順列循環型搬送システムのモデリングとシミュレーション*

(自動倉庫入出荷システムへの応用)

呂 明 哲^{*1}, 木 瀬 洋^{*2}
軽 野 義 行^{*2}, 田 鍋 実^{*3}

Simulation for Permutational Circulative Vehicle Routing System (Application to Order Picking in an AS/RS)

Mingzhe LU, Hiroshi KISE^{*4},
Yoshiyuki KARUNO and Minoru TANABE

^{*4} Department of Mechanical and System Engineering, Kyoto Institute of Technology,
Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606-8585 Japan

This paper aims at developing a new simulation system for evaluating performances of a material handling system which we call the permutational circulative vehicle routing system (denoted PCVRS). The PCVRS consists of multiple vehicles, multiple stages and a rail of single loop type. The vehicles unidirectionally circulate without passing on the loop and process jobs including loading and/or unloading at stages placed along the loop. The simulation system developed is based on a series of equations describing event's schedules. As a case study it is applied to an input/output system in an AS/RS (automated storage and retrieval system), and its behavior is analyzed from both empirical and theoretical points of view.

Key Words: Permutational Circulative Vehicle Routing System, Simulation, Mathematical Model, Mean Travel Time

1. は じ め に

本研究では、一群のビークルが1つのループ経路上を一定の順序で繰り返し巡回しながら、経路に沿って配置された多数のステージで荷物の搬入・搬出を含む業務を行う順列循環型搬送システム (Permutational Circulative Vehicle Routing System, 以後 PCVRS と略記) を取り上げる。

PCVRS は工場や物流センターなどにおけるマテハンシステムとして普遍的に実在する⁽¹⁾⁽²⁾。特に、近年、AGV(Automated Guided Vehicle) やロボットなどによって自動化された PCVRS が普及し、それと共にシステムの性能解析や最適化が求められ、これらに関連する多くの研究成果が報告されている⁽³⁾。しかしながら、これら研究の大部分はそれぞれ特定の場合 (例えば、FMS⁽⁴⁾) に付随したシステムとして取り上げられ、本研究のように PCVRS を単独に取り上げている研究例はむしろ少ないと思われる。

システム性能解析の最も主要かつ有力な手段はシミュレーションであり、実在するほとんどの離散型シ

ミュレーション (ソフト) は PCVRS に適用可能である。しかしながら、離散型シミュレーションのほとんどは厳密な時系列に基づいて事象を処理する⁽⁵⁾。これに対し、本研究で提案するそれは必ずしも厳密な時系列に基づかない。したがって、その手間が大幅に省かれ、より高速なシミュレーションが可能である。

具体事例として自動倉庫を取り上げた。自動倉庫の設計、計画、統制に関する研究は近年著しいものがある⁽⁶⁾⁽⁷⁾。しかしながら、本研究例のように入出荷システムの精密な性能解析を行っている研究例は少ないように見える。

2. システムの概要

本研究で対象となる PCVRS の概略図を図1に示す。

PCVRS においては、 ns 個の処理ステージ $S(i)$, ($i = 1, 2, \dots, ns$) とそれぞれ1個の入力ステージ $S(0)$ と出力ステージ $S(ns+1)$ が、 nv 個のビークル V_k , ($k = 1, 2, \dots, nv$) が循環するループ状の経路に沿って配置されている。各 V_k は $S(0)$ を出発し、 $S(ns+1)$ へ行くまでに以下の作業のいずれかを行う。

