$$

ここで、積分範囲は $T_{max} = 10.0$ としている。評価量 J と角周波数の誤差の関係を図 5 に示す。図より、ステップ入力を位置指令とした場合の J の値は用いる角周波数の値によらず一定値をとることがわかる。これに対して、提案する二段階ステップ入力を加える方法における評価量 J の値は、用いる角周波数の値 ω_1 を真値に対して $\pm 25\%$ 変動させたときでも、ステップ入力の場合より小さくなっており、残留する 1 次モードの振動が少ないことがわかる。制動比 ζ に関しても同様のシミュレーションを行ったが、制動比に誤差が生じた場合でも、本論文で提案する二段階ステップ入力を指令電圧を用いる方法の方がステップ入力を加える場合よりも振動抑制の効果があった。

4. 実験結果

第 2 章で提案した二段階ステップ入力を用いる位置制御法により、1 次モードの振動を生じない位置制御が可能であることを実証するため、実際に直角座標型フレキシブルアームを作製し、位置制御を行い、フレキシブルアームの振動を測定した。図 6 に本研究で使用した実験装置の概略図を示す。フレキシブルアームは台車に固定されており、台車は DC サーボモータでボールネジを回転させることにより駆動される直動機構により直線上を動く。台車の位置は DC モータのエンコーダにより測定し、フレキシブルアームの振動はアームの根元に貼付したストレインゲージにより測定した。フレキシブルアームの仕様を表 1 に示す。

Fig. 6 Schematic configuration of a flexible arm

Table 1 Parameters of the flexible arm

Parameter	Value
E : modulus of elasticity	2.06×10^{11} [Pa]
ρ : density	7.86×10^3 [kg/m ³]
l : length of the arm	8.00×10^{-1} [m]
b : width of the arm	2.00×10^{-2} [m]
A : cross-section area	3.00×10^{-3} [m ²]
I : second moment of area	5.63×10^{-12} [m ⁴]

図 7 に本研究で使用したフレキシブルアームにステップ状の位置指令を与えた時の発生する振動のピリオドグラム $I_{xx}(j\omega)$ の一例を示す。図より、発生した振動においては、1 次モードのパワーが最大であることは明らかである。したがって、1 次モードの振動を抑制するような位置指令をフレキシブルアームに与えれば、発生する振動も小さくなり、その後の振動制御が容易となると考えられる。

フレキシブルアームの移動距離を $d = 100\text{mm}$ とし、提案する二段階ステップ入力を加える方法によりアームの位置制御を行い、得られたフレキシブルアームの振動波形を図 8 に示す。本実験で用いたフレキシブルアームにおいて、あらかじめ測定したフレキシブルアームの 1 次モードの角周波数 ω_1 および減衰比 ζ_1 はそれぞれ、

$$\omega_1 = 1.23 \times 10^1 \text{ [rad/s]} \quad (16)$$

$$\zeta_1 = 5.05 \times 10^{-3} \quad (17)$$

である。図 8 中の点線は単にステップ入力を加えた場合のフレキシブルアームの歪 ϵ であり、実線は本論文

Fig. 7 Periodogram of the vibration

Fig. 8 Measured vibration when the distance d is 100mm, (a) with the conventional one-step input and (b) with the proposed two-step input

で提案した二段階ステップ入力を位置指令として加えたときに測定された歪を表す。両者を比較すると、二段階ステップ入力を加えた場合の方が一段のステップ入力を加えた場合よりも1次モードの振動は抑制されていることは明らかである。しかし、図3に示した第3章のシミュレーション結果と比較すると、実験結果では、1次モードの角周波数および減衰比が正確に求めたものであるにもかかわらず、フレキシブルアームの振動は完全に抑制されていない。これは、二段階ステップ入力を求める際に無視した高次モード（主に2次モード）の振動が発生しているためである。しかし、残留している高次モードの振動は1次モードの振動と比較して、振幅は小さく、減衰比も大きいいため、その影響は少なくなっていると考えられる。

5. 移動距離が長い場合の対策

本論文で提案した二段階ステップ入力により位置制御を行う方法では、1次モード振動の半周期 t_h までに台車が目標位置に到達しない場合、振動抑制ができないおそれがある。このような状況はアームの移動距離が長いとき、あるいは負荷に対してDCモータのト