(1) 入庫: $S(0)$ から1つの処理ステージへ荷物を運ぶ。

(2) 出庫: 1つの処理ステージから $S(ns+1)$ へ荷

* 原稿受付 2000年10月12日。

^{*1} 京都工芸繊維大学大学院工芸科学研究科。

^{*2} 京都工芸繊維大学工芸学部機械システム工学科。

^{*3} 日本鋼管(株)基盤技術研究所。

E-mail: kise@ipc.kit.ac.jp

Fig. 1 Circulative Vehicle Routing System

物を運ぶ。

(3) 入出庫：入庫作業を終えてから、出庫作業を行う。

以後、1 台のビークルが 1 循環で行う作業の集合をジョブと言い、1 計画期間で n_j 種のジョブがジョブ番号順に処理されるものとする。この時、 $n_j > n_v$ ならば、ビークルは $S(ns+1)$ から $S(0)$ へ戻り、再び次のジョブの処理を行うため $S(0)$ から出発する。

ビークル間の衝突防止のため、各ステージ $S(i)$ の経路上にビークルが停止できるバッファゾーン $BF(i)$ を設ける。各 $BF(i)$ は $nb(i)$ 個のバッファユニットからなり、各ユニットの大きさはビークル 1 台分に相当する。すなわち、先行ビークルが停止したとき、後続ビークルはその直前のバッファユニットで停止し、待機する。また、各ステージ間のバッファゾーン以外の区間を走行ゾーンと言う。どのビークルも走行ゾーンで停止することはない。

3. PCVRS のモデル化

離散型シミュレーションはイベント型とプロセス型（フロー型ともいう）に分けられ、本研究のモデルは後者に属する。プロセス型シミュレーションは一般的にプログラミングが複雑になると言われているが⁽⁵⁾、本研究は PCVRS の特徴を利用して、これを回避する。すなわち、ここでは、PCVRS のシミュレーションを行うため主な事象をすべて数式で表すモデルを構築する。

3.1 モデルの属性 PCVRS には次の属性の一部またはすべてが与えられるものとする。ただし、

- $SG = \{S(i) | i = 0, 1, \dots, ns+1\}$: ステージの集合
- $BF(i) = \{B_{i,g} | g = 1, 2, \dots, nb(i)\}$: ステージ $S(i)$ のバッファユニットの集合
- $VC = \{V_k | k = 1, 2, \dots, n_v\}$: ビークルの集合
- $JB = \{j | j = 1, 2, \dots, n_j\}$: ジョブの集合

と表す。

また、ビークルは $S(i)$ で処理をするとき、 $B_{i,nb(i)}$ で停止するとする。

- (1) $RN = \{l(i, j) | i = 0, 1, \dots, ns+1, j = 1, 2, \dots, n_j\}$: 走行時間の集合。 $l(i, j)$ は $S(i)$ から次のステージへジョブ j を搬送する時間を表す。
- (2) $t(j) : \forall j \in JB$: ジョブ j の発令時刻。但し、 $t(1) \leq t(2) \leq \dots \leq t(n_j)$ とする。
- (3) $r(i, j) : \forall S(i) \in SG, \forall j \in JB$: $S(i)$ で j を処理する前に必要な準備時間の長さ。準備は時刻 $t(j)$ より開始されるものとする。もし、 $S(i)$ で j を処理する作業が無ければ、 $r(i, j) = 0$ とする。
- (4) $p(i, j) : \forall S(i) \in SG, \forall j \in JB$: $S(i)$ における j の作業時間の長さ。搬入、搬出時間を含む。 $S(i)$ で j の作業が無ければ、 $p(i, j) = 0$ とする。
- (5) d_B : 隣接バッファユニット間の走行時間。 d_B は 2 つのビークルの最小間隔を表す。
- (6) d_I : ビークルの出発間隔。ただし、 $d_I \geq d_B$ 。この間隔を設定した場合、 $t(j+1) - t(j) > d_I$ ならば、 $S(0)$ から空ビークルが出発することになり、 $t(j+1) - t(j) < d_I$ ならば、ビークルは $S(0)$ で待機する。
- (7) $t_{i,i'}$: $S(i)$ から $S(i')$ へのビークルの移動時間。ただし、 $t_{0,ns+1} = t_{0,1} + t_{1,2} + t_{2,3} + \dots + t_{ns,ns+1}$ とする。