Fig. 9 Measured vibration when the distance d is 500mm, (a) with the conventional one-step input and (b) with the proposed two-step input Fig. 10 Position of the carriage when the distance d is 500mm, (a) instructed position and (b) actual position

ルクが小さいときに起こる。一例を図9に示す。これは、図6の実験装置において移動距離を $d = 500\text{mm}$ としたとき、二段階ステップ入力を位置指令によりアームに発生した振動波形である。図8と比べると、1次モードの振動が残留しており、振動は十分に抑制されていないことは明らかである。図10は図9の実験例において、台車に与えた目標位置を点線で、実際の台車の位置 $y(t)$ を実線で示したものである。図より、移動距離が長い場合、1次モードの半周期 t_h の時点において台車が目標位置に達していないことがわかる。本論文で提案する方法では、逆位相の振動を発生するために図1のようなインパルス状の加速度を台車に加える必要があるが、図9の実験例では台車が静止していないため、インパルス状の加速度を生ずることができず、1次モードの振動が残留したものと考えられる。これは、式(9)の位置指令を導く際、モータの特性を考慮に入れていなかったためであり、本論文で提案した方法の適用限界である。

移動距離が長い場合でも、第2章で提案した手法

6. あとがき

本論文では、直角座標型フレキシブルアームの振動を抑制する位置制御方法として、フィードフォワード制御により1次モードの振動を抑制するようにアームに二段階のステップ入力からなる位置指令を与える方法を提案した。シミュレーション結果より、二段階ステップ入力を求める際に用いる1次モードの角周波数に誤差がある場合でも振動の抑制が可能であることが示された。また、実際に製作した装置による実験結果より、提案した方法により直角座標型フレキシブルアームの振動制御が可能であることが確認された。さらに、本研究で提案した方法を段階数を増して行うことにより、アームの移動距離が長い場合でも、1次モード振動を十分抑制して位置制御を行うことが出来ることが示された。

文 献

- (1) 福田 敏男, フレキシブルロボットアームの制御(第1報, 一, 二自由度系の位置決め時の振動制御), “日本機械学会論文誌 C 編”, 51 巻, 468 号, (1985), pp.2140-2144
- (2) 坂和 愛和, 松野 文俊, フレキシブル・アームのモデリングの制御, “計測と制御”, 25 巻, 1 号, (1986), pp.64-70
- (3) 吉田 和男, テンドン機構による弾性回転アームの位置決めおよび振動制御 “日本機械学会論文誌 C 編”, 54 巻, 508 号, (1988), pp.3006-3014
- (4) Chiou, B.C., Shahinpoor, M., *Dynamic Stability Analysis of a Two-link Force-controlled Flexible Manipulator*, “ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control”, Vol. 112, (1990), pp.661-666
- (5) 吉川 恒夫, 田村 正人, フレキシブルアームに対する仮想受動モデルの有効性の検討, “日本ロボット学会誌”, 17 巻, 2 号, (1999), pp.250-259
- (6) Luo, Z.H., Kitamura, N. and Guo, B.Z., *Shear Force Feedback Control of Flexible Robot Arms*, “IEEE Trans., Robot., Auto.”, Vol.11, No.5, (1995), pp.760-765
- (7) 則次 俊郎, 和田 力, 小原 浩志, 空気圧サーボ系の学習ボジカスト制御, “計測自動制御学会論文集”, 28 巻, 5 号, (1992), pp.587-594
- (8) 足立 修一, 重政 隆, 木田 隆, I-PD 制御を用いた大型衛星の姿勢制御系の一設計法, “計測自動制御学会論文集”, 27 巻, 2 号, (1991), pp.242-244
- (9) 柏木 潤, 自動制御, 朝倉書店, (1983), pp.242-244

Fig. 11 Measured vibration when the distance d is 500mm, (a) with the conventional one-step input and (b) with the proposed four-step input

Fig. 12 Position of the carriage when the distance d is 500mm, (a) instructed position and (b) actual position

をさらに多段階に分けて位置指令とすることにより1次モード振動の抑制が可能となる。図11は図9と同様にアームの移動距離を $d = 500\text{mm}$ としたとき、位置指令を四段階に分けて提案する方法を適用した結果測定された歪である。図11を図9と比較すると、1次モードの振動は抑制されていることがわかり、提案する位置制御法が有効であることが確認できる。このときの台車の位置指令および実際の位置 $y(t)$ を図12に示すが、台車は各ステップ入力ごとに静止していることがわかる。