3.2 スケジュール 以下にスケジュールに含まれる主な事象を示す。

- (1) $AB(i, g, j), \forall S(i) \in SG, \forall B_{i,g} \in BF, \forall j \in JB$: j が $B_{i,g}$ に到着する時刻
- (2) $DB(i, g, j), \forall S(i) \in SG, \forall B_{i,g} \in BF, \forall j \in JB$: j が $B_{i,g}$ を出発する時刻
- (3) $AS(i, j), \forall S(i) \in SG, \forall j \in JB$: j が $S(i)$ に到着する時刻
- (4) $SS(i, j), \forall S(i) \in SG, \forall j \in JB$: j が $S(i)$ で処理を開始する時刻
- (5) $FS(i, j), \forall S(i) \in SG, \forall j \in JB$: j が $S(i)$ で処理を終了する時刻
- (6) $DS(i, j), \forall S(i) \in SG, \forall j \in JB$: j が $S(i)$ を出発する時刻

PCVRS においてはビークルの追い抜き禁止ため、どのステージにおいても当該ジョブのスケジューリングを行う時、それに影響を及ぼす先行ジョブのスケジューリングが決定されている。よって、スケジュールは以下のように定式化される。

まず、任意のジョブ $j (\in JB)$ のバッファ $BF(i) (i = 0, 1, \dots, ns+1)$ におけるスケジュールは以下の (1), (2)

式で決定される。

$$AB(i, g, j) = DB(i, g-1, j) + d_B, \quad (g = 2, 3, \dots, nb(i)) \quad (1)$$

$$DB(i, g, j) = \max\{AB(i, g, j), DB(i, g+1, j-1)\}, \quad (g = 2, 3, \dots, nb(i)-1) \quad (2)$$

次に、任意のジョブ $j (j \in JB)$ のステージ $S(i) (i = 0, 1, \dots, ns+1)$ におけるスケジュールは次の (3) ~ (6) 式で決定される。

$$AS(i, j) = AB(i, nb(i), j) \quad (3)$$

$$SS(i, j) = \max\{AS(i, j), t(j) + r(i, j)\} \quad (4)$$

$$FS(i, j) = SS(i, j) + p(i, j) \quad (5)$$

$$DS(i, j) = \max\{FS(i, j), DB(i+1, 1, j-1) - l(i, j) + d_B\} \quad (6)$$

以上の計算は $j = 1, 2, \dots, nj, i = 0, 1, \dots, ns+1$ 及び $g = 1, 2, \dots, nb(i)$ の順で行われる。

3.3 PCVRS の評価尺度 上述のスケジュールから決定できる PCVRS の主な評価尺度を次に示す。

- (1) 平均巡回時間：各ジョブが $S(0)$ から出発し、再び $S(0)$ に到着するまでの巡回時間の平均値、すなわち平均巡回時間は

$$MT = \frac{1}{nj} \sum_{j=1}^{nj} \{DS(ns+1, j) + l(ns+1, j) - AS(0, j)\} \quad (7)$$

で与えられる。

- (2) 最大滞留時間：最初のジョブが $S(0)$ から出発してから最後のジョブが $S(ns+1)$ でジョブを放出するまでの時間、すなわち、最大滞留時間は

$$F_{\max} = FS(ns+1, nj) - AS(0, 1) \quad (8)$$

で与えられる。

- (3) スループット： $F_{\max}$ 時間中、 $S(ns+1)$ から 1 単位時間あたりに放出されるジョブ数の平均値、すなわちスループットは

$$Tp = nj / F_{\max} \quad (9)$$

で与えられる。

この他、ステージの平均稼働率、ビークルの平均稼働率、バッファゾーンでのビークルの待ち行列などに関する尺度は、適当なパラメータをプログラム中に導入することによって容易に求められる。

3.4 数式モデルの特長 上述の数式モデルでは次の特長が見出される。

- (1) 計算量：スケジュールを構成する事象の数を ne とすると、PCVRS の計算量は $O(ne)$ である。事象の時系列に基づく、すなわち、ソーティングが必要な従来の離散型シミュレーションと比較すると、本モデルはより高速であると考えられる。
- (2) 記憶量：スケジュール及び評価尺度を計算するためのメモリーはデータ構造を工夫することによって、 $O(nv \times ns)$ に抑えることができ、ジョブ数には依存しない、すなわち、大規模のシミュレーションが可能である。
- (3) 解析・最適化：本モデルはスケジュールや評価尺度が関数で表現されているので、システムの解析や最適化にとって有効であると考えられる。
- (4) 適用範囲：本モデルは単一ループを対象としているので、バイパスなどによって追い抜きが許される場合には適用できない。

4. ビークルの挙動

4.1 過渡状態と定常状態 本システムのようにビークル間の追い抜きが禁止の場合、先行ビークルがステージで処理を行うなどのため、停止するとき、後続ビークルは手前のバッファユニットで停止し、待機しなければならないことがある。これを先行ビークルによる干渉という。このような干渉はビークルの巡回時間を増大させ、平均巡回時間などの評価尺度に悪い影響を及ぼす。他方、干渉を起こしたビークル間の間隔は広がり、以後の巡回では干渉しなくなるか、あるいは干渉しても待機時間が短くなる。従って、ビークルが巡回を繰り返すたびに、干渉が少なくなり、最終的にどのビークルも全く干渉を起こさなくなる。このような状態を定常状態と言う。ただし、定常状態に達するためには先頭ビークルと最後尾ビークルの間の干渉（いわゆる周回遅れ）が生じないことである。このような周回遅れはビークル数が多い場合に発生する。以下では周回遅れは発生しないものとして解析を行う。

4.2 干渉によるビークルの待ち時間 相続く 2 つのビークルの間隔を、先行ビークルが停止したとき、後続ビークルがそれに追いつくのに要する時間で定義する。2 つのビークル V_{k+1} と V_k の間隔を D_{k+1} とすると、3.1 の仮定 (5) より、

$$\Delta_{k+1} \equiv D_{k+1} - d_B \geq 0 \quad (10)$$

でなければならない。よって、 V_k がステージ S で P_s 時間だけ停止したとき、 V_{k+1} はその手前のバッファ

Fig. 2 A model of AS/RS

ユニットで

$$W_{k+1} \equiv \max\{0, P_s - \Delta_{k+1}\} \quad (11)$$

だけ待機しなければならない。言い換えると、式(10)より、

$$D_{k+1} \geq d_B + P_s \quad (12)$$

ならば、 V_{k+1} は V_k によって干渉されることはない。干渉が発生する場合 ($W_{k+1} > 0$)、 V_{k+1} が同様の処理 (処理時間 P_s) が終わった段階で、 V_k との間隔は $d_B + P_s$ となり、そうでない場合、 V_k との間隔は変化はない。したがって、全てのピークル間で式(12)が満たされたとき、PCVRSは定常状態に達すると言える。

さらに、 V_{k+1} の待機によって、その後続ピークルも待機させられる可能性がある。すなわち、上と同様の議論によって、ピークル V_{k+i} ($i = 2, 3, \dots, nv - k$) の待機時間は、待機するバッファユニットが存在するという条件のもとで、

$$\begin{aligned} W_{k+i} &= \max\{0, W_{k+i-1} - \Delta_{k+i}\} \\ &= \max\left\{0, P_s - \sum_{v=1}^i \Delta_{k+v}\right\} \end{aligned} \quad (13)$$

で与えられる。ただし、 $\Delta_{k+i} = D_{k+i} - d_B$ である。

したがって、定常状態に達するまでに生じたこのような待機時間を求めることによって、PCVRSの性能を評価することが可能である。このことを以下の事例について示す。

5. 立体自動倉庫への応用

本文ではPCVRSの事例として図2に示すような立体自動倉庫 (AS/RS と記す) における入出荷搬送システムを取り上げる。AS/RSでは、入荷場、出荷場がそれぞれ入力ステージ、及び出力ステージに相当し、立体棚とスタックークレーンが処理ステージに相当する。このようなシステムは入出荷物として (定型的な) ユニットロードを取り扱うAS/RSにおいて多く見られる⁽¹⁾⁽²⁾。

5.1 シミュレーションの条件設定 ここでは、出荷作業のみの場合のシミュレーションを実施する。設定された実験条件は以下のとおりである。

(1) n_j, nv, ns : ある範囲内で変化させ、これらのシステム評価尺度に対する影響を検討する。

(2) BF :

$$\begin{aligned} nb(0) &= 1; \\ nb(i) &= 2, i = 1, 2, \dots, ns; \\ nb(ns+1) &= nv \end{aligned}$$

(3) RN :

$$\begin{aligned} l(0, j) &= 65[\text{sec}]; \\ l(1, j) &= \dots = l(ns-1, j) = 10[\text{sec}]; \\ l(ns+1, j) &= 5[\text{sec}] \\ l(ns, j) &= 210 - [l(0, j) + 10(ns-1) \\ &\quad + l(ns+1, j)][\text{sec}]; \\ (j &= 1, 2, \dots, nj) \end{aligned}$$

(4) $t(j): t(j) - t(j-1) = d_f = 5[\text{sec}], j = 2, 3, \dots, nj$

(5) $r(i, j) = 0, i = 0, 1, \dots, ns+1; j = 1, 2, \dots, nj$

(6) $P(0, j) = 0, j = 1, 2, \dots, nj$

$$P_p \equiv P(i, j) = \begin{cases} 7[\text{sec}] & \text{if } j \text{ is processed on } S(i) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, ns)$$

$$P_o \equiv P(ns+1, j) = 1[\text{sec}], j = 1, 2, \dots, nj$$

なお、各ジョブの処理ステージへの割当 (負荷) 方式については後述する。

(7) $d_B = 5[\text{sec}]$

以上からピークルが他からの干渉なしに1巡回する最小巡回時間は

$$T_{\min} = t_{0, ns+1} + t_{ns+1, 0} + P_p + P_o = 218[\text{sec}] \quad (14)$$

となる。

5.2 ピークル及びステージの負荷方式 ここでは、ジョブの番号順に処理され、ピークルの空運転はないとする。ジョブ j を割当てたピークルを $V_{k(j)}$ とすると、

$$k(j) = j - [(j-1)/nv]nv, j = 1, 2, \dots, nj \quad (15)$$

となる。ただし、 $[x]$ は x を越えない最大の整数を表す。また、各ステージの負荷は均一、すなわち、どの処理ステージにおいても、同一回数の出荷が行われることとし、次の2つの負荷方式を検討する。

1) order: $S(ns), S(ns-1), \dots, S(1)$ の順に処理され、この順番を必要なだけ繰り返す (図1参照)。 j 番目のジョブの処理ステージを $S(i(j))$ とすると、

$$i(j) = ns + 1 - (j - [(j-1)/ns]ns) \quad (16)$$

Fig. 3 Mean travel time with number of jobs

Fig. 4 Mean travel time with number of vehicles

となる。

2) random : 各ジョブの処理ステージは区間 $[1, ns]$ の整数型一様乱数で決められる。ジョブとステージの間に相関関係はないが、負荷の確率はどのステージも一定 $(1/ns)$ である。

5.3 実験結果 図3～図5はそれぞれ nj, nv, ns に対する平均巡回時間 MT (式(7)参照)の挙動を order 方式と random 方式について示したものである。なお、random 方式については30回の試行の平均をとった。図3から両方式の MT は nj の増大と共に最小値 $T_{\min} = 218$ (式(14)参照)に収束していくことが分かる。また、図4から nv の増大によって random 方式の MT は単調に上昇する一方、order 方式のそれは上下に変化することが分かる。さらに、図5から ns の増大と共に、random 方式の MT は一定であるが、order 方式のそれは上下に変化することが分かる。

表1は $nj(ns=6, nv=10)$ に対する両方式の $F_{\max}$ (式(8)参照)を比較したものである。この表から両方式共に、 $F_{\max}$ は nj にほぼ比例していることが分かる。

図6は nj に対するスループット Tp (式(9)参照)の挙動を示している。図6から両方共に、 nj の増大と共に最大値 $165.1(\text{jobs/hour})$ に収束していくこと

Fig. 5 Mean travel time with number of stages

Fig. 6 Throughput with number of jobs

が分かる。

以上の実験結果から、order 方式は random 方式より、少なくとも MT 、 $F_{\max}$ 及び Tp の評価尺度については有利であることが分かる。

5.4 実験結果の考察 ここでは、得られた実験結果を理論的に解析することによって、シミュレーション結果の妥当性を証明すると共に、本入出荷システムの特性を明らかにする。ここでは主に order 方式の平均巡回時間に対して考察する。

図7は order 方式におけるビークルの挙動を示したガントチャートの例 ($nj=12, nv=4, ns=2$) である。ただし、処理ステージと出力ステージでの処理時間はそれぞれ P_p と P_o とする。

order 方式で干渉を起こすステージは $S(1)$ と $S(ns+1)$ のみである。図7の例では、間隔 $d_I (= d_B = 5)$ で入力ステージ $S(0)$ を出発した第1巡回 ($j=1 \sim 4$) において最初の2ビークル V_1 と V_2 は干渉を起こすことなく、それぞれ $S(2)$ と $S(1)$ で処理される一方、 $S(3)$ では干渉を起こし、その間隔は $d_B + P_o (= 6)$ に広がる。他方、残りの2ビークル V_3 と V_4 は $S(1)$ のバッファで待機させられた後、それぞれ $S(2)$ と $S(1)$ で処理される。この結果、 V_2 と V_3 の間隔は $d_B + P_p (= 12)$ に広がる。 $S(3)$ においては、 V_2 と V_3 の間は干渉が

 Fig. 7 Gantt chart for order method ($nv=4, ns=2$)

 Table 1 The max.flowtime(s) with $nj(nv=10, ns=6)$

nj	200	400	600	800	1000
order	4433	8793	13153	17513	21873
random	4463	8823	13183	17543	21903

発生しないが、間隔は $d_B + P_p - P_o$ に縮まり、 V_3 と V_4 の間隔は干渉によって $d_B + P_o$ に広がる。この間隔で次の巡回に入ると、また $S(1)$ では V_2 と V_3 の間及び $S(3)$ では V_3 と V_4 の間で干渉が発生する。しかしながら、第3巡回では干渉は全く発生しない。すなわち、この例では、第3巡回で定常状態に達する。

以下、より一般的な場合を考察する。以下では、 $P_p > P_o$ という条件下で、 $S(1)$ において干渉が発生したとき、ビークルはサブグループに分割されたという。上の例では $\{V_1, V_2\}$ と $\{V_3, V_4\}$ に分割されている。

nv と ns の最大公約数を $G(nv, ns)$ 、最小公倍数を $L(nv, ns)$ とする。すなわち、

$$nv = aG(nv, ns), ns = bG(nv, ns), \quad (17)$$

とすると、 a と b は互いに素な自然数であり、

$$L(nv, ns) = abG(nv, ns) \quad (18)$$

である。以下の考察では $nj \geq L(nv, ns)$ とする。

【補題1】 order 負荷方式では、ジョブ $j(j=1, 2, \dots, L(nv, ns))$ とジョブ $(j + rL(nv, ns))$ ($r=1, 2, \dots, \lfloor nj/L(nv, ns) \rfloor - 1$) は同じビークルと同じ処理ステージ処理される。

補題1は式(15)と式(16)から容易に示される。このことから、ジョブは大きさ $L(nv, ns)$ のサイクルで同じパターンで処理されることが分かる。

【定理1】 ビークルの出発間隔が $d_I < d_B + P_p$ であるとき、order 方式では $L(nv, ns)$ 個のジョブを処理する間に、ビークル群は大きさ $G(nv, ns)$ 台の a 個サブグループに分割されている。

(証明) 出発間隔が $d_B + P_p$ より小さいとき、干渉が発生することは4.2で示した。以下、 $g = G(nv, ns), l =$

$L(nv, ns)$ とする。 nv と ns は g の倍数であるから、分割によって得られるサブグループの大きさは g の倍数であることが容易に示せる。また、 ns 個のジョブ毎に分割が発生するので、 l 個のジョブを処理する間にビークルは b 回巡回し、 $(a-1)$ 回分割が生じる。従って、この間の異なる分割は異なるビークル間で発生することを示せばよい。すなわち、 p 回目と p' 回目の分割がそれぞれ V_{k-1}, V_k 間及び $V_{k'-1}, V_{k'}$ 間で発生するとしてとき、

$$0 < p' - p < a \Rightarrow k' \neq k \quad (19)$$

を証明すればよい。

$$b = ra + c, r \geq 0, c \leq a \quad (20)$$

とおくと、式(15)から、

$$k' - k = (p' - p)cg - \{ \lfloor p' \cdot c/a \rfloor - \lfloor p \cdot c/a \rfloor \} ag$$

となる。ここで、背理法によって $k' = k$ と仮定すると、

$$(p' - p)c/a = \lfloor p' \cdot c/a \rfloor - \lfloor p \cdot c/a \rfloor \quad (21)$$

となる。 a と b は互いに素であるから、式(20)の a と c も互いに素でなければならない。また、式(19)の条件 $(p' - p < a)$ を考慮すると、結局、式(21)は $p = p'$ のときしか成立しない。これは仮定に矛盾する。

(証明終)

以下では order 方式において定常状態に到るまでに発生した干渉によるビークルの総待ち時間を計算する。ただし、ステージのバッファ容量制約や周回遅れは考えない。order 負荷方式では、ビークルの出発間隔 d_I は

$$d_I = D_{k+1,1} = d_B + \Delta_0, (\Delta_0 \geq 0)$$

である(式(10)参照)。

本実験条件のもとでは定理1から nv 個のビークルは大きさ g 台の a 個のサブグループに分割される。ここで、説明の便宜上、

$$V_{p,q} = V_{(p-1)g+q}, p=1, 2, \dots, a; q=1, 2, \dots, g$$

と記すと、 $V_{p,q}$ は p 番目のサブグループの q 番目のビークルを表す。定常状態では、サブグループ内 ($V_{p,q}$ と $V_{p,q+1}$) の間隔は d_I から $d_B + P_o$ に広がっており、グループ間 ($V_{p,g}$ と $V_{p+1,1}$) では d_I から $d_B + P_p$ に広がっている。また、 $V_{1,1}$ に干渉による待ちは発生しないから、それ以外の各ビークルの待ち時間は $V_{1,1}$ からの間隔の広がりによって与えられる。すなわち、 $V_{p,q}$ の待ち時間は

$$W(V_{p,q}) = [(p-1)(g-1) + (q-1)](P_o - \Delta_0) + (p-1)(P_p - \Delta_0) \quad (22)$$

で求められる。したがって、定常状態に達するまでの総待ち時間 WT は次の式で計算できる

$$WT = \sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^g W(V_{p,q}) \\ = (nv/2)[(P_p - \Delta_0)(nv/g - 1) + nv(P_o - \Delta_0)(1 - 1/g)] \quad (23)$$

ここで本実験条件、 $d_I = d_B$ 、すなわち、 $\Delta_0 = 0$ を代入すると、

$$WT = (nv/2)[P_p(nv/g - 1) + nvP_o(1 - 1/g)] \quad (24)$$

となる。よって、平均巡回時間は、 $\Delta_0 \leq P_o \leq P_p$ の場合、式 (7) と式 (14) より、

$$MT(\text{order}) = T_{\min} + WT/nj \quad (25)$$

で与えられる。

order 方式において何時定常状態に達するかは難しい問題である。なぜならば、 nv と ns の組合せによって、分割の順序が異なり、それを解析的に求めることが難しい。さらに、この分割順序によって定常状態に達するまでのジョブ数が異なるからである。

しかしながら、式 (25) は図 3～図 5 の実験結果とよく一致する。このことから $nj > 200$ でほぼ定常状態に達しているように思われる。

また、 $V_{p,q}$ を最後のジョブを搬送するビークルとすると、order 方式の最大滞留時間は

$$F_{\max} = (k(nj) - 1)d_I + \left\lceil \frac{nj}{nv} \right\rceil T_{\min} + W(V_{p,q}) - t_{ns+1,0} \quad (26)$$

で近似できる。ただし、 $[x]$ は x を下まわらない最小の整数を表す。これは表 1 の結果とよく一致する。従って、スループットも式 (9) と式 (26) から計算でき、その値は図 6 の結果とよく一致する。

6. お わ り に

本論文では、順列循環型搬送システムを取り上げ、数式に基づいてモデルを構築した。構築したモデルより PCVRS の事例として立体自動倉庫 AS/RS の中の入出荷システムを取り上げ、処理ステージ (立体棚) に対する均一負荷方式として確定的な order 方式と確率的な random 方式を提案した。シミュレーションと理論解析を行って、シミュレーションの妥当性を示した。本実験条件のように、各ジョブの処理時間が一定で、出力ステージでの処理時間が小さい場合には、各ステージの負荷方式として order 方式の方が random 方式より優れている、さらに、order 方式に対しては、 nv と ns の最大公約数を大きくする方が優れていることが分かった。

今後の研究課題として、理論的には処理時間が異なる (あるいは確率変数) の場合があげられるが、これはマルコフ過程にモデル化されない限り、待ち行列理論でも難しいとされている⁽⁸⁾。また、より広い応用という立場からは、このモデルはまだ非順列型 (すなわち、追い抜き可の場合) に対応していないが、将来は非順列型への適用できるように望まれる。

文 献

- (1) 日通総合研究所編, 物流ハンドブック, 白桃書店, (1991)
- (2) ダイフク編, FA & DA ハンドブック, オーム社, (1993)
- (3) T. Ganesharajab, N.G. Hall, C. Sriskandarajah, Design and operational issues in AGV-served manufacturing system, *Annals of Operations Research*, **76**, (1998), pp.109 - 154
- (4) 古川正志, 渡辺美知子, 玉山裕也, 嘉数侑昇, 一方向走行レーンを持つ FMS 工場における複数 AGV の運行スケジューリング, 日本機械学会論文集 (C 編), **Vol.62, No.595**, (1996), pp.407 - 412
- (5) P. Bratley, B.L. Fox, L. Schrage, *A Guide to Simulation*, Springer-Verlag, (1983)
- (6) J.P. van den BERG, A literature survey on planning and control of warehousing systems, *IIE Transactions*, **31**, (1999), pp.751-762
- (7) B. Rouwenhorst, B. Reuter, V. Stockrahm, G.J. van Houtum, R.J. Mantel, W.H.M. Zijm, Warehouse design and control: framework and literature review, *European Journal of Operational Research*, **122**, (2000), pp.515-533
- (8) N. Viswanadham, Y. Narahari, *Performance Modeling of Automated Manufacturing Systems*, Prentice Hall, (1992